

# Обобщенная математическая модель системы мониторинга

## Математическая модель детерминированного процесса единого закона динамики старения

Входным сигналом системы диагностики и мониторинга (СДМ), который она должна выделить из всего многообразия измеряемых параметров, является сигнал, соответствующий потере работоспособности (старен  $\{S(t)\}$  объекта .

# Обобщенная математическая модель системы мониторинга

## Математическая модель детерминированного процесса единого закона динамики старения

Входным сигналом системы диагностики и мониторинга (СДМ), который она должна выделить из всего многообразия измеряемых параметров, является сигнал, соответствующий потере работоспособности (старен  $\{S(t)\}$  объекта .

**Старение** – процесс изменения состояния объекта, вызываемый взаимодействием составных частей объекта, а также воздействием на объект рабочих процессов и внешней среды и заключающийся в ухудшении показателей работоспособности.

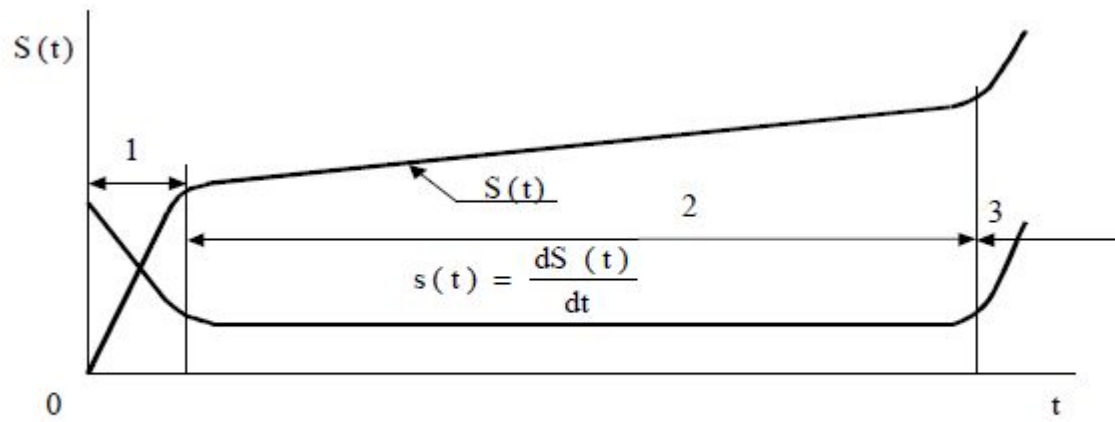
# Обобщенная математическая модель системы мониторинга

## Математическая модель детерминированного процесса единого закона динамики старения

Входным сигналом системы диагностики и мониторинга (СДМ), который она должна выделить из всего многообразия измеряемых параметров, является сигнал, соответствующий потере работоспособности (старение  $\{S(t)\}$ ) объекта .

**Старение** – процесс изменения состояния объекта, вызываемый взаимодействием составных частей объекта, а также воздействием на объект рабочих процессов и внешней среды и заключающийся в ухудшении показателей работоспособности.

**Процесс старения** представляет собой детерминированную функцию времени, совпадающую с точностью до масштаба с **функцией риска** (вероятность отказа), которая описывает риск возникновения соответствующего отказа (аварии, опасной ситуации или производственной неполадки). Математическая модель детерминированного процесса единого закона динамики старения элементов технических устройств, обычно называемого единой кривой старения для простейшего случая имеет вид:



. Классическая функция старения  $S(t)$  и скорость износа  $\dot{S}(t)$  – искомые входные сигналы СДМ, подлежащие выделению из смеси с шумом и мониторингу

$S(t)$  – детерминированный закон старения объекта, выражающий долю израсходованного запаса работоспособности  $R_0$  :

$$S_i(t) = R_{i0} \times Q_i(t) ,$$

$R(t)$  – доля остаточного (неизрасходованного) запаса работоспособности  $R_0$  и :

$$R_i(t) = R_{i0} \times P_i(t) = R_{i0} \times [1 - Q_i(t)] ,$$

где  $P(t)$  – функция надежности (вероятность безотказной работы);

$S(t)$  – детерминированный закон старения объекта, выражающий долю израсходованного запаса работоспособности  $R_0$  :

$$S_i(t) = R_{i0} \times Q_i(t) ,$$

$R(t)$  – доля остаточного (неизрасходованного) запаса работоспособности  $R_0$  и :

$$R_i(t) = R_{i0} \times P_i(t) = R_{i0} \times [1 - Q_i(t)] ,$$

где  $P(t)$  – функция надежности (вероятность безотказной работы);

скорость старения  
объекта:

$$\dot{S}(t) = R_0 \times \dot{Q}(t) = R_0 \times q(t) ,$$

$S(t)$  – детерминированный закон старения объекта, выражающий долю израсходованного запаса работоспособности  $R_0$  :

$$S_i(t) = R_{i0} \times Q_i(t) ,$$

$R(t)$  – доля остаточного (неизрасходованного) запаса работоспособности  $R_0$  и :

$$R_i(t) = R_{i0} \times P_i(t) = R_{i0} \times [1 - Q_i(t)] ,$$

где  $P(t)$  – функция надежности (вероятность безотказной работы);

скорость старения  
объекта:

$$\dot{S}(t) = R_0 \times \dot{Q}(t) = R_0 \times q(t) ,$$

скорость изменения запаса работоспособности:

$$\dot{R}(t) = R_0 \times \dot{P}(t) = R_0 \times f(t) ,$$

$f(t), q(t)$  – плотность распределения вероятности безотказной работы и плотность вероятности отказа объекта соответственно;

$\rho(t), \sigma(t)$  – критериальные функции скорости потери работоспособности и скорости старения имеют безразмерный вид и совпадают с соответствующими  $f(t), q(t)$  и плотностями :

$$\sigma(t) = \dot{S}(t) / R_0 = q(t), \quad \rho(t) = \dot{R}(t) / R_0 = f(t) = \exp \left[ \int_0^{T_w} \lambda_R(t) dt \right],$$

где  $R_0$  – начальный уровень, или начальный запас работоспособности по  $i$ -му параметру.



$\rho(t), \sigma(t)$  – критериальные функции скорости потери работоспособности и скорости старения имеют безразмерный вид и совпадают с соответствующими  $f(t), q(t)$  и плотностями :

$$\sigma(t) = \frac{\dot{S}(t)}{R_0} = q(t), \quad \rho(t) = \frac{\dot{R}(t)}{R_0} = f(t) = \exp \left[ \int_0^{T_w} \lambda_R(t) dt \right],$$

где  $R_0$  – начальный уровень, или начальный запас работоспособности по  $i$ -му параметру.

Каждому  $i$ -му параметру работоспособности соответствует свое значение начального уровня  $R_0$ . Например, при оценке величины износа коренного подшипника двигателя

соответствует максимально допустимому зазору с учетом  $R_0$  погрешности изготовления деталей и их сборки в двигателе. При оценке остаточного ресурса соответствует ресурсу, установленному для нового объекта, и значению вероятности отказа при и т.д.

$\rho(t), \sigma(t)$  – критериальные функции скорости потери работоспособности и скорости старения имеют безразмерный вид и совпадают с соответствующими  $f(t), q(t)$  и плотностями :

$$\sigma(t) = \frac{\dot{S}(t)}{R_0} = q(t), \quad \rho(t) = \frac{\dot{R}(t)}{R_0} = f(t) = \exp \left[ \int_0^{T_w} \lambda_R(t) dt \right],$$

где  $R_0$  – начальный уровень, или начальный запас работоспособности по  $i$ -му параметру.

