

СТЕПЕНИ И КОРНИ

для 1 ТЭО-20



Определение

Корнем n -ой степени из числа a называется такое число, n -я степень которого равна a .

$$\sqrt[n]{a} = x,$$

$$\text{то есть } x^n = a$$

Примеры

$$1) \quad \sqrt[3]{27} = 3; \quad 3^3 = 27$$

$$2) \quad \sqrt[4]{256} = 4; \quad 4^4 = 256$$

$$3) \quad \sqrt[5]{0,00243} = 0,3; \quad 0,3^5 = 0,00243$$

$$4) \quad \sqrt[3]{1000000} = 100; \quad 100^3 = 1000000$$

$$5) \quad \sqrt[3]{64000} = 40; \quad 40^3 = 64000$$

$$6) \quad \sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$$

Свойства корня n -ой степени

$$1) \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$4) \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

$$2) \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$5) \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$3) \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$6) \sqrt[n]{a^n} = a$$

Свойства степени с рациональным показателем (для $n \in \mathbb{Q}$, $k \in \mathbb{Q}$)

$$1^\circ a^0 = 1, \text{ где } a \neq 0$$

$$2^\circ a^1 = a$$

$$3^\circ a^{-1} = \frac{1}{a}, \text{ где } a \neq 0$$

$$4^\circ a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ где } a \neq 0$$

$$5^\circ a^n \cdot a^k = a^{n+k}$$

$$6^\circ \frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}, \text{ где } a \neq 0$$

$$7^\circ (a^n)^k = a^{nk}$$

$$8^\circ a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$9^\circ \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \text{ где } b \neq 0$$

$$10^\circ \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, \text{ где } a \neq 0, b \neq 0$$



Если a – положительное число, $\frac{m}{n}$ – дробное число,
(m – целое число, n – натуральное число), то

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

• Представьте в виде степени с дробным показателем:

1. $\sqrt{7} = 7^{\frac{1}{2}}$

2. $\sqrt[9]{a^4} = a^{\frac{4}{9}}$

3. $\frac{3}{\sqrt{2}} = 3 \cdot 2^{-\frac{1}{2}}$


4. $b\sqrt{b} = b \cdot b^{\frac{1}{2}} = b^{1,5}$

5. $\sqrt{(x+y)^3} = (x+y)^{\frac{3}{2}} = (x+y)^{1,5}$





$$\begin{array}{c} \boxed{\times} \\ \boxed{\times} \\ \boxed{-} \\ \boxed{\times} \\ \boxed{\times} \end{array} - \boxed{\times} = \begin{array}{c} \boxed{\times} \\ \boxed{\times} \\ \boxed{-} \\ \boxed{\times} \\ \boxed{\times} \end{array} \boxed{\times}$$



a) $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16};$

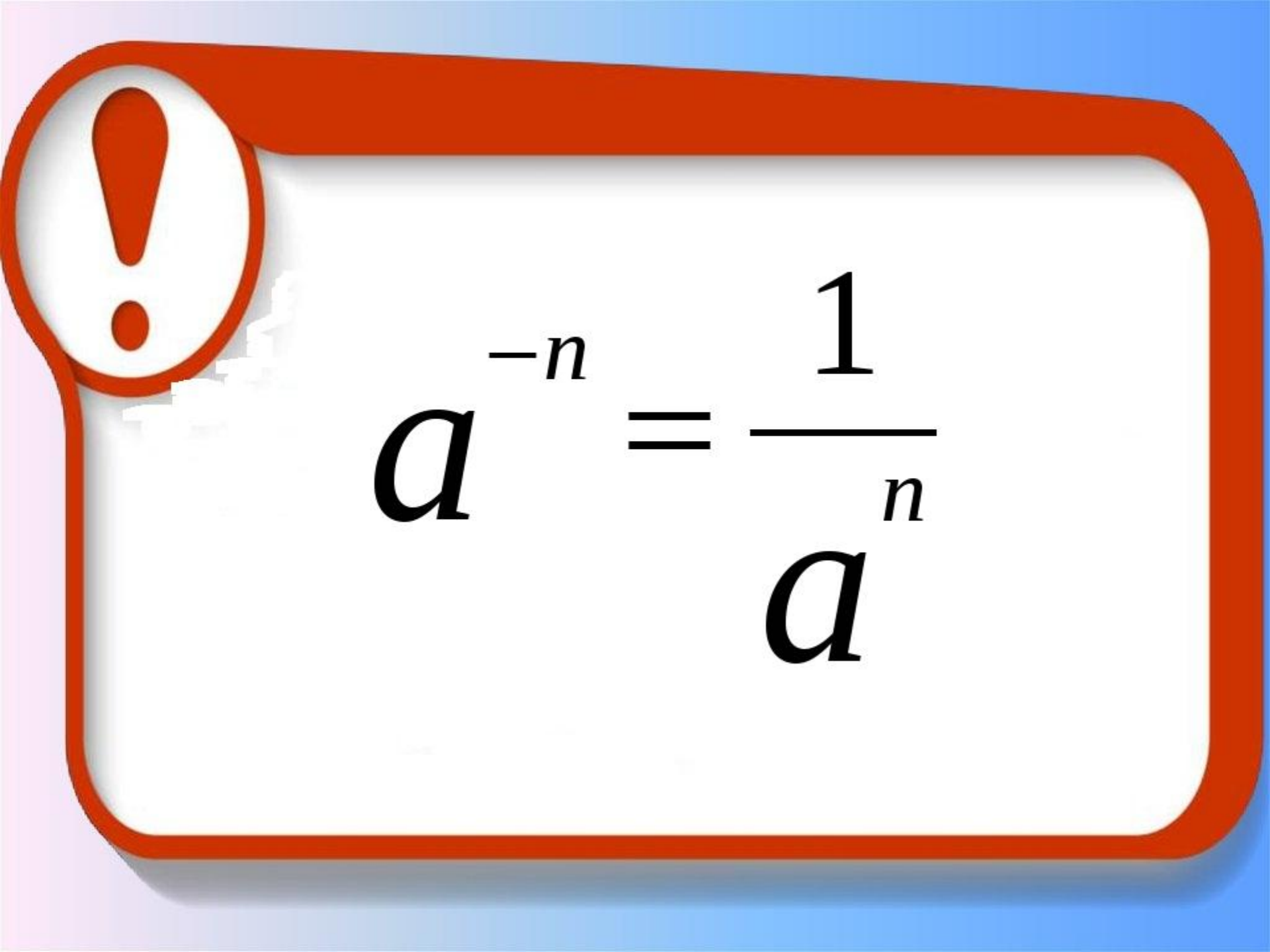
б) $(-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = \frac{1}{-27} = -\frac{1}{27};$

