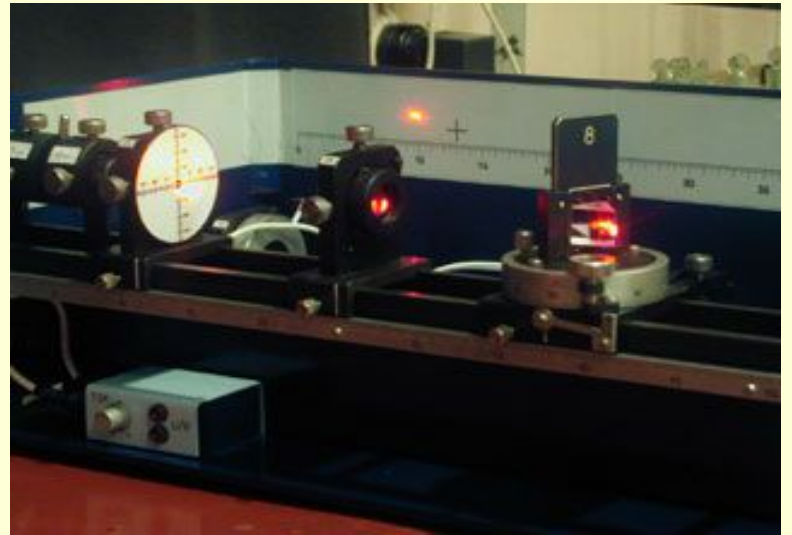


Оптика и квантовая физика

для студентов
2 курса ФТФ и ГГФ



Кафедра общей физики



Дифракция света

Часть 1

Дифракция Френеля

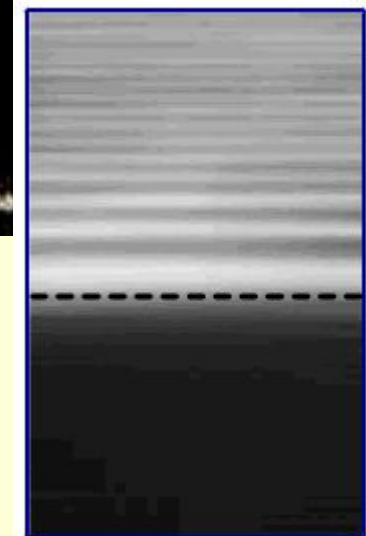
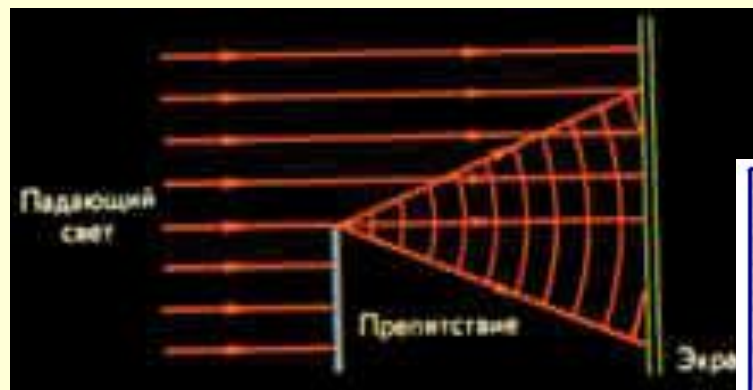
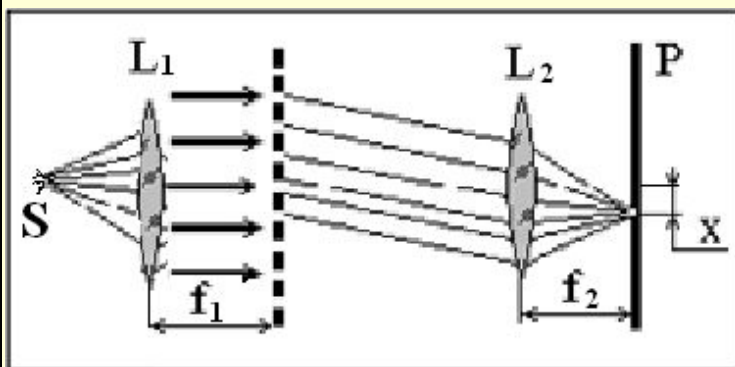
- Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля.
- Применение векторных диаграмм к анализу дифракционных явлений
- Дифракция на круглом отверстии и диске
- Амплитудные и фазовые зонные пластинки



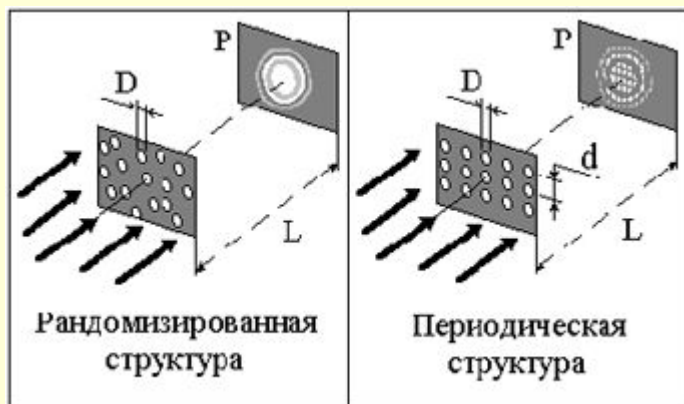


Дифракция – совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями, связанных с отклонениями от законов геометрической оптики.

