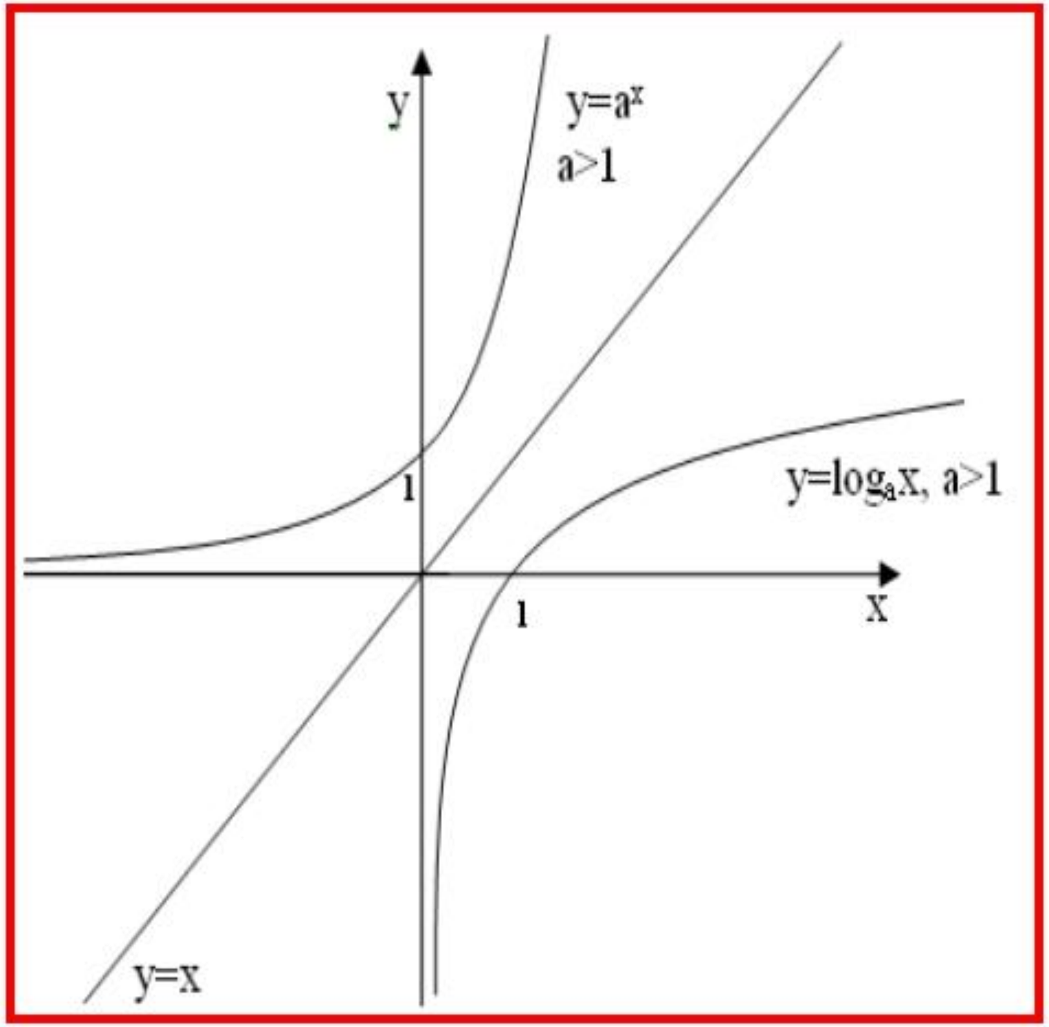
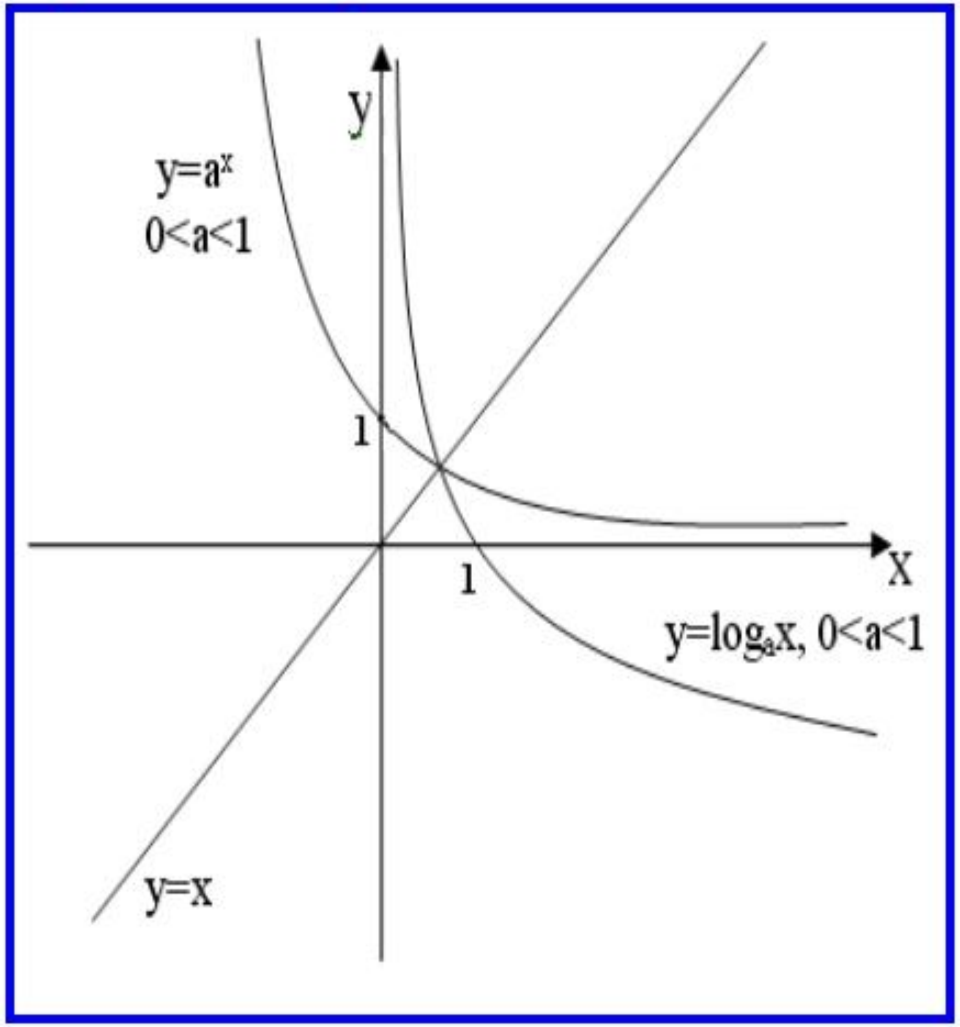
Показательные и логарифмические уравнения, системы, неравенства