в) $(-1)^{-9} = \frac{1}{(-1)^9} = -1;$

г) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^3} = -\frac{1}{\frac{8}{27}} = -\frac{27}{8} = -3\frac{3}{8};$

д) $\left(-2\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{12}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(-\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{144}{25}} = \frac{25}{144};$

е) $1,125^{-1} = \left(1\frac{125}{1000}\right)^{-1} = \left(1\frac{1}{8}\right)^{-1} = \left(\frac{9}{8}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{9}{8}} = \frac{8}{9}.$


$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Заменить степень с целым показателем дробью:

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5};$$

$$4^{-2} = \frac{1}{4^2};$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a^1};$$

$$b^{-20} = \frac{1}{b^{20}};$$

$$(ab)^{-3} = \frac{1}{a^3 b^3};$$

1. Potenzreine

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 49^{\frac{1}{2}} - 25^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{-\frac{1}{2}} =$$


$$= 16^{\frac{1}{2}} \cdot 49^{\frac{1}{2}} - 25^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \sqrt{16} \cdot \sqrt{49} - \sqrt{25} \cdot \sqrt{1/4} = 4 \cdot 7 - 5 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= 28 - 2,5 = 25,5$$

2. Упростите выражение

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\frac{49c^6}{121a^8} \right)^{1/2} &= \sqrt{\frac{49c^6}{121a^8}} = \frac{\sqrt{49} \cdot \sqrt{c^6}}{\sqrt{121} \cdot \sqrt{a^8}} = \\ &= \frac{7 \cdot c^3}{11 \cdot a^4} \end{aligned}$$


$$b) \sqrt[5]{ab^7c} \cdot \sqrt[10]{a^8b^3c^4} =$$

$$= \sqrt[10]{a^2b^{14}c^2} \cdot \sqrt[10]{a^8b^3c^4} =$$

$$= \sqrt[10]{a^2b^{14}c^2 \cdot a^8b^3c^4} = \sqrt[10]{a^{10}b^{17}c^6} =$$

$$= a \sqrt[10]{b^{17}} \sqrt[5]{c^3}$$

СТЕПЕНИ И КОРНИ

1. Вычислить

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-1/2} \cdot 25^{1/2} - 81^{1/2} \cdot 9^{-1/2} ; \quad \left(\frac{1}{9}\right)^{-1/2} \cdot 64^{1/2} - 36^{1/2} \cdot 4^{-1/2}$$

2. Упростить выражение

а) $\left(\frac{a^2}{a-3}\right)^{-4}$ б) $x^{3/4} : \sqrt[4]{x}$ в) $\left(\frac{16b^6}{9a^3}\right)^{1/2}$ г) $\left(\frac{a^3}{a-2}\right)^{-5}$ д) $x^{5/4} : \sqrt[4]{x}$
 е) $\left(\frac{25b^3}{4a^{12}}\right)^{1/2}$

3. Вычислить

$$\left(\frac{1}{25}\right)^{-1/2} \cdot 7^{-1} - \left(\frac{1}{9}\right)^{-1/2} \cdot 2^{-2} ; \quad \left(\frac{1}{49}\right)^{-1/2} \cdot 8^{-1} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1/2} \cdot 3^{-2}$$

4. Упростите выражение

а) $\sqrt[4]{16a^8b^{16}}$ б) $\sqrt[3]{343x^{12}y^9}$ в) $\sqrt[5]{\frac{10x^{20}}{32y^{15}}}$

5. Упростите выражение

а) $\sqrt[3]{27x^3} \cdot \sqrt[2]{3x^2}$ б) $\sqrt[4]{2x^2} \cdot \sqrt[5]{3x^2}$

6. Упростите выражение

а) $(a - \sqrt{x})(a + \sqrt{x})$ б) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)$