Дифракция приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени.



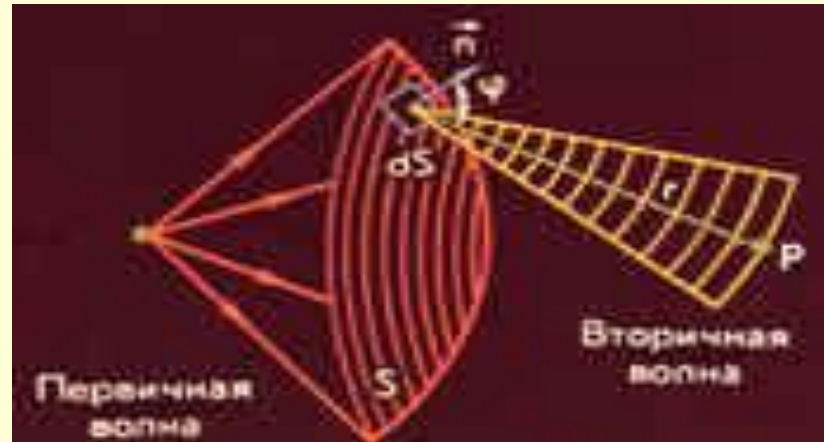
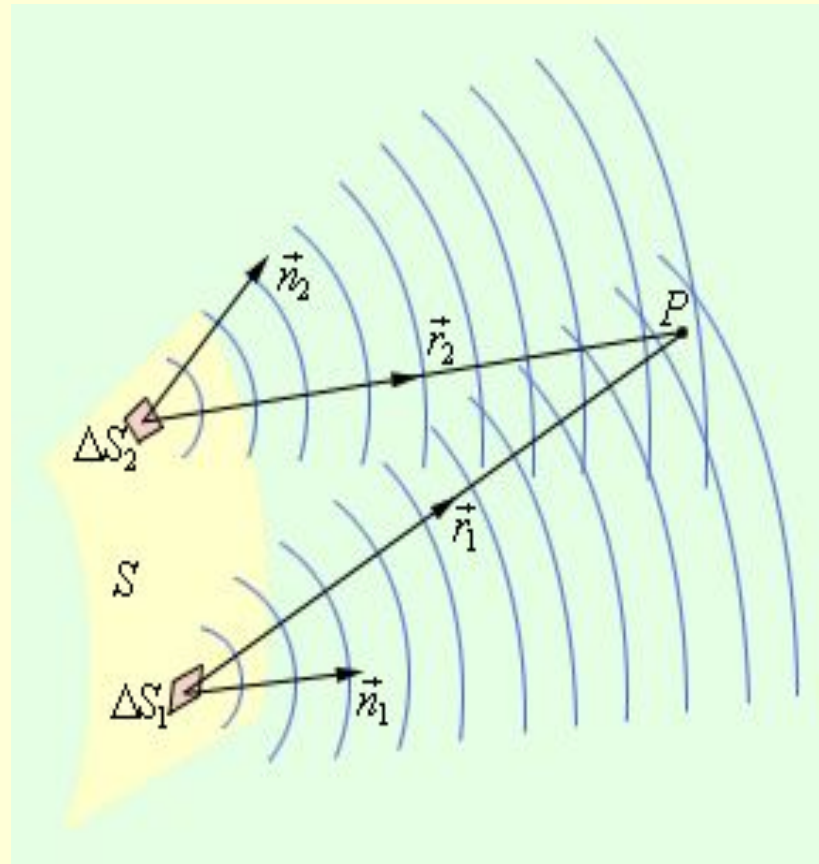
Одна из схем наблюдения дифракции