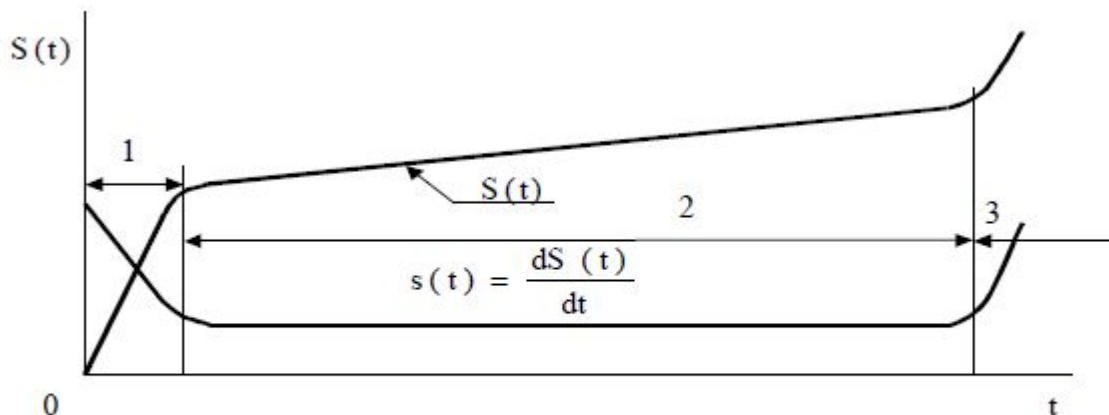
Каждому  $i$ -му параметру работоспособности соответствует свое значение начального уровня. Например, при оценке величины износа коренного подшипника двигателя

соответствует максимально допустимому зазору с учетом погрешности изготовления деталей и их сборки в двигателе. При оценке остаточного ресурса соответствует ресурсу, установленному для нового объекта, и значению вероятности отказа при

и т.д. Соотношения связывают вероятностные представления и критерии, в частности  $P(t)$  – функцию надежности и  $Q(t)$  – функцию отказа с детерминированными параметрами и процессами  $R(t)$  и  $S(t)$  и в самом общем виде выражаются экспоненциальной зависимостью с изменяющейся во времени интенсивностью утраты работоспособности  $\lambda_R(t)$ .

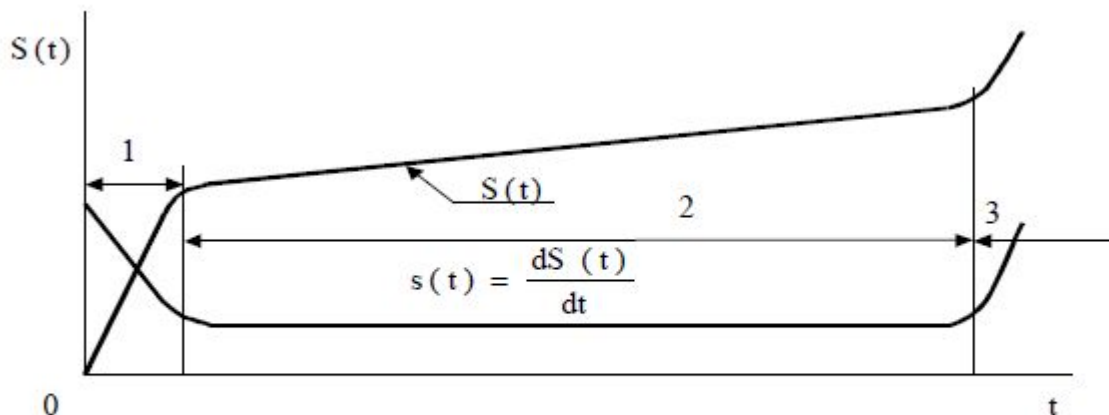
В связи с этим появляется возможность единообразно описать уравнения работоспособности для любых физических параметров и процессов: потери прочности, трения и износа, сопротивления коррозии, изменения функциональных параметров и т.д.

В связи с этим появляется возможность единообразно описать уравнения работоспособности для любых физических параметров и процессов: потери прочности, трения и износа, сопротивления коррозии, изменения функциональных параметров и т.д.



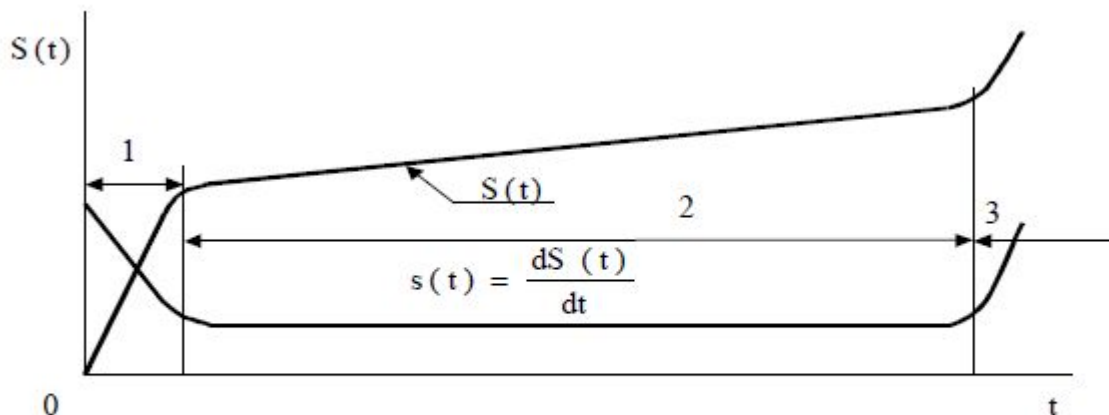
. Классическая функция старения  $S(t)$  и скорость износа  $s(t)$  – искомые входные сигналы СДМ, подлежащие выделению из смеси с шумом и мониторингу

В связи с этим появляется возможность единообразно описать уравнения работоспособности для любых физических параметров и процессов: потери прочности, трения и износа, сопротивления коррозии, изменения функциональных параметров и т.д.



. Классическая функция старения  $S(t)$  и скорость износа  $s(t)$  – искомые входные сигналы СДМ, подлежащие выделению из смеси с шумом и мониторингу

В связи с этим появляется возможность единообразно описать уравнения работоспособности для любых физических параметров и процессов: потери прочности, трения и износа, сопротивления коррозии, изменения функциональных параметров и т.д.



. Классическая функция старения  $S(t)$  и скорость износа  $\dot{S}(t)$  – искомые входные сигналы СДМ, подлежащие выделению из смеси с шумом и мониторингу

Типичный вид кривой старения  $S(t)$  и ее первой производной  $\dot{S}(t)$  – скорости старения позволяет выделить три участка: 1 – участок начального старения, часто называемого приработкой, характеризуется повышенной величиной скорости, которая падает со временем, 2 – участок нормального рабочего старения, часто имеющего постоянное значение скорости старения, 3 – участок катастрофического старения.

На этом участке начинается процесс быстрого разрушения и поломки агрегата.

Бинарные уравнения работоспособности и старения имеют вид:

$$P(t) = p_1 \times P_1(t) + p_2 \times P_2(t) = p_1 \times S_1(t) + p_2 \times S_2(t),$$

$$P_i(t) = \text{Exp} \left\{ - \left[ (t - t_0) / T_i \right]^{\alpha_i} \right\}, \quad \sum p_i = 1, \quad i = 1, 2, \dots$$

$p_i$  – весовые  
коэффициенты;

Бинарные уравнения работоспособности и старения имеют вид:

$$P(t) = p_1 \times P_1(t) + p_2 \times P_2(t) = p_1 \times S_1(t) + p_2 \times S_2(t),$$

$$P_i(t) = \text{Exp} \left\{ - \left[ (t - t_0) / T_i \right]^{\alpha_i} \right\}, \quad \sum p_i = 1, \quad i = 1, 2, \dots$$

$p_i$  – весовые

коэффициенты;  $P_i(t) = \text{Exp} \left\{ - \left[ (t - t_0) / T_i \right]^{\alpha_i} \right\}$  – распределение Вейбулла - Гнеденко с параметрами  $T_i, \alpha_i, t_0$ .



Бинарные уравнения работоспособности и старения имеют вид:

$$P(t) = p_1 \times P_1(t) + p_2 \times P_2(t) = p_1 \times S_1(t) + p_2 \times S_2(t),$$

$$P_i(t) = \text{Exp} \left\{ - \left[ (t - t_0) / T_i \right]^{\alpha_i} \right\}, \quad \sum p_i = 1, \quad i = 1, 2, \dots$$

$p_i$  – весовые

коэффициенты;  $P_i(t) = \text{Exp} \left\{ - \left[ (t - t_0) / T_i \right]^{\alpha_i} \right\}$  – распределение Вейбулла - Гнеденко с параметрами  $T_i, \alpha_i, t_0$ .

Распределение Вейбулла - Гнеденко с параметрами  $T_i, \alpha_i, t_0$  описывает широкий класс законов распределения в теории надежности от экспоненциального, Рэлея и нормального до дельта-подобных функций, а также функций работоспособности и старения объектов. Это распределение хорошо описывает и тренды вибропараметров, соответствующие изменениям функции старения объектов и ее скорости.

СДМ должна выделить эти сигналы и предупредить персонал о достижении работоспособностью комплекса опасной границы перехода к предельному состоянию.

