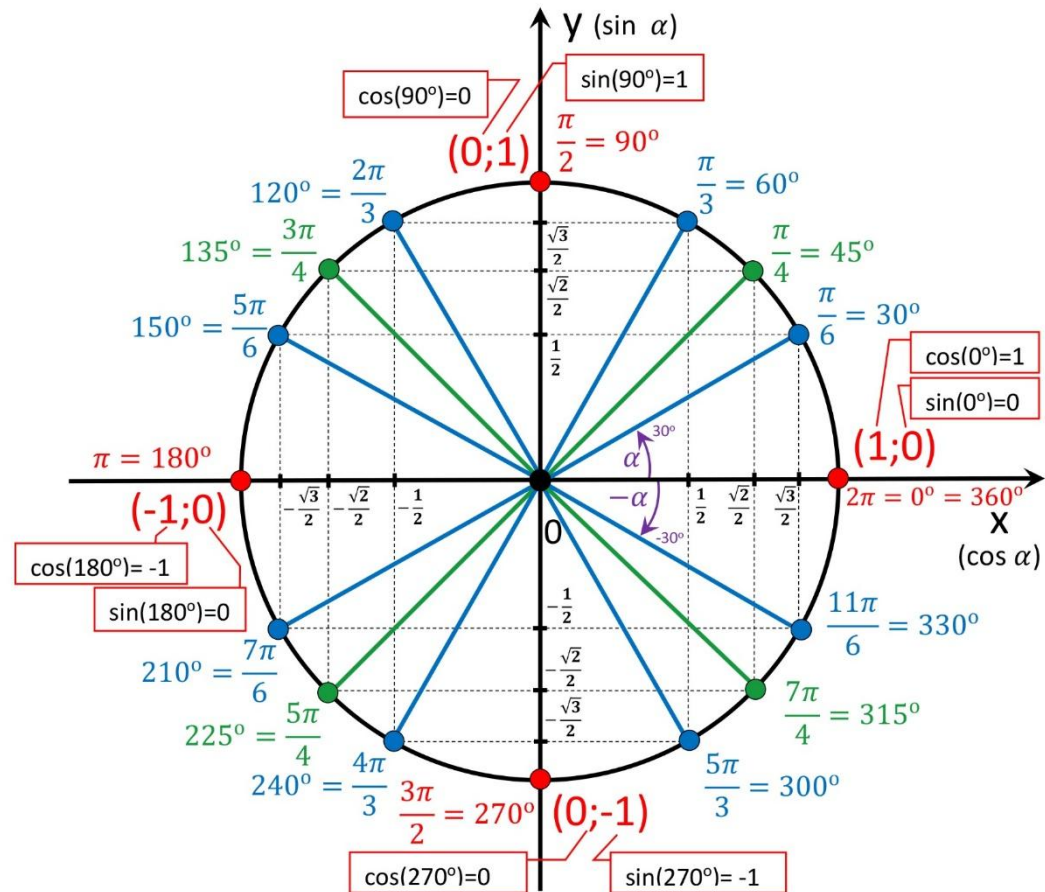


ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ТРИГОНОМЕТРИИ



Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1;$	$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1;$
$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha};$	$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha};$
$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$	$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$

ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta}{1 + \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}{1 - \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta}$$

Формулы двойного аргумента

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha;$	$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \\ &= 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha; \end{aligned}$
$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha};$	$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}{2}.$

Формулы тройного аргумента

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha;$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha;$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$\operatorname{ctg} 3\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^3 \alpha - 3 \operatorname{ctg} \alpha}{3 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}.$$

**Формулы половинного аргумента (для синуса и косинуса формулы
понижения степени)**

$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2};$	$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{\cos 2\alpha + 1}{2};$
$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha};$	$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}.$

**Формулы преобразования суммы тригонометрических функций в
произведение**

$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$	$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2};$
$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$	$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\beta - \alpha}{2};$
$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta};$	$\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta} \dots$

Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2};$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)}{2};$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)}{2}.$$



Формулы приведения — это соотношения, которые позволяют перейти от тригонометрических функций синус, косинус, тангенс и котангенс с углами $\pi/2 \pm \alpha$, $\pi \pm \alpha$, $3\pi/2 \pm \alpha$, $2\pi \pm \alpha$ к этим же функциям угла α , который находится в первой четверти единичной окружности. Таким образом, формулы приведения «приводят» нас к работе с углами в пределах от 0 до 90 градусов, что очень удобно

Формулы приведения: список и таблицы

Всех вместе формул приведения есть 32 штуки. Но сразу предупрежу, что заучивать наизусть их нет необходимости! Нужно потратить немного времени и понять алгоритм их применения, тогда для вас не составит труда в нужный момент вывести необходимое равенство.

Сначала запишем все формулы приведения:

Для угла $(\frac{\pi}{2} \pm \alpha)$ или $(90^\circ \pm \alpha)$:

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \cos \alpha; \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \sin \alpha; \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha \\ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \operatorname{ctg} \alpha; \quad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg} \alpha \\ \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \operatorname{tg} \alpha; \quad \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{tg} \alpha\end{aligned}$$

Для угла $(\pi \pm \alpha)$ или $(180^\circ \pm \alpha)$:

$$\begin{aligned}\sin(\pi - \alpha) &= \sin \alpha; \quad \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha; \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha \\ \operatorname{tg}(\pi - \alpha) &= -\operatorname{tg} \alpha; \quad \operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha \\ \operatorname{ctg}(\pi - \alpha) &= -\operatorname{ctg} \alpha; \quad \operatorname{ctg}(\pi + \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha\end{aligned}$$

Для угла $(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha)$ или $(270^\circ \pm \alpha)$:

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) &= -\cos \alpha; \quad \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha \\ \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) &= -\sin \alpha; \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha \\ \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) &= \operatorname{ctg} \alpha; \quad \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg} \alpha \\ \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) &= \operatorname{tg} \alpha; \quad \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{tg} \alpha\end{aligned}$$

Для угла $(2\pi \pm \alpha)$ или $(360^\circ \pm \alpha)$:

$$\begin{aligned}\sin(2\pi - \alpha) &= -\sin \alpha; \quad \sin(2\pi + \alpha) = \sin \alpha \\ \cos(2\pi - \alpha) &= \cos \alpha; \quad \cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha \\ \operatorname{tg}(2\pi - \alpha) &= -\operatorname{tg} \alpha; \quad \operatorname{tg}(2\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha \\ \operatorname{ctg}(2\pi - \alpha) &= -\operatorname{ctg} \alpha; \quad \operatorname{ctg}(2\pi + \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha\end{aligned}$$

Часто можно встретить формулы приведения в виде таблицы, где углы записаны в радианах:

Функция	Аргумент β						
	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$
$\sin\beta$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$
$\cos\beta$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$
$\operatorname{tg}\beta$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$
$\operatorname{ctg}\beta$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$

Чтобы воспользоваться ею, нужно выбрать строку с нужной нам функцией, и столбец с нужным аргументом. Например, чтобы узнать с помощью таблицы, чему будет равно $\sin(\pi + \alpha)$, достаточно найти ответ на пересечении строки $\sin\beta$ и столбца $\pi + \alpha$. Получим $\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$.

И вторая, аналогичная таблица, где углы записаны в градусах:

Функция	Аргумент β						
	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$	$270^\circ - \alpha$	$270^\circ + \alpha$	$360^\circ - \alpha$
$\sin\beta$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$
$\cos\beta$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$
$\operatorname{tg}\beta$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$
$\operatorname{ctg}\beta$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$

Задание:

1. Записать все формулы тригонометрии
2. Изучить мнемоническое правило формул приведения или как их запомнить
<https://matemonline.com/dh/тригонометрия/formuly-privedenija/>
3. Сделать ВСР 14