Срок сдачи 6 февраля





$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow (a-1)(f(x)-g(x)) > 0$$

$$\log_a f(x) > (<) \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ (a-1)(f(x)-g(x)) > 0 (< 0). \end{cases}$$

$$\frac{x^2+x-2}{\left(3^x-1\right)\left(2^{x^2}-16\right)}\geq 0.$$

$\left(-\log_2 6;1\right)$.

$$\left(56-x-x^2\right)^{x^3-2x^2} \geq \left(56-x-x^2\right)^{2x^2+5x}.$$

$$\boxed{a(x)^{f(x)} > a(x)^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a(x) > 0, \\ (a(x)-1)(f(x)-g(x)) > 0. \end{cases}}$$

$$\left(-8; \frac{-1-\sqrt{221}}{2}\right] \cup [-1;0] \cup \left[5; \frac{-1+\sqrt{221}}{2}\right].$$

$$\frac{\lg\left(3x^2-3x+7\right)-\lg\left(6+x-x^2\right)}{(10x-7)(10x-3)}\geq 0.$$

$$\left(-2;\frac{3}{10}\right)\cup\left\{\frac{1}{2}\right\}\cup\left(\frac{7}{10};3\right).$$

$$\log_{x^2-3}(4x+7)>0.$$

$$\log_{a(x)} f(x)<\log_{a(x)} g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} a(x)>0, \\ f(x)>0, \\ g(x)>0, \\ (a(x)-1)(f(x)-g(x))<0. \end{cases}$$

$$\left(-\frac{7}{4};-\sqrt{3}\right)\cup(2;+\infty).$$

Пример 17. (МГУ,1973, биофак) Найти все значения параметра a, для каждого из которых неравенство $4^x - a \cdot 2^x - a + 3 \leq 0$ имеет хотя бы одно решение.

$[2;+\infty)$.

C2. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $\log_{\cos x - a}(\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x + \sqrt{3}\sin x + \cos x + \sqrt{3} + 1) = 0$ не имеет корней.

Ответ: $\left\{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right\} \cup \left[\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty\right)$.

С5. Найдите все значения параметра *a*, при которых система уравнений

$$\begin{cases} 2\cdot 1000^x + 16 - a^2 - 2a = (2a+9)(y-1)^2 - 2ay, \\ (x^2+1)\lg(y-1) = x^3 + x \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения

Ответ: $a \in (-4; -2) \cup (-2; 4] \cup \left\{\frac{33}{8}\right\}$.