## **Блок-схема обобщенной модели системы мониторинга состояния агрегатов**

Диагностика, как единовременный акт, оценивает остаточную работоспособность агрегатов в момент получения результатов, отражающих прошлые условия его эксплуатации.

## **Блок-схема обобщенной модели системы мониторинга состояния агрегатов**

Диагностика, как единовременный акт, оценивает остаточную работоспособность агрегатов в момент получения результатов, отражающих прошлые условия его эксплуатации.

Мониторинг означает постоянное наблюдение, оценку и прогноз его состояния, при котором диагностирование агрегатов производится с необходимой частотой, а результаты диагностирования должны отражать непрерывную последовательность состояний агрегата в примыкающих интервалах времени. Мониторинг обеспечивает минимальные интервалы диагностирования, чтобы не пропустить аварийную ситуацию, вызванную резким ухудшением состояния агрегата не только вследствие износа, но, прежде всего, из-за отрицательного влияния человеческого фактора.

## **Блок-схема обобщенной модели системы мониторинга состояния агрегатов**

Диагностика, как единовременный акт, оценивает остаточную работоспособность агрегатов в момент получения результатов, отражающих прошлые условия его эксплуатации.

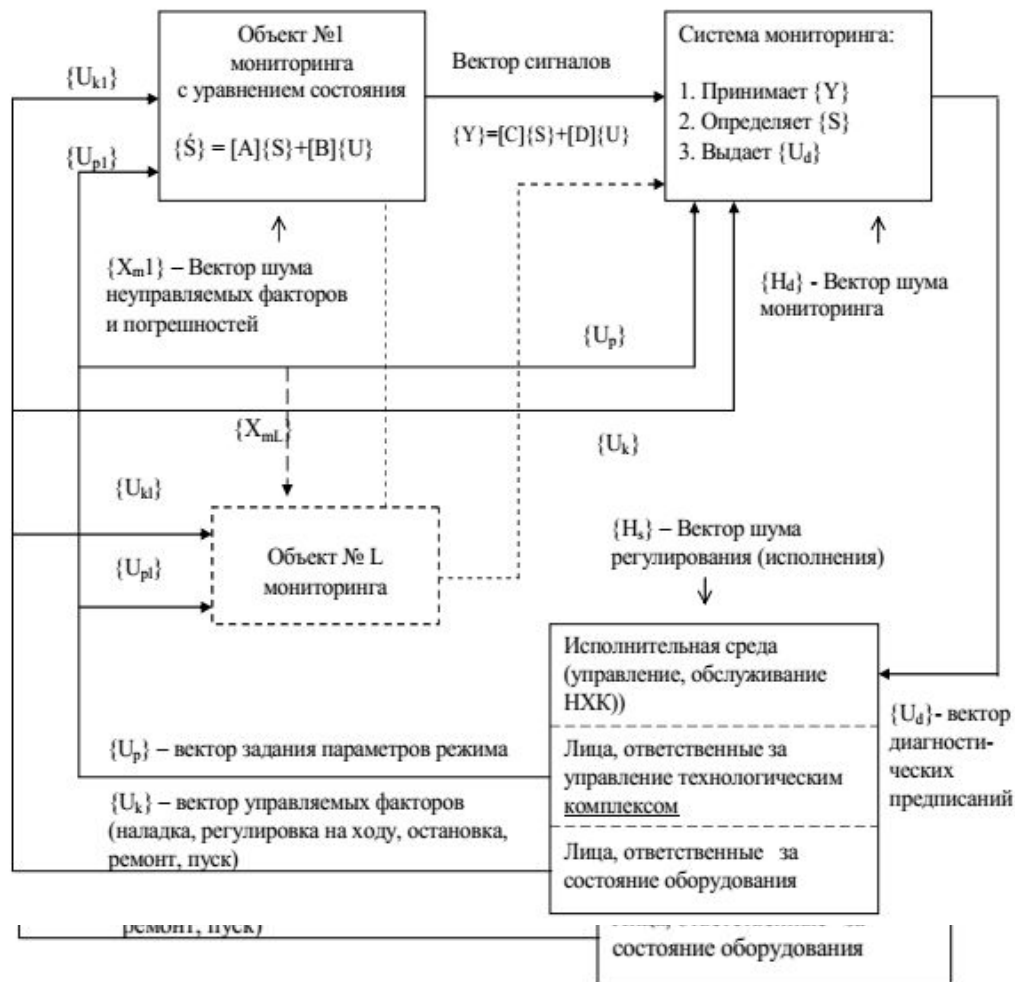
Мониторинг означает постоянное наблюдение, оценку и прогноз его состояния, при котором диагностирование агрегатов производится с необходимой частотой, а результаты диагностирования должны отражать непрерывную последовательность состояний агрегата в примыкающих интервалах времени. Мониторинг обеспечивает минимальные интервалы диагностирования, чтобы не пропустить аварийную ситуацию, вызванную резким ухудшением состояния агрегата не только вследствие износа, но, прежде всего, из-за отрицательного влияния человеческого фактора.

Отсюда становится ясным, что мониторинг агрегатов ответственных производств может осуществляться только автоматическими системами, полностью исключая человека оператора из процесса постановки диагноза, представления и доведения его результатов до лиц, принимающих решения. Это требует разработки соответствующей методологии создания систем автоматического мониторинга, которые по минимальной совокупности датчиков позволяют диагностировать и прогнозировать состояние агрегатов с необходимой достоверностью.

Актуальной частью этой методологии является разработка моделей работоспособности агрегатов на основе изучения реодинамики вибрационных процессов и кинетики разрушения.

# Блок-схема обобщенной модели системы мониторинга состояния агрегатов

Модель содержит три основных блока: объекты мониторинга, систему мониторинга и среду исполнения диагностических предписаний (обслуживающий персонал).



$\{X_m\}$  – вектор шума неуправляемых факторов и погрешностей изготовления, сборки и монтажа размерности  $m$ ;  
 $\{U_p\}$  – вектор входных воздействий, прежде всего режимов работы и нагрузки объекта  
 $\{U_k\}$  – вектор управляемых факторов, содержащий факторы, которые изменяются персоналом в процессе обслуживания оборудования, его наладки, регулировки на ходу, останове, ремонте и последующем пуске

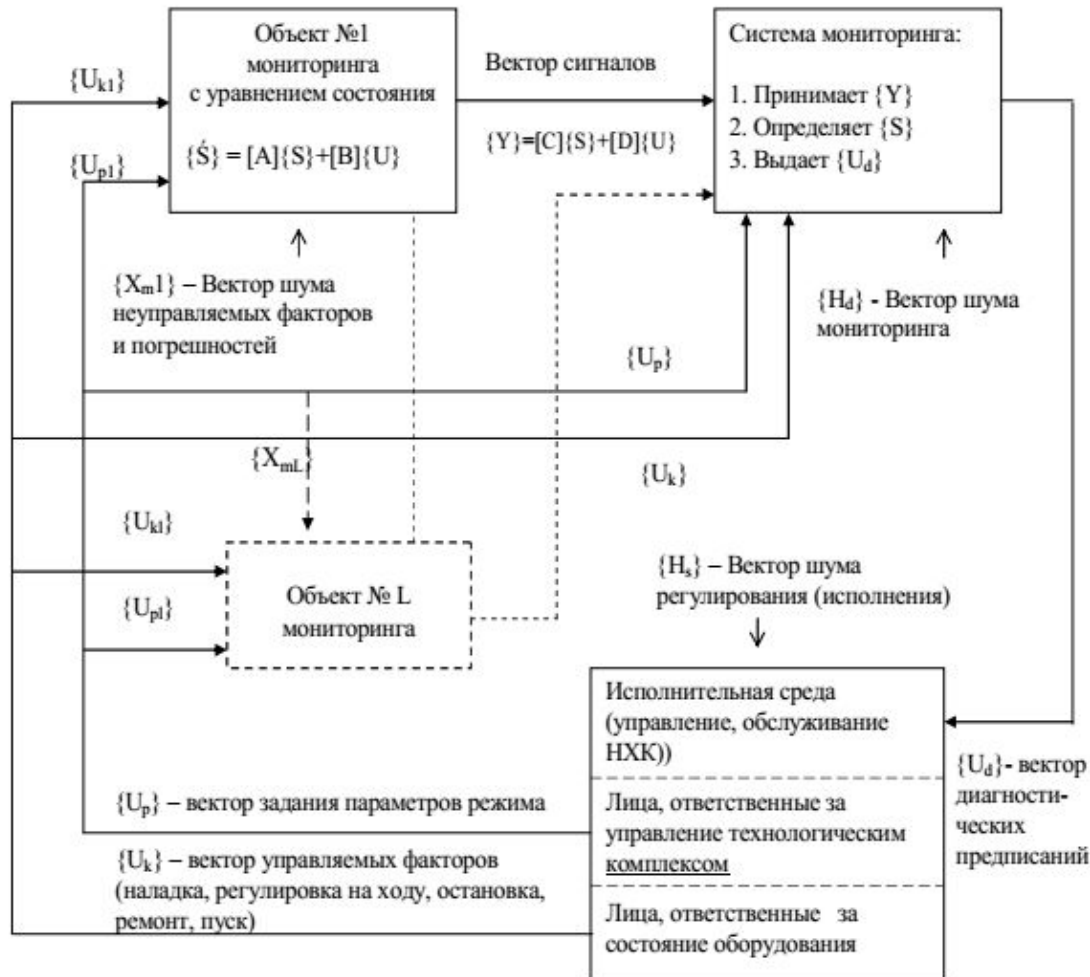
$\{Y_n\}$  – обобщенные диагностические признаки размерности  $n$

