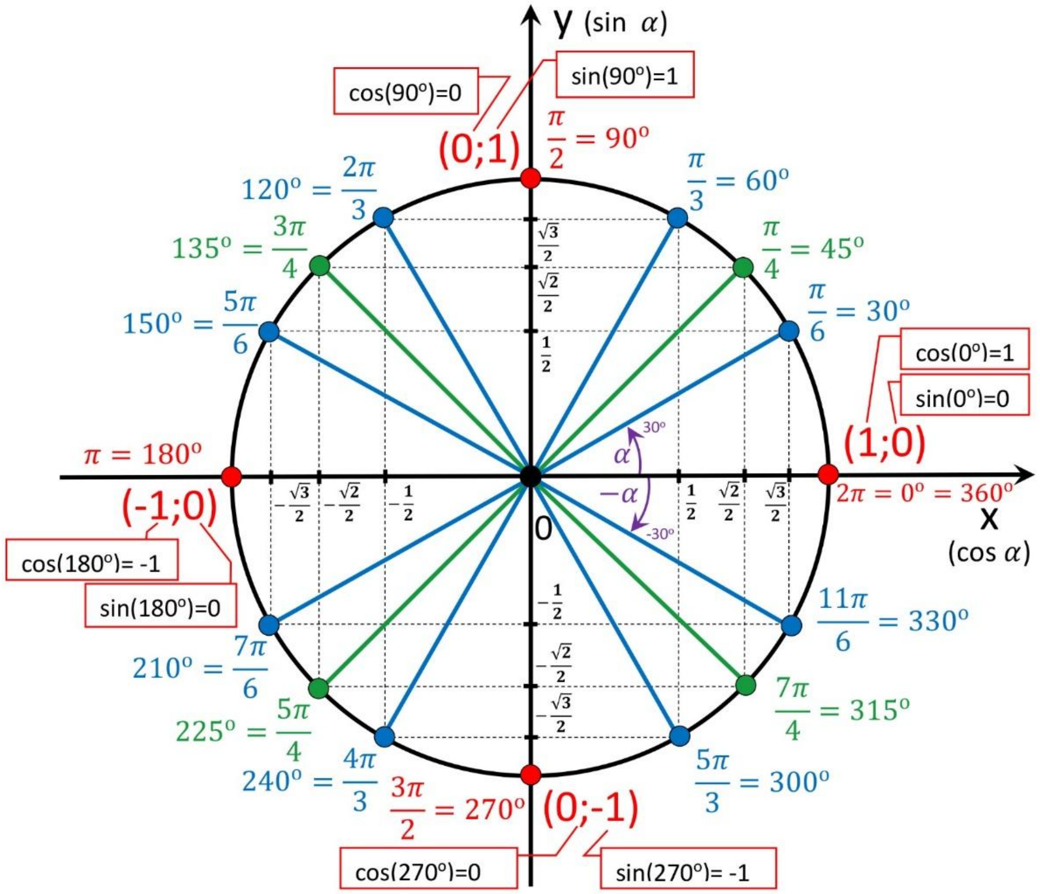
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ТРИГОНОМЕТРИИ



Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1;$	$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1;$
$tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha};$	$1 + tg^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha};$
$ctg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha};$	$1 + ctg^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}.$

ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

$$tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\cdot tg\beta}$$

$$ctg(\alpha-\beta)=\frac{ctg\alpha-ctg\beta}{1+ctg\alpha\cdot ctg\beta}$$

$$tg(\alpha-\beta)=\frac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha\cdot tg\beta}$$

$$ctg(\alpha+\beta)=\frac{ctg\alpha+ctg\beta}{1-ctg\alpha\cdot ctg\beta}$$

Формулы двойного аргумента

$sin 2\alpha = 2 sin\alpha \cdot cos\alpha;$	$cos 2\alpha = cos^2 \alpha - sin^2 \alpha =$ $= 2 cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 sin^2 \alpha;$
$tg 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha} = \frac{2}{ctg\alpha - tg\alpha};$	$ctg 2\alpha = \frac{ctg^2\alpha - 1}{2ctg\alpha} = \frac{ctg\alpha - tg\alpha}{2}.$

Формулы тройного аргумента

$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha;$	$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha;$
$tg 3\alpha = \dfrac{3tg\alpha - tg^3\alpha}{1 - 3tg^2\alpha};$	$ctg 3\alpha = \dfrac{ctg^3\alpha - 3ctg\alpha}{3ctg^2\alpha - 1}.$

Формулы половинного аргумента (для синуса и косинуса формулы понижения степени)

