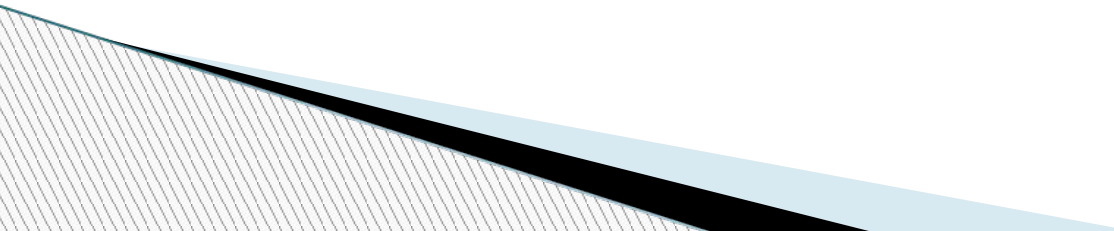


Онлайн-консультация по математике

Подготовила:
преподаватель Проскуракова И.С.

- ▣ **Дата и время проведения:** 19 июня в 10.00
 - ▣ **Форма проведения:** онлайн-тестирование
 - ▣ **Время:** 60 минут
 - ▣ **Ограничения:** с одного устройства и одного IP-адреса, нельзя копировать вопросы в буфер обмена
 - ▣ **Количество заданий:** 14
- 

Задание №1 Вычислить:

$$1) 5^{\frac{5}{9}} \cdot 25^{\frac{2}{9}} = 5^{\frac{5}{9}} \cdot (5^2)^{\frac{2}{9}} = 5^{\frac{5}{9}} \cdot 5^{\frac{4}{9}} = 5^{\frac{5+4}{9}} = 5^{\frac{9}{9}} = 5^1 = 5$$

$$2) 8^{\frac{4}{9}} \cdot 64^{\frac{5}{18}} = (2^3)^{\frac{4}{9}} \cdot (2^6)^{\frac{5}{18}} = 2^{\frac{12}{9}} \cdot 2^{\frac{30}{18}} = 2^{\frac{24+30}{18}} = 2^{\frac{54}{18}} = 2^3 = 8$$

Задание №2

Решите уравнение: $\log_2(4-x) = 7$.

□ Решение:

$$\log_2(4-x) = 7,$$

$$4-x = 2^7,$$

$$-x = 128-4,$$

$$-x = 124 / (-1),$$

$$x = -124 \in \text{ОДЗ}.$$

$$\text{ОДЗ : } 4-x > 0, 4-(-124) > 0$$

□ Ответ : -124.

Задание №3. Вычислить:

$$26 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right), \text{ если } \cos \alpha = \frac{12}{13}$$

Решение

$$26 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = 26 \cdot (-\sin \alpha) = -26 \sin \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{144}{169}\right)$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{25}{169}$$

$$\sin \alpha = -\frac{5}{13} \text{ (т.к. } \alpha \in IV \text{ четверти)}$$

$$-26 \sin \alpha = -26 \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) = 2 \cdot 5 = 10$$

Задание №4. Вычислить:

$\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2/3$.

□ Решение:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \cdot \frac{2}{3}}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \\ &= \frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{4}{3} \div \frac{5}{9} = \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{5} = \frac{12}{5} = 2,4\end{aligned}$$

Ответ : 2,4

Формулы двойного аргумента

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$$

Задание №5.

Найдите значение производной функции :

$$y = \frac{2x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 2x + 8, \text{ в точке } x_0 = 2.$$

Решение :

$$y = \frac{2x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 2x + 8, x_0 = 2,$$

$$1. y' = \left(\frac{2x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 2x + 8 \right)' = \frac{2}{5} \cdot 5x^4 - \frac{1}{3} \cdot 3x^2 + 2 = 2x^4 - x^2 + 2$$

$$2. y'(x_0) = y'(2) = 2 \cdot 2^4 - 2^2 + 2 = 2 \cdot 16 - 4 + 2 = 30$$

Ответ : 30.

Задание №6.

Найдите наибольшее значение функции $y = -15x^2 - x^3 + 6$ на отрезке $[-0,5;10]$.

Решение:

$$1. y' = (-15x^2 - x^3 + 6)' = -30x - 3x^2$$

$$2. y' = 0,$$

$$-30x - 3x^2 = 0,$$

$$-3x(10+x) = 0,$$

$$-3x = 0 \text{ или } 10+x = 0$$

$$x = 0 \quad x = -10 \notin [-0,5;10]$$

Найдем значения функции на концах отрезка и в точке 0:

$$y(-0,5) = -15 \cdot (-0,5)^2 - (-0,5)^3 + 6 = -2,375,$$

$$y(0) = -15 \cdot 0^2 - 0^3 + 6 = 6,$$

$$y(10) = -15 \cdot 10^2 - 10^3 + 6 = -2495$$

$$y_{\text{наиб.}} = y(0) = 6.$$

Ответ : 6.

Задание №7.

Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h километров над землей, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R=6400$ км – радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 144 километров? Ответ выразите в километрах.