$\{S_n\}$  – вектор состояний

$\{U_d\}$  – вектор диагностических предписаний

$\{H_s\}$  – вектор шума регулирования (исполнения) .

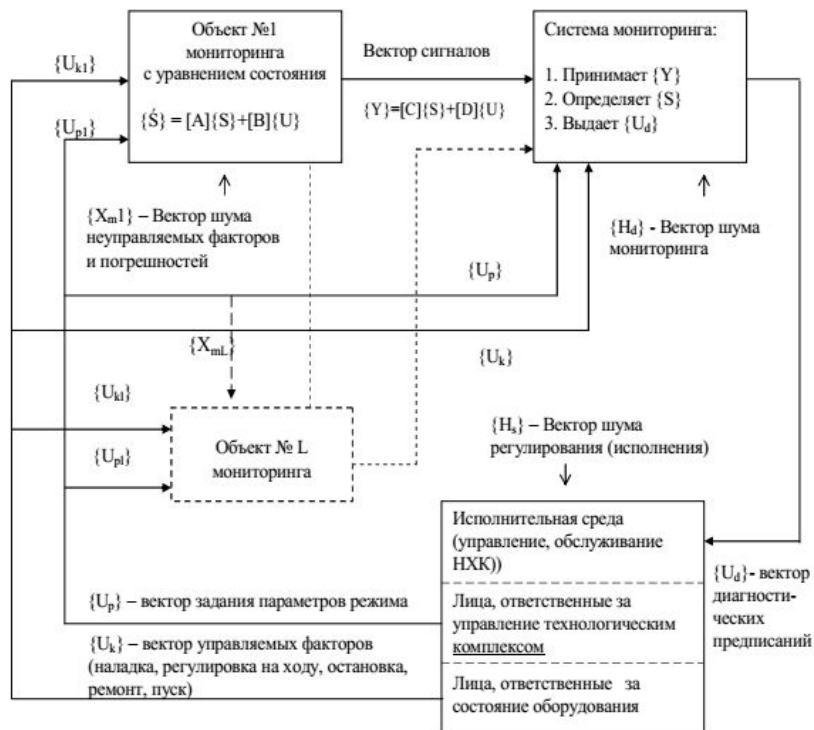
Объекты мониторинга, число которых может превышать десятки и сотни единиц оборудования ( $N \gg 1$ ), характеризуются следующими переменными.  $\{X_m\}$  - вектор шума неуправляемых факторов и погрешностей изготовления, сборки и монтажа размерности  $m$ . Вектор, параметры которого определяют погрешность, остаточную работоспособность и безопасность объекта.

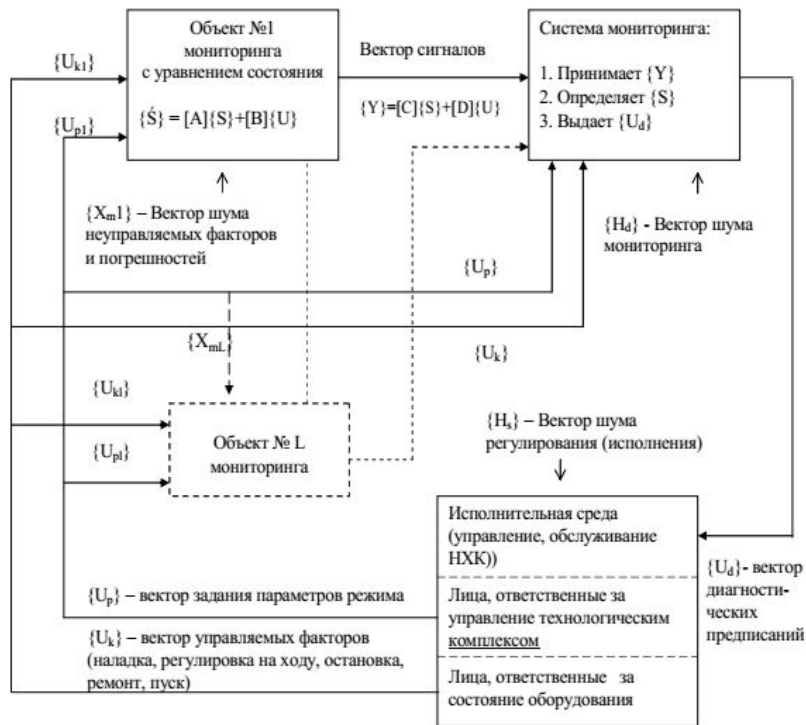


Объекты мониторинга, число которых может превышать десятки и сотни единиц оборудования ( $N \gg 1$ ), характеризуются следующими переменными.  $\{X_m\}$  - вектор шума неуправляемых факторов и погрешностей изготовления, сборки и монтажа размерности  $m$ . Вектор, параметры которого определяют погрешность, остаточную работоспособность и безопасность объекта.

В дальнейшем составляющие этого вектора будем называть структурными параметрами, поскольку они характеризуют внутренние погрешности, определяемые структурой механизма, машины или агрегата. Число этих параметров  $m$  определяет размерность вектора  $\{X_m\}$ . Именно для оценки этих параметров создается

#### СИСТЕМА МОНИТОРИНГА

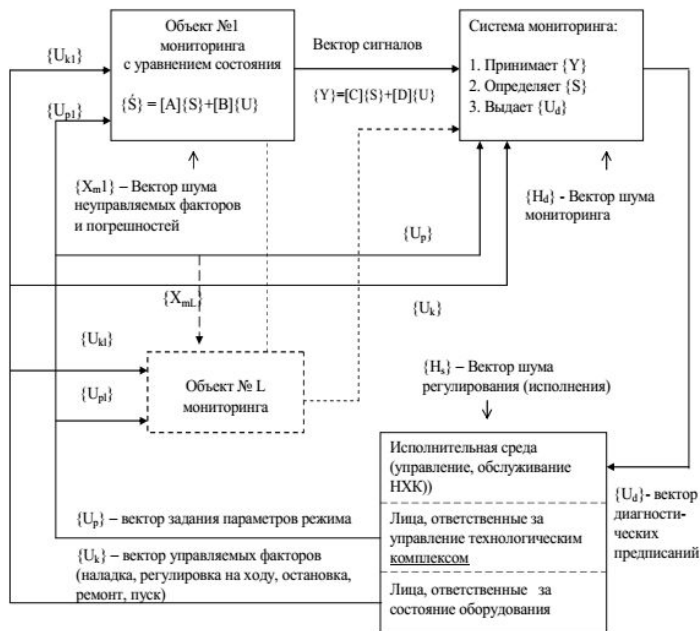




$\{U_p\}$  - вектор входных воздействий, прежде всего режимов работы и нагрузки объекта. Например, для насосного агрегата – это частота вращения, давление рабочей жидкости на входе и выходе, расход и т.д.  $\{U_k\}$  - вектор управляемых факторов, содержащий факторы, которые изменяются персоналом в процессе обслуживания оборудования, его наладки, регулировки на ходу, останове, ремонте и последующем пуске.

