СТЕПЕНИ
И
КОРНИ

для 1 ТЭО-20

Определение

Корнем n-ой степени из числа а называется такое число, n-я степень которого равна а.

$$\sqrt[n]{a} = x,$$

$$то есть\, x^n = a$$

Примеры

1) $\sqrt[3]{27} = 3; \quad 3^3 = 27$

2) $\sqrt[4]{256} = 4; \quad 4^4 = 256$

3) $\sqrt[5]{0{,}00243} = 0{,}3; \quad 0{,}3^5 = 0{,}00243$

4) $\sqrt[3]{1000000} = 100; \quad 100^3 = 1000000$

5) $\sqrt[3]{64000} = 40; \quad 40^3 = 64000$

6) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$

Свойства корня n-ой степени

1) $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

2) $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

3) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

4) $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

5) $\sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} = \sqrt[n]{a^m}$

6) $\sqrt[n]{a^n} = a$

Свойства степени с рациональным показателем (для $n \in Q$, $k \in Q$)

1° $a^0 = 1$, где $a \neq 0$

2° $a^1 = a$

3° $a^{-1} = \frac{1}{a}$, где $a \neq 0$

4° $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, где $a \neq 0$

5° $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$

6° $\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$, где $a \neq 0$

7° $\left(a^n\right)^k = a^{nk}$

8° $a^n \cdot b^n = (ab)^n$

9° $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$, где $b \neq 0$

10° $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, где $a \neq 0$, $b \neq 0$

Если a –положительное число, $\frac{m}{n}$ – дробное число,

(m – целое число, n –натуральное число), то

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

- ***Представьте в виде степени с дробным показателем:***

1. $\sqrt{7} = 7^{\frac{1}{2}}$
2. $\sqrt[9]{a^4} = a^{\frac{4}{9}}$
3. $\dfrac{3}{\sqrt{2}} = 3 \cdot 2^{-\frac{1}{2}}$
4. $b\sqrt{b} = b \cdot b^{\frac{1}{2}} = b^{1,5}$
5. $\sqrt{(x+y)^3} = (x+y)^{\frac{3}{2}} = (x+y)^{1,5}$

$$\square - \frac{\square\square}{\square\square}\square^{-\square\square} = \square - \frac{\square\square}{\square\square}\square^{\square\square}$$

а) $4^{-2}=\frac{1}{4^2}=\frac{1}{16}$;

б) $(-3)^{-3}=\frac{1}{(-3)^3}=\frac{1}{-27}=-\frac{1}{27}$;

в) $(-1)^{-9}=\frac{1}{(-1)^9}=-1$;

е) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}=\frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^3}=-\frac{1}{\frac{8}{27}}=-\frac{27}{8}=-3\frac{3}{8}$;

з) $\left(-2\frac{2}{5}\right)^{-2}=\left(-\frac{12}{5}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(-\frac{12}{5}\right)^2}=\frac{1}{\frac{144}{25}}=\frac{25}{144}$;

к) $1{,}125^{-1}=\left(1\frac{125}{1000}\right)^{-1}=\left(1\frac{1}{8}\right)^{-1}=\left(\frac{9}{8}\right)^{-1}=\frac{1}{\frac{9}{8}}=\frac{8}{9}$.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^{n}}$$

Заменить степень с целым показателем дробью:

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5};$$

$$4^{-2} = \frac{1}{4^2};$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a^1};$$

$$b^{-20} = \frac{1}{b^{20}};$$

$$(ab)^{-3} = \frac{1}{a^3b^3};$$

1. Вычислите

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 49^{\frac{1}{2}} - 25^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{-\frac{1}{2}} =$$

$$= 16^{1/2} \cdot 49^{1/2} - 25^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{1/2} =$$

$$= \sqrt{16} \cdot \sqrt{49} - \sqrt{25} \cdot \sqrt{1/4} = 4 \cdot 7 - 5 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= 28 - 2{,}5 = 25{,}5$$

2. Упростите выражение

а) $\left(\frac{49c^6}{121a^8}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{49c^6}{121a^8}} = \frac{\sqrt{49}\cdot\sqrt{c^6}}{\sqrt{121}\cdot\sqrt{a^8}} =$

$= \frac{7\cdot c^3}{11\cdot a^4}$

б) $\sqrt[5]{ab^7c}\cdot\sqrt[10]{a^8b^3c^4} =$

$= \sqrt[10]{a^2b^{14}c^2}\cdot\sqrt[10]{a^8b^3c^4} =$

$= \sqrt[10]{a^2b^{14}c^2\cdot a^8\cdot b^3\cdot c^4} = \sqrt[10]{a^{10}b^{17}c^6} =$

$= a\sqrt[10]{b^{17}}\sqrt[5]{c^3}$

СТЕПЕНИ И КОРНИ

1. Вычислить

$(\frac{1}{4})^{-1/2} \cdot 25^{1/2} - 81^{1/2} \cdot 9^{-1/2}$; $(\frac{1}{9})^{-1/2} \cdot 64^{1/2} - 36^{1/2} \cdot 4^{-1/2}$

2. Упростить выражение

а) $(\frac{a^2}{a^{-3}})^{-4}$ б) $x^{3/4} : \sqrt[4]{x}$ в) $(\frac{16в^6}{9a^3})^{1/2}$ г) $(\frac{a^3}{a^{-2}})^{-5}$ д) $x^{5/4} : \sqrt[4]{x}$

е) $(\frac{25в^3}{4a^{12}})^{1/2}$

3. Вычислить

$(\frac{1}{25})^{-1/2} \cdot 7^{-1} - (\frac{1}{9})^{-1/2} \cdot 2^{-2}$; $(\frac{1}{49})^{-1/2} \cdot 8^{-1} - (\frac{1}{4})^{-1/2} \cdot 3^{-2}$

4. Упростите выражение

а) $\sqrt[4]{16a^8в^{16}}$ б) $\sqrt[3]{343\text{[illegible]}^{12}\text{[illegible]}^{9}}$ в) $\sqrt[5]{\frac{\text{[illegible]}^{10}\text{[illegible]}^{20}}{32\text{[illegible]}^{15}}}$

5. Упростите выражение

а) $\sqrt[6]{\text{[illegible]}^{2}\text{[illegible]}^{3}}$ [illegible] $\sqrt[12]{\text{[illegible]}^{3}\text{[illegible]}^{2}\text{[illegible]}}$ б) $\sqrt[4]{\text{[illegible]}^{2}\text{[illegible]}^{5}\text{[illegible]}} \cdot \sqrt[8]{\text{[illegible]}^{3}\text{[illegible]}^{2}\text{[illegible]}^{5}}$

6 .Упростите выражение

а) $(a - \sqrt{\text{[illegible]}})(a + \sqrt{\text{[illegible]}})$ b) $(\sqrt{\text{[illegible]}} + \sqrt{\text{[illegible]}})(x - \sqrt{\text{[illegible]}} + y)$