$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos 2\alpha}{2};$	$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{\cos 2\alpha+1}{2};$
$tg\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha};$	$ctg\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}=\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}.$

Формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$	$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2};$
$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$	$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\beta-\alpha}{2};$
$tg\alpha \pm tg\beta = \frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta};$	$ctg\alpha \pm ctg\beta = \frac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}..$

Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму

$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{2};$
$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)}{2};$
$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)}{2}.$

Формулы приведения — это соотношения, которые позволяют перейти от тригонометрических функций синус, косинус, тангенс и котангенс с углами π/2±α, π±α, 3π/2±α, 2/π±α к этим же функциям угла α, который находится в первой четверти единичной окружности. Таким образом, формулы приведения «приводят» нас к работе с углами в пределе от 0 до 90 градусов, что очень удобно

Формулы приведения: список и таблицы

Всех вместе формул приведения есть 32 штуки. Но сразу предупрежу, что заучивать наизусть их нет необходимости! Нужно потратить немного времени и понять алгоритм их применения, тогда для вас не составит труда в нужный момент вывести необходимое равенство.

Сначала запишем все формулы приведения:

Для угла ($\frac{\pi}{2} \pm \alpha$) или ($90^\circ \pm \alpha$):

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha;\ \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha;\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha$$
$$tg\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = ctg\,\alpha;\ tg\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -ctg\,\alpha$$
$$ctg\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = tg\,\alpha;\ ctg\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -tg\,\alpha$$

Для угла ($\pi \pm \alpha$) или ($180^\circ \pm \alpha$):

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha;\ \sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$$
$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha;\ \cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$$
$$tg(\pi - \alpha) = -tg\,\alpha;\ tg(\pi + \alpha) = tg\,\alpha$$
$$ctg(\pi - \alpha) = -ctg\,\alpha;\ ctg(\pi + \alpha) = ctg\,\alpha$$

Для угла ($\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$) или ($270^\circ \pm \alpha$):

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos\alpha;\ \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$$
$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha;\ \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\alpha$$
$$tg\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = ctg\,\alpha;\ tg\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -ctg\,\alpha$$
$$ctg\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = tg\,\alpha;\ ctg\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -tg\,\alpha$$

Для угла ($2\pi \pm \alpha$) или ($360^\circ \pm \alpha$):

$$\sin(2\pi - \alpha) = -\sin\alpha;\ \sin(2\pi + \alpha) = \sin\alpha$$
$$\cos(2\pi - \alpha) = \cos\alpha;\ \cos(2\pi + \alpha) = \cos\alpha$$
$$tg(2\pi - \alpha) = -tg\,\alpha;\ tg(2\pi + \alpha) = tg\,\alpha$$
$$ctg(2\pi - \alpha) = -ctg\,\alpha;\ ctg(2\pi + \alpha) = ctg\,\alpha$$

Часто можно встретить формулы приведения в виде таблицы, где углы записаны в радианах:

Функция	Аргумент β						
	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi-\alpha$
sinβ	cosα	cosα	sinα	− sinα	− cosα	− cosα	− sinα
cosβ	sinα	− sinα	− cosα	− cosα	− sinα	sinα	cosα
tgβ	ctgα	− ctgα	− tgα	tgα	ctgα	− ctgα	− tgα
ctgβ	tgα	− tgα	− ctgα	ctgα	tgα	− tgα	− ctgα

Чтобы воспользоваться ею, нужно выбрать строку с нужной нам функцией, и столбец с нужным аргументом. Например, чтобы узнать с помощью таблицы, чему будет равно $\sin(\pi+\alpha)$, достаточно найти ответ на пересечении строки $\sin\beta$ и столбца $\pi+\alpha$. Получим $\sin(\pi+\alpha) = -\sin\alpha$.

И вторая, аналогичная таблица, где углы записаны в градусах:

Функция	Аргумент β						
	90° − α	90° + α	180° − α	180° + α	270° − α	270° + α	360° − α
sinβ	cosα	cosα	sinα	− sinα	− cosα	− cosα	− sinα
cosβ	sinα	− sinα	− cosα	− cosα	− sinα	sinα	cosα
tgβ	ctgα	− ctgα	− tgα	tgα	ctgα	− ctgα	− tgα
ctgβ	tgα	− tgα	− ctgα	ctgα	tgα	− tgα	− ctgα

Задание:

1. Записать все формулы тригонометрии
2. Изучить мнемоническое правило формул приведения или как их запомнить

https://matemonline.com/dh/тригонометрия/formuly-privedenija/

3. Сделать ВСР 14