Например, для насосного агрегата это может быть обтяжка корпуса насоса, замена масла или затяжка анкерных болтов фундамента двигателя, которые могут выполняться на ходу без остановки агрегата. Центровка агрегата, балансировка на месте - примеры работ, которые выполняются при останове агрегата, но без его демонтажа с установки. Эти переменные непосредственно определяют соответствующие обобщенные координаты (погрешности) являющиеся структурными параметрами насосного агрегата и определяющими его состояние. Замена торцевых уплотнений или рабочего колеса – примеры ремонтов, которые выполняются при останове агрегата в условиях ремонтного производства.

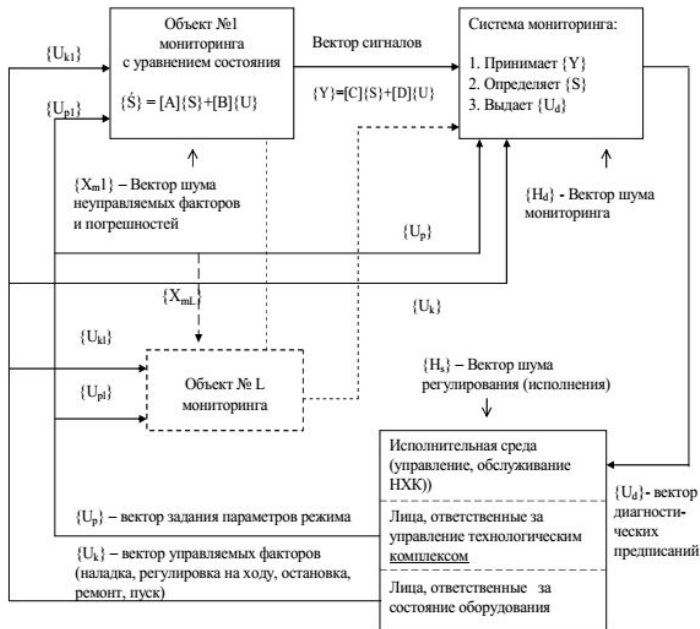




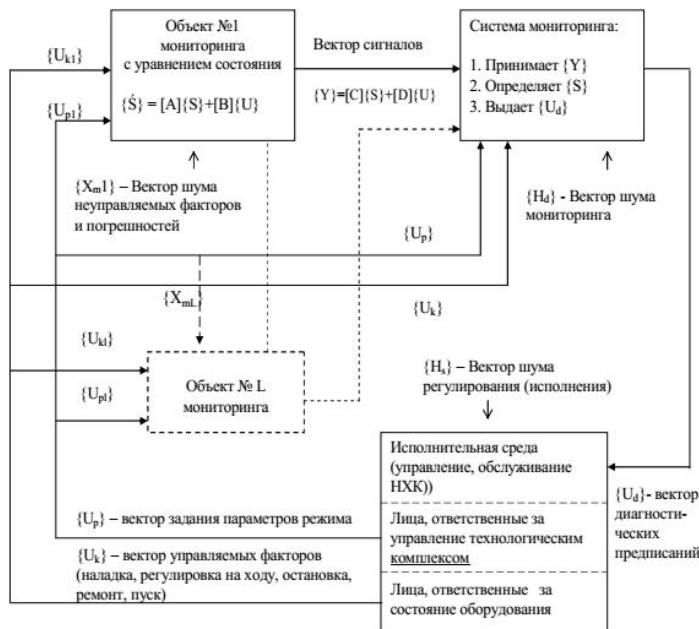
Вся совокупность переменных  $\{X_m\}$ ,  $\{U_p\}$  и  $\{U_k\}$  отображается через обобщенные координаты объекта диагностики и порождает обобщенные диагностические признаки, которые являются функционалами виброакустических сигналов,  $\{Y_n\}$  размерности  $n$ , и содержат информацию об обобщенных координатах и входных переменных.

Размерность сигнала определяется числом датчиков, установленных на агрегате, и числом независимых компонент сигнала, из которых формируются диагностические признаки. Этот сигнал воспринимается системой мониторинга, в задачу которой входит определение технического состояния объекта, характеризующее его погрешностями  $\{X_m\}$ , и условиями функционирования  $\{U_p\}$  и  $\{U_k\}$ , за пределами которых функционирование объекта нежелательно или опасно по значениям диагностических признаков  $\{Y_n\} > \{Y_{тпм}\} \cup \{Y_{ндп}\}$ , и формирование управляющих указаний персоналу в виде вектора диагностических предписаний  $\{U_d\}$  для выполнения неотложных действий по возвращению состояния объекта в безопасную зону, при которой  $\{Y_n\} < \{Y_{тпм}\}$ . Здесь векторы  $\{Y_{ндп}\}$  и  $\{Y_{тпм}\}$  соответствуют границам состояния «Недопустимо» (НДП) и «Технически предельно» (ТПМ).

На качество функционирования системы мониторинга существенное влияние оказывает шум мониторинга  $\{Hd\}$ , который определяется погрешностями измерения параметров сигнала и формирования диагностических признаков  $\{Yn\}$ , погрешностями моделей диагностики, определяющими связь диагностических признаков сигнала  $\{Yn\}$  со структурными параметрами объекта  $\{Xm\}$ , погрешностями диагностических результатов в виде заключений о состоянии объекта в силу конечного числа классов состояний и наличия ошибок. Эти заключения преобразуются системой мониторинга в конкретные предписания персоналу  $\{Ud\}$  («Проверь крепление», «Проверь подшипник», «Проверь центровку» и т.д.), которые доставляются лицам, ответственным за управление технологическим комплексом и безаварийную эксплуатацию оборудования.



Ясно, что решение о соответствующих работах с объектом мониторинга, находящимся в критическом состоянии и требующим внимания, руководитель бригады, смены, установки или цеха может принять только при условии, что информация от системы мониторинга легкодоступна на всех уровнях принятия решения и доводится в убедительной, ясной и легкодоступной форме для персонала любого уровня. Такое представление информации, конечно, исключает чтение бумаг и многостраничных отчетов о результатах диагностики, а также потери времени, а иногда и самой информации, связанных с обсуждением результатов, сомнениями и поиском решения руководителями соответствующих служб персонала (исполнительной среды).



Вектор шума регулирования (исполнения)  $\{H_s\}$  прежде всего отражает уровень производственной и технологической дисциплины.

По указанию руководителя реализуются, как правило, два вектора управления: вектор  $\{U_p\}$ , определяющий режим работы агрегата, и вектор  $\{U_k\}$ , определяющий факторы, управляемые персоналом при обслуживании оборудования. Тщательность и качество выполненных персоналом указаний и работ также характеризуются шумом регулирования  $\{H_s\}$ .

## Оценка ошибки системы диагностики и мониторинга

Применение стационарных систем диагностики и мониторинга позволяет перевести отказы технологических систем из категории внезапных в категорию постепенных, т.е. наблюдаемых. Поскольку любые системы распознавания обладают ненулевой ошибкой  $\eta$ , то возникает задача оценки требуемой ошибки систем диагностики и мониторинга  $\eta$ , если для технологической системы, имеющей в сложившихся условиях эксплуатации вероятность внезапных отказов  $Q$  и наработку  $T_0$  до отказа, требуется обеспечить наработку не менее  $Tr$  и риск пропуска отказа не более  $r$ .

## Оценка ошибки системы диагностики и мониторинга

Применение стационарных систем диагностики и мониторинга позволяет перевести отказы технологических систем из категории внезапных в категорию постепенных, т.е. наблюдаемых. Поскольку любые системы распознавания обладают ненулевой ошибкой  $\eta$ , то возникает задача оценки требуемой ошибки систем диагностики и мониторинга  $\eta$ , если для технологической системы, имеющей в сложившихся условиях эксплуатации вероятность внезапных отказов  $Q$  и наработку  $T_Q$  до отказа, требуется обеспечить наработку не менее  $Tr$  и риск пропуска отказа не более  $r$ .

Рассмотрим решение этой задачи для экспоненциального закона распределения наработки до отказа:

$$Q(t) = 1 - \text{Exp}(-t/T_Q); r(t) = 1 - \text{Exp}(-t/T_r). \quad (1.11)$$

## Оценка ошибки системы диагностики и мониторинга

Применение стационарных систем диагностики и мониторинга позволяет перевести отказы технологических систем из категории внезапных в категорию постепенных, т.е. наблюдаемых. Поскольку любые системы распознавания обладают ненулевой ошибкой  $\eta$ , то возникает задача оценки требуемой ошибки систем диагностики и мониторинга  $\eta$ , если для технологической системы, имеющей в сложившихся условиях эксплуатации вероятность внезапных отказов  $Q$  и наработку  $T_Q$  до отказа, требуется обеспечить наработку не менее  $T_r$  и риск пропуска отказа не более  $r$ .