Решение:

$l = \sqrt{2Rh}$ – формула расстояния до линии горизонта,

$R=6400$ км – радиус Земли,

$l = 144$ км. - расстояния до линии горизонта.

Найти h – высота над землей.

$$144 = \sqrt{2 \cdot 6400h},$$

$$144^2 = 2 \cdot 6400h$$

$$h = 1,62.$$

Ответ : 1,62 км.

Задание №8. Радиус основания цилиндра равен 2, а высота $10/\pi$. Найдите объем цилиндра.

Дано: цилиндр,

$$R = 2,$$

$$h = \frac{10}{\pi}$$

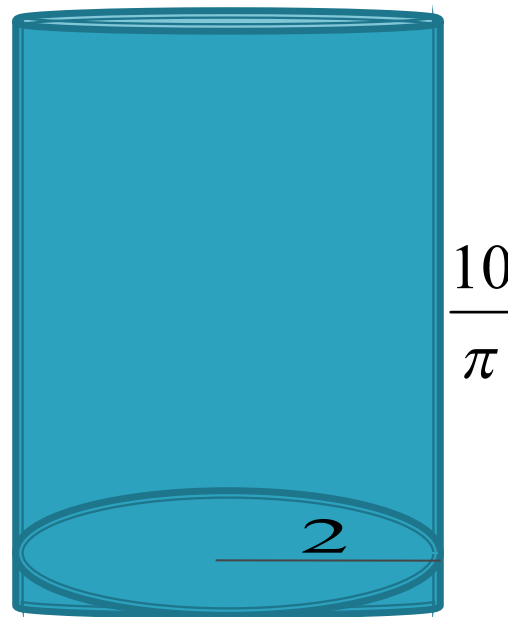
Найти: V - ?

Решение:

$$V = \pi R^2 H$$

$$V = \pi \cdot 2^2 \cdot \frac{10}{\pi} = 4 \cdot 10 = 40.$$

Ответ : 40.



Задание №9

Площадь основания правильной четырехугольной пирамиды 36 см^2 , а боковая поверхность равна 60 см^2 . Найти объем пирамиды.

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$$

$$S_{\text{осн}} = a^2$$

$$a^2 = 36$$

$$a = 6$$

$$AD = 6 \text{ см}, OK = 3 \text{ см}.$$

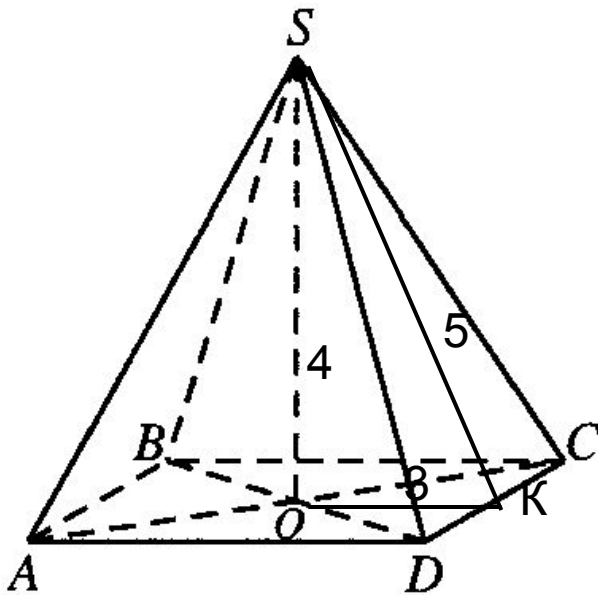
$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m, \text{ где } m - \text{ апофема (SK)}$$

$$60 = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 6) \cdot m$$

$$m = 5 (SK = 5 \text{ см})$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 4$$

$$V = 12 \cdot 4 = 48 \text{ см}^3$$



Задание №10.

По вкладу «Студенческий» банк выплачивает 13% годовых. По истечении каждого года эти проценты капитализируются, т.е. начисленная сумма присоединяется ко вкладу. На данный вид вклада был открыт счет в 50 000 рублей, который не пополнялся и с которого не снимали деньги в течении 2 лет. Какой доход был получен по истечении этого срока?

▣ Решение:

$S=50\ 000$ руб. – первоначальная сумма. 13% годовых,

За первый год $13\% = 0,13 \cdot 50\ 000 = 6\ 500$ руб.

В конце года сумма станет : $50\ 000 + 6\ 500 = 56\ 500$ руб.

За второй год $13\% = 0,13 \cdot 56\ 500 = 7\ 345$ руб.

В конце второго года $56\ 500 + 7\ 345 = 63\ 845$ рублей.

Ответ: 63 845 рублей.

Задание №11

Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей.

Решение:

x - процент снижения

$20000 - 20000 : 100 \cdot x = 20000 - 200x$ через 1 год

$20000 - 200x - (20000 - 200x) : 100 \cdot x = 15842$

$20000 - 200x - 200x + 2x^2 = 15842$

$2x^2 - 400x + 4158 = 0$

$x^2 - 200x + 2079 = 0,$

$x = 11, x = 189$

Ответ: $x = 11$