

# Нормальные формы булевых функций.

**Конъюнктивным одночленом** от переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$  называется конъюнкция этих переменных или их отрицаний.

$$x_1 \wedge x_2 \wedge x_3$$

$$x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_2}$$

**Дизъюнктивным одночленом** от переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$  называется дизъюнкция этих переменных или их отрицаний.

$$x_1 \vee x_2 \vee x_3$$

$$x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_2}$$

**Конъюнктивной нормальной формой (КНФ)**

называется произвольная конъюнкция

дизъюнктивных одночленов.

$$(x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_1}) \wedge (x_1 \vee x_3)$$

**Дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ)**

называется произвольная дизъюнкция

конъюнктивных одночленов.

$$(x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee \overline{x_2}$$

Всякую формулу равносильными преобразованиями можно привести к **ДНФ** и **КНФ**.

**Алгоритм:**

- 1) Избавиться от операций импликации, эквивалентности, штрих Шеффера, стрелка Пирса, сложение по модулю два;
- 2) Довести знаки отрицания до независимых переменных, используя законы де Моргана;
- 3) Применяя закон дистрибутивности, преобразовать формулу к дизъюнкции конъюнктивных одночленов (конъюнкции дизъюнктивных одночленов):

**Замечание:** Для того чтобы проверить правильно ли привели формулу к КНФ и ДНФ, можно построить таблицы истинности первоначальной и получившихся формул. Последние столбцы таблиц этих формул должны принимать одинаковые значения истинности.

Одночлен от некоторых переменных называется **совершенным**, если каждая из этих переменных входит в него ровно один раз, со знаком отрицания или без него.

Нормальная форма от некоторых переменных называется **совершенной**, если каждый входящий в нее одночлен является совершенным одночленом от тех же самых переменных. (**СДНФ** и **СКНФ**)

$(x_1 \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2})$  – СКНФ от двух переменных  $x_1$  и  $x_2$

**Теорема 1:** Если формула не тождественно истинная, то для нее существует и при том единственная СКНФ.

**Теорема 2:** Если формула не тождественно ложная, то для нее существует и при том единственная СДНФ.

## **Алгоритм нахождения СДНФ:**

- 1) Строим таблицу истинности;**
- 2) Выбираем те строки таблицы, на которых формула принимает значение истина;**
- 3) Для каждой выбранной строки строим конъюнктивный одночлен из переменных, от которых зависит формула следующим образом: если переменная в строке принимает значение истина, то она непосредственно входит в элементарную конъюнкцию, если ложь, то она входит с отрицанием;**
- 4) Из конъюнктивных одночленов составляем СДНФ.**

## **Алгоритм нахождения СКНФ:**

- 1) Строим таблицу истинности;**
- 2) Выбираем те строки таблицы, на которых формула принимает значение ложь;**
- 3) Для каждой выбранной строки строим дизъюнктивный одночлен из переменных, от которых зависит формула следующим образом: если переменная в строке принимает значение ложь, то она сама входит в элементарную дизъюнкцию, если истина, то она входит с отрицанием;**
- 4) Из дизъюнктивных одночленов составляем СКНФ.**