Рассмотрим решение этой задачи для экспоненциального закона распределения наработки до отказа:

$$Q(t) = 1 - \text{Exp}(-t/T_Q); r(t) = 1 - \text{Exp}(-t/T_r).$$

Переносим экспоненту в левую часть равенства (1.11), а значения функций распределения ресурса в правую, прологарифмируем и возьмем отношение. Получим уравнение связи между наработками на отказ при существующей  $Q$  и требуемой  $r$  вероятностях отказа и число отказов  $n$ , которое помогает предотвратить СДМ:

$$T_r = T_Q * [\text{Ln}(1 - Q)] / [\text{Ln}(1 - r)].$$

$$n = T_r / T_Q$$

Применение СДМ создает временную избыточность для действий персонала в условиях надвигающегося отказа, наблюдение за условиями возникновения которого она обеспечивает, что существенно повышает безопасность работы агрегатов . Вероятность ошибки распознавания состояния  $\eta$  определяется соотношением\*\*

$$\eta = T_Q / (T_r + T_Q),$$

$$\eta = [\text{Ln}(1 - r)] / [\text{Ln}(1 - r) + \text{Ln}(1 - Q)].$$

Применение СДМ создает временную избыточность для действий персонала в условиях надвигающегося отказа, наблюдение за условиями возникновения которого она обеспечивает, что существенно повышает безопасность работы агрегатов . Вероятность ошибки распознавания состояния  $\eta$  определяется соотношением:

$$\eta = T_Q / (T_r + T_Q),$$

$$\eta = [\text{Ln}(1 - r)] / [\text{Ln}(1 - r) + \text{Ln}(1 - Q)].$$



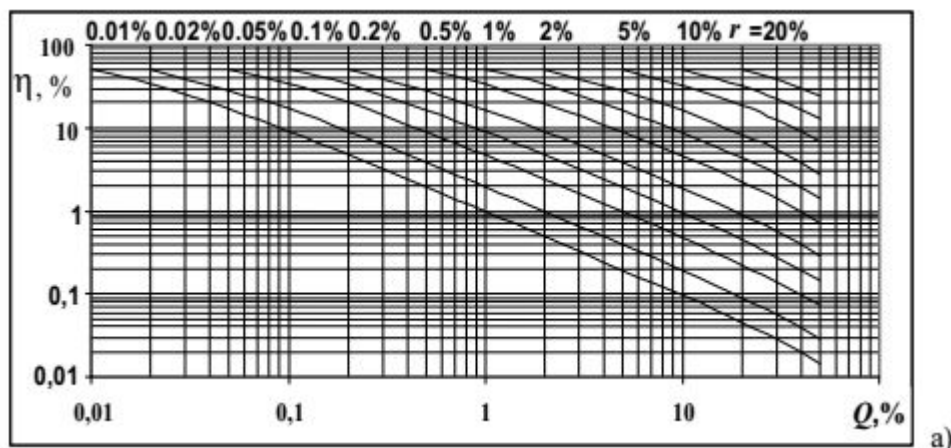
б). Для того же примера интервал между производственными неполадками и аварийными ситуациями возрастает в 24 раза, что объясняет существенный технико-экономический выигрыш от внедрения систем мониторинга. Для оценки экономической эффективности внедрения СДМ представляет практический интерес зависимость коэффициента увеличения времени между отказами от ошибки распознавания опасных состояний системой мониторинга  $\eta$ . Из выражения (1.13) получим:

$$k_T = 1 / \eta - 1. \quad (1.14)$$

При малых  $r \ll Q \ll 1$ , максимальная допустимая ошибка СДМ оценивается из соотношения  $\eta = r/Q$ . Номограмма для определения допустимой ошибки системы диагностики и мониторинга приведена на рисунке а). Например, для типичных значений за  $k_T = T/T_0$  20 %;  $r = 1$  %, ошибка системы диагностики  $\eta$  не должна превышать 4 %. Номограмма для определения коэффициента увеличения временного интервала между внезапными необнаруженными отказами агрегатов при внедрении СДМ приведена на рисунке

Параметры системы мониторинга:

а)-допустимая ошибка  $\eta$  при требуемом риске  $r$  и фактической вероятности отказа –  $Q$ ;

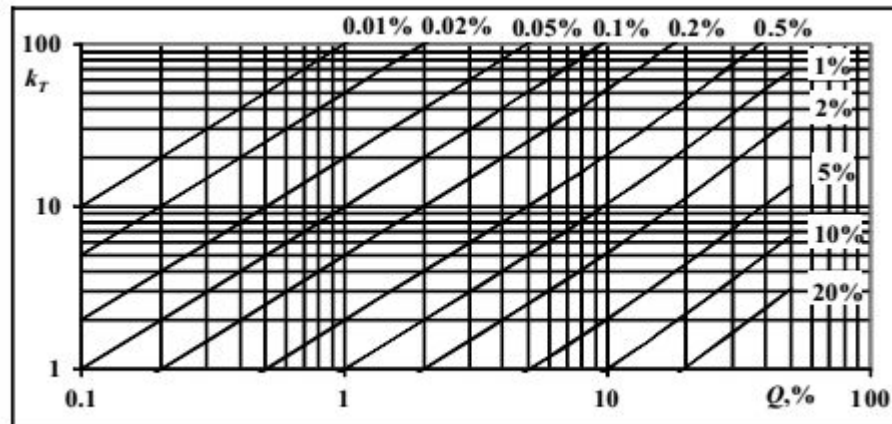


а)

б). Для того же примера интервал между производственными неполадками и аварийными ситуациями возрастает в 24 раза, что объясняет существенный технико-экономический выигрыш от внедрения систем мониторинга. Для оценки экономической эффективности внедрения СДМ представляет практический интерес зависимость коэффициента увеличения времени между отказами  $k_T$  от ошибки распознавания опасных состояний системой мониторинга  $\eta$ . Из выражения (1.13) получим:

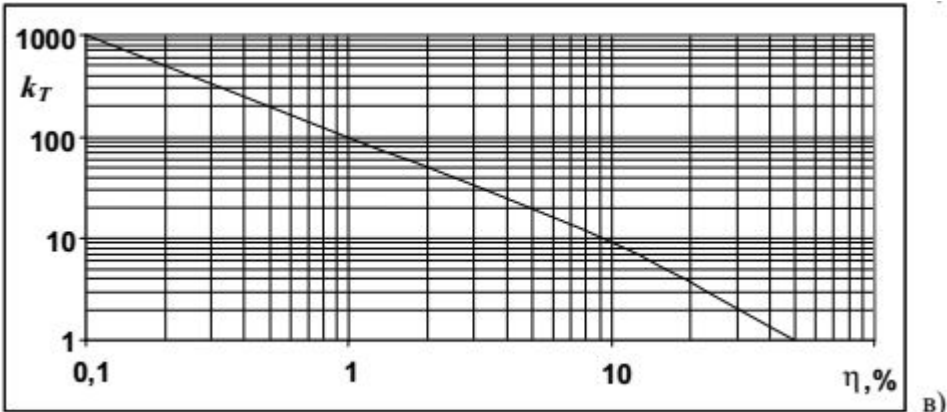
$$k_T = 1 / \eta - 1.$$

б)-коэффициент увеличения наработки между внезапными отказами  $k_T$  и при внедрении мониторинга и обеспечении требуемого риска отказа  $r$ ;



б)

в)-коэффициент увеличения наработки между отказами  $k_T$  в зависимости от ошибки диагностирования



## Оценки изменения диагностических

### признаков

При вибродиагностике нас интересуют не абсолютные координаты звеньев механизмов, а их погрешности  $\{X_m\}$ , т.е. отклонения от номинальных значений. Воспользовавшись результатами академика Н.Г. Бруевича в теории точности и надежности механизмов и устройств представим техническое состояние агрегата, зависящее от режима его работы и уровня накопленных погрешностей изготовления, ремонта и эксплуатации  $S$ , в следующем виде:

$$S_1 = S_0 + S = S(n_0, p_0) + \sum_{j=1}^m \frac{\partial S}{\partial q_j} \Delta q_j \approx S; \quad S_0 \approx 0 \quad (1.16)$$

$$S_0 = S(n_0, p_0); \quad S(t) = \sum_{j=1}^m \frac{\partial S}{\partial q_j} \Delta q_j(t),$$

## Оценки изменения диагностических

### признаков

При вибродиагностике нас интересуют не абсолютные координаты звеньев механизмов, а их погрешности  $\{X_m\}$ , т.е. отклонения от номинальных значений. Воспользовавшись результатами академика Н.Г. Бруевича в теории точности и надежности механизмов и устройств представим техническое состояние агрегата, зависящее от режима его работы и уровня накопленных погрешностей изготовления, ремонта и эксплуатации  $S$ , в следующем виде:

$$S_1 = S_0 + S = S(n_0, p_0) + \sum_{j=1}^m \frac{\partial S}{\partial q_j} \Delta q_j \approx S; \quad S_0 \approx 0 \quad (1.16)$$

$$S_0 = S(n_0, p_0); \quad S(t) = \sum_{j=1}^m \frac{\partial S}{\partial q_j} \Delta q_j(t),$$

Где  $S_0 = S(n_0, p_0)$  - составляющая, которая характеризует механизм с минимальными, близкими к нулю, обобщенными технологическими и эксплуатационными погрешностями, который работает в диапазоне номинальных скоростных и нагрузочных режимов;  $\Delta q_j = X_j$

$j$ -я погрешность механизма, заложенная при изготовлении ( $t = 0$ ), развивающаяся во времени  $\partial S / \partial q_j$  и определяющая износ, или, в общем случае, степень деградации механизма и степень его старения - чувствительность обобщенной погрешности  $S$  к  $j$ -й погрешности механизма по соответствующей обобщенной координате.

Модель состояния (1.16) полностью соответствует модели старения агрегата.

## Математическая модель системы мониторинга

Чем больше погрешности или отклонения от номинального диапазона режимов работы, тем большие динамические нагрузки испытывает агрегат, тем больше скорость износа ответственных деталей и узлов, определяющих его остаточный ресурс, хуже техническое состояние агрегата, меньше остаточная работоспособность  $R(t)$ , меньше остаточный уровень безаварийности, безопасности и безотказности  $P(t)$ , больше степень старения объекта  $S(t)$ .

Учитывая, что пространство погрешностей  $\{X_m\}$  и пространство состояний  $\{S(t)\}$  тесно связаны между собой моделью (1.16), запишем обобщенную математическую модель системы мониторинга на следующем виде

$$\begin{aligned} \{\dot{S}(t)\} &= [A]\{S(t)\} + [B]\{U\}, \\ \{Y(t)\} &= [C]\{S(t)\} + [D]\{U\}, \end{aligned} \quad (1.17)$$

где  $\{S_m(t)\}$  – вектор функций старения агрегата размерности  $m$ , каждая составляющая которого характеризует его обобщенный (совокупный) структурный параметр, изменяющийся во времени, подлежащий оценке и характеризующий остаточный парциальный запас работоспособности и остаточный парциальный ресурс агрегата по этому  $\{S_m(t)\}$ -ному параметру; - вектор

скорости старения (износа,  $\{U_{p+k}(t)\}$  дации, снижения безаварийности,  $(p+k)$ ;  $\{Y_n(t)\}$ , безотказности и остаточного ресурса); – вектор входных воздействий размерности

– вектор диагностических признаков состояния объекта, получаемый функциональным преобразованием виброакустического сигнала в блоках СДМ, измеряемый системой мониторинга.



где  $\{S_m(t)\}$  – вектор функций старения агрегата размерности  $m$ , каждая составляющая которого характеризует его обобщенный (совокупный) структурный параметр, изменяющийся во времени, подлежащий оценке и характеризующий остаточный парциальный запас работоспособности и остаточный парциальный ресурс агрегата по этому  $\{S_m(t)\}$ -ному параметру; – вектор

скорости старения (износа,  $\{U_{p+k}(t)\}$  дации, снижения безаварийности,  $(p+k)$ ;  $\{Y_n(t)\}$ , безотказности и остаточного ресурса); – вектор входных воздействий размерности

– вектор диагностических признаков состояния объекта, получаемый функциональным преобразованием виброакустического сигнала в блоках СДМ, измеряемый системой мониторинга.

Важно отметить, что в уравнениях состояния (1.17) присутствует как сам структурный параметр, так и его первая производная, которая представляет собой скорость износа или деградации объекта. Вектор переменных управления

$\{U_{p+k}(t)\}$  включает в себя переменные задания режима работы диагностируемого объекта  $\{U_p(t)\}$  и факторы воздействия персонала при регулировке и обслуживании объекта  $\{U_k(t)\}$ . Вектор сигналов  $\{Y_n(t)\}$  включает диагностические

параметры вибрации, температуры, тока и т.д. – диагностические признаки, например, суммы амплитуд частотных составляющих вибрации, которые используются для диагностики.

Матрицы  $[A]$ ,  $[B]$ ,  $[C]$ ,  $[D]$  определяются следующим образом:  $[m, m]$  – квадратная матрица системы  $[A] = [a_{ij}]$  которая полностью определяет состояние невозмущенной системы при  $u(t) = 0$ ;  $[m, (p+k)]$  – прямоугольная матрица управления  $[B] = [b_{ij}]$  которая определяет влияние управляющего вектора (вектора входа – режима и ремонтов агрегатов) на вектор его состояния (обобщенных погрешностей);  $[n, m]$  – матрица наблюдения (матрица выхода)  $[C] = [c_{ij}]$  которая определяет наблюдаемость внутреннего состояния посредством доступного измерения вектора выхода;  $[n, (p+k)]$  – переходная матрица  $[D] = [d_{ij}]$ , которая определяет непосредственное влияние вектора входа на вектор выхода.

Для вибродиагностики матрица  $D$  определяет влияние на параметры вибрации агрегата действий персонала – изменения режима работы агрегата, либо его состояния путем регулировки или ремонта, в том числе на ходу. Элементы матрицы  $[A]$  – случайные процессы, значения которых в каждый момент времени определяют с учетом условий работы агрегата. Элементы матриц  $[B]$ ,  $[C]$ ,  $[D]$  являются коэффициентами соответствующих кривых регрессии. Все векторы – медленно меняющиеся функции времени на интервале жизни агрегата. Система мониторинга вполне управляема как производственный комплекс и наблюдаема при совпадении рангов  $\{S_m(t)\}$   $[A]$  и  $[C]$  и отсутствии в последней нулевых столбцов. Размерность вектора (матрицы  $[A]$ ), которая определяет степень реальной наблюдаемости состояния агрегата, рекомендуется выбирать исходя из причин и статистики отказов агрегатов каждого типа.

Составляющие  $\{S_m(t)\}$ , как правило, недоступны для непосредственного наблюдения, что заставляет использовать методы косвенных измерений и диагностики. Отличительной особенностью предложенной обобщенной модели является то, что вектор управления

$\{U_{p+k}(t)\}$  при диагностике практически постоянен и изменяется спорадически при пуске-останове агрегата и техобслуживании. Между этими моментами  $\{U_{p+k}(t)\} = \text{const}$ . Скорость деградации  $\{\dot{S}_m(t)\}$  и сигнала  $\{Y_n(t)\}$  имеют квазистационарную составляющую, определяемую последними слагаемыми уравнений системы (1.17), которые изменяются только в моменты управляющих воздействий со стороны персонала. Между этими моментами времени

$$\{U_{p+k}(t)\} = \underline{\text{const}}.$$

## Связь между приращением сигнала и приращением

### износа

Необходимо заметить, что размерности пространства погрешностей  $m$  и пространства диагностических признаков  $n$  в принципе неограничены, что и обуславливает развитие технической диагностики.

## Связь между приращением сигнала и приращением

### износа

Необходимо заметить, что размерности пространства погрешностей  $m$  и пространства диагностических признаков  $n$  в принципе неограничены, что и обуславливает развитие технической диагностики.

Практическое же решение прикладных задач диагностики состоит в том, чтобы отыскать диагностические признаки, которые однозначно связаны с соответствующими обобщенными погрешностями  $\{S_i\}$ , определяющими основные причины деградации технического состояния агрегата.

Эти диагностические признаки должны быть практически **ортогональны** между собой и должны отражать ортогональные “классы” неисправностей и дефектов в агрегате. Слово “практически” отражает наличие взаимосвязей между всеми дефектами и диагностическими признаками как **объективного** свойства природы.

## Связь между приращением сигнала и приращением

**износа**

Необходимо заметить, что размерности пространства погрешностей  $m$  и пространства диагностических признаков  $n$  в принципе неограничены, что и обуславливает развитие технической диагностики.

Практическое же решение прикладных задач диагностики состоит в том, чтобы отыскать диагностические признаки, которые однозначно связаны с соответствующими обобщенными погрешностями  $\{S_i\}$ , определяющими основные причины деградации технического состояния агрегата.

Эти диагностические признаки должны быть практически **ортогональны** между собой и должны отражать ортогональные “классы” неисправностей и дефектов в агрегате. Слово “практически” отражает наличие взаимосвязей между всеми дефектами и диагностическими признаками как **объективного** свойства природы. Поэтому главной задачей синтеза СДМ является синтез ортогональных диагностических признаков, отражающих соответствующим **образом сформулированные** ортогональные классы неисправностей  $\{S_i\}$ . Это соответствует приведению матрицы наблюдения  $[C]$  к диагональной квадратной матрице:

$$\{Y_i\} = [C]\{S_i\} + [D]\{U\} \quad (1.18)$$

$$[C_{n \times m}] = [C] = [C_{ii}]; C_{ij} = 0 \text{ при } i \neq j; n = m.$$

В дальнейшем под матрицей наблюдения  $[C]$  будем понимать квадратную диагональную матрицу (1.18), если иное не будет оговорено особо.

Рассмотрим связь между приращением сигнала и приращением износа на интервале между управляющими воздействиями, когда  $\{U\} = \text{const}$  :

$$\begin{aligned} \{\Delta Y(t)\} &= \left\{ \frac{dY(t)}{dt} \right\} \Delta t = \{\dot{Y}\} \Delta t = [C] \{\dot{S}(t)\} \Delta t = [C] \{\Delta S(t)\} \\ \{\Delta Y\} &= [C] \{\Delta S\}, \quad \{\dot{Y}(t)\} = [C] \{\dot{S}(t)\}. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Полагая приближенно приращение вектора старения от начального состояния нового агрегата до предельного его состояния равным обобщенным погрешностям, характеризующим состояние агрегата «НЕДОПУСТИМО» для приращения вектора диагностических признаков, а также для скоростей изменения  $\{U\} = \text{const}$  состояния и признаков при из (1.18) и (1.19) получим:

$$\begin{aligned} \{\Delta S(t)\} &= \{S_{\text{ндп}}\}, \quad \{\Delta Y(t)\} = \{Y_{\text{ндп}}\} \\ \{Y_{\text{ндп}}\} &= [C] \{S_{\text{ндп}}\}, \quad \{\dot{Y}_{\text{ндп}}\} = [C] \{\dot{S}_{\text{ндп}}\}. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Таким образом, предельно допустимые значения диагностических признаков совпадают с предельно допустимыми значениями обобщенных погрешностей с точностью до масштаба. Полученные соотношения являются формальной основой диагностики и мониторинга состояния объектов по косвенным параметрам.



Решая (1.18)-(1.20) относительно технического состояния объекта мониторинга, получим:

$$\begin{aligned} \{\Delta S\} &= [C]^{-1} \{\Delta Y\}, \quad \{S_{\text{ндп}}\} = [C]^{-1} \{Y_{\text{ндп}}\} \\ \{\dot{S}\} &= [C]^{-1} \{\dot{Y}\}, \quad \{\dot{S}_{\text{ндп}}\} = [C]^{-1} \{\dot{Y}_{\text{ндп}}\} \end{aligned} \quad (1.21)$$

Решая (1.18)-(1.20) относительно технического состояния объекта мониторинга, получим:

$$\begin{aligned} \{\Delta S\} &= [C]^{-1} \{\Delta Y\}, \quad \{S_{\text{ндп}}\} = [C]^{-1} \{Y_{\text{ндп}}\} \\ \{\dot{S}\} &= [C^{-1}] \{\dot{Y}\}, \quad \{\dot{S}_{\text{ндп}}\} = [C^{-1}] \{\dot{Y}_{\text{ндп}}\} \end{aligned} \quad (1.21)$$

Соотношения (1.21) показывают, что предельное состояние агрегата  $S_{\text{ндп}}$  и опасная скорость его деградации  $\dot{S}_{\text{ндп}}$  с точностью до масштаба совпадают с критическими значениями диагностических признаков и скоростей их изменения. :

Решая (1.18)-(1.20) относительно технического состояния объекта мониторинга, получим:

$$\begin{aligned} \{\Delta S\} &= [C]^{-1} \{\Delta Y\}, \quad \{S_{\text{ндп}}\} = [C]^{-1} \{Y_{\text{ндп}}\} \\ \{\dot{S}\} &= [C]^{-1} \{\dot{Y}\}, \quad \{\dot{S}_{\text{ндп}}\} = [C]^{-1} \{\dot{Y}_{\text{ндп}}\} \end{aligned} \quad (1.21)$$

Соотношения (1.21) показывают, что предельное состояние агрегата  $S_{\text{ндп}}$  и опасная скорость его деградации  $\dot{S}_{\text{ндп}}$  с точностью до масштаба совпадают с критическими значениями диагностических признаков и скоростей их изменения. Подставляя из (1.21) в оба уравнения (1.17)  $\{S\}$ , получим

$$\begin{aligned} \{S(t)\} &= [A]^{-1} \cdot [C]^{-1} \{\dot{Y}(t)\} - [A]^{-1} [B] \{U\}, \\ \{S(t)\} &= [C]^{-1} \{Y(t)\} - [C]^{-1} [D] \{U\}, \end{aligned} \quad (1.22)$$

где последние члены постоянны на интервале между воздействиями персонала.

Уравнения (1.21)-(1.22) полностью определяют состояние объекта мониторинга через тренды диагностических признаков и их скорости. Техническое состояние объекта мониторинга определяется также качеством управления со стороны персонала, осуществляющего ремонт, регулировку и управление режимом работы агрегата и установки в целом, и существенно зависит, как показывают соотношения (1.22), от “человеческого фактора”.

Уравнения (1.21)-(1.22) полностью определяют состояние объекта мониторинга через тренды диагностических признаков и их скорости. Техническое состояние объекта мониторинга определяется также качеством управле{U} со стороны персонала, осуществляющего ремонт, регулировку и управление режимом работы агрегата и установки в целом, и существенно зависит, как показывают соотношения (1.22), от “человеческого фактора”.

Таким образом мы доказали три утверждения:

1. Полная косвенная наблюдаемость состояния агрегатов при мониторинге достигается при измерении диагностических сигналов и скоростей их изменения во времени.

Уравнения (1.21)-(1.22) полностью определяют состояние объекта мониторинга через тренды диагностических признаков и их скорости. Техническое состояние объекта мониторинга определяется также качеством управле $\{U\}$  со стороны персонала, осуществляющего ремонт, регулировку и управление режимом работы агрегата и установки в целом, и существенно зависит, как показывают соотношения (1.22), от “человеческого фактора”.

Таким образом мы доказали три утверждения:

1. Полная косвенная наблюдаемость состояния агрегатов при мониторинге достигается при измерении диагностических сигналов и скоростей их изменения во времени.
2. Предельное состояние агрег $\{S_{ндп}\}$  и опасная скорость его деград $\{\dot{S}_{ндп}\}$  с точностью до масштаба совпадают с критическими значениями диагностических признаков и скоростей их изменения.

Уравнения (1.21)-(1.22) полностью определяют состояние объекта мониторинга через тренды диагностических признаков и их скорости. Техническое состояние объекта мониторинга определяется также качеством управле $\{U\}$  со стороны персонала, осуществляющего ремонт, регулировку и управление режимом работы агрегата и установки в целом, и существенно зависит, как показывают соотношения (1.22), от “человеческого фактора”.

Таким образом мы доказали три утверждения:

1. Полная косвенная наблюдаемость состояния агрегатов при мониторинге достигается при измерении диагностических сигналов и скоростей их изменения во времени.
2. Предельное состояние агрег $\{S_{ндп}\}$  и опасная скорость его деград $\{\dot{S}_{ндп}\}$  с точностью до масштаба совпадают с критическими значениями диагностических признаков и скоростей их изменения.
3. Приращение диагностических сигналов (вибропараметров) пропорционально приращению износа, утраты безопасности и уменьшению остаточного ресурса агрегата в целом.

## **Контрольные вопросы**

1. Математическая модель детерминированного процесса единого закона динамики старения;
2. Блок-схема обобщенной модели системы мониторинга состояния агрегатов;
3. Оценка ошибки системы диагностики и мониторинга;
4. Оценки изменения диагностических признаков;
5. Математическая модель системы мониторинга;
6. Связь между приращением сигнала и приращением износа;