§1. Принцип Гюйгенса – Френеля



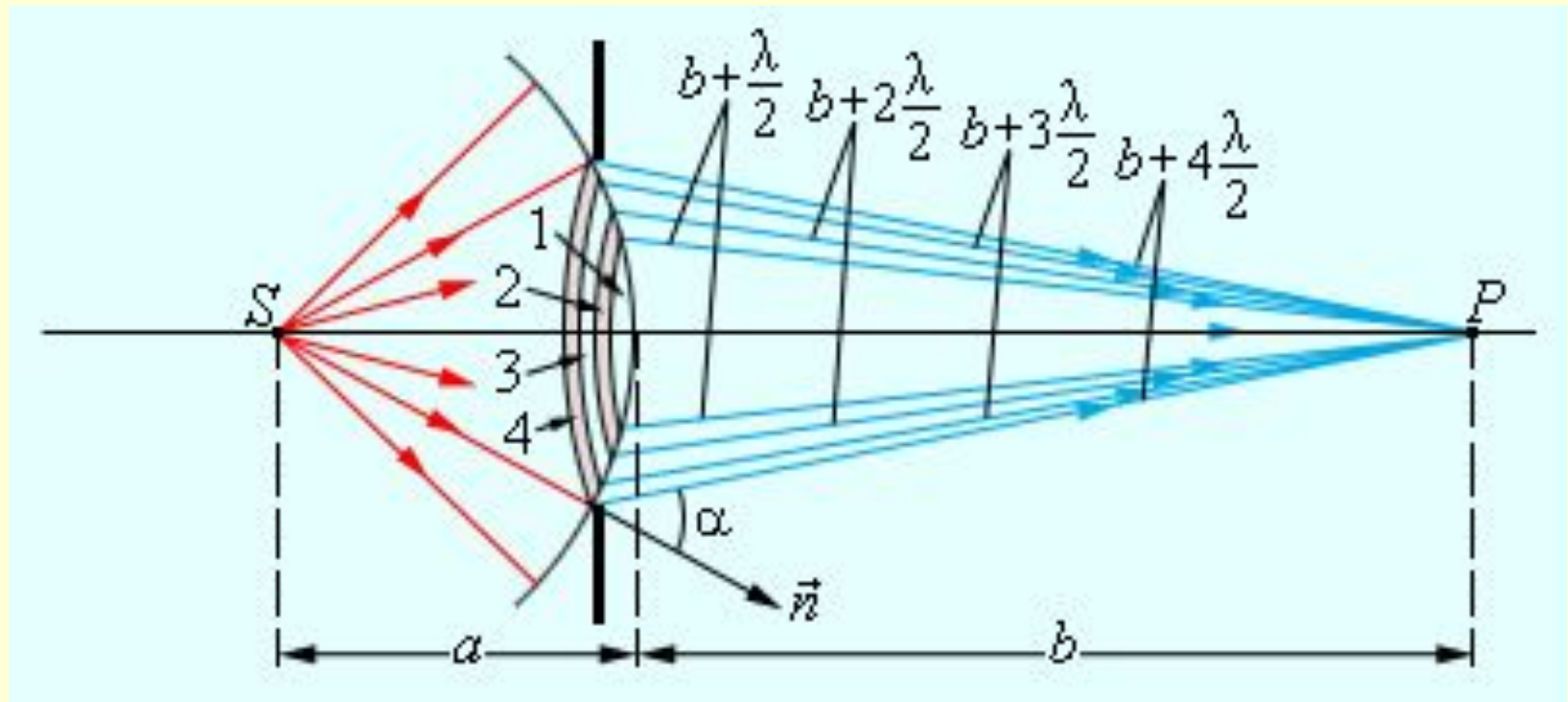
Волновое возмущение в любой точке пространства можно рассматривать как результат интерференции вторичных элементарных волн, излучаемых отдельными элементами произвольной замкнутой поверхности, окружающей источник



$$E = \int_S K(\varphi) \frac{E_m}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS$$

E - результирующее колебание в точке P ,
 E_m - амплитуда падающей волны, r - расстояние между элементом поверхности и точкой наблюдения, ω - циклическая частота света, k - волновое число, α_0 - начальная фаза падающей волны, $K(\varphi)$ - коэффициент, зависящий от угла φ .

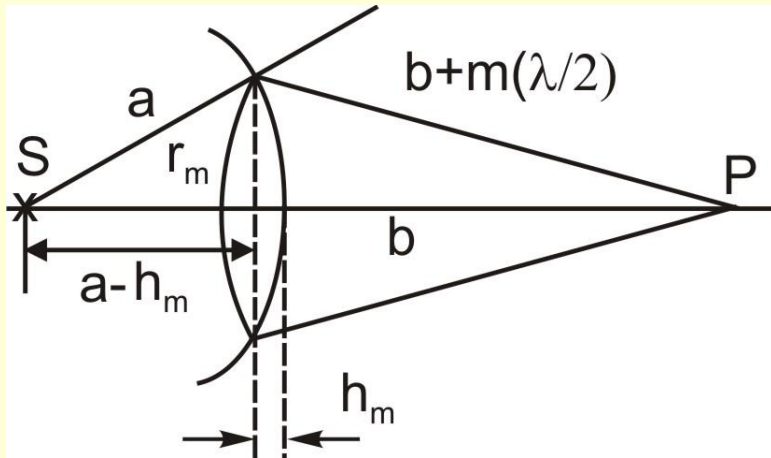
Метод зон Френеля



$$(E_{m-1} + E_{m+1}) / 2 \approx E_m$$

$$E_{\text{рез}} = E_1/2 + (E_1/2 - E_2 + E_3/2) + \dots = E_1/2 \pm E_m/2$$

Метод зон Френеля



$$S_m = 2\pi a h_m$$

- площадь шарового сегмента

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = (b + m\lambda/2)^2 - (b + h_m)^2$$

$$h_m = bm\lambda/2(a+b)$$

$$\Delta S = S_m - S_{m-1} = 2\pi a(h_m - h_{m-1})$$

- площадь зоны

$$\Delta S = \pi ab\lambda/(a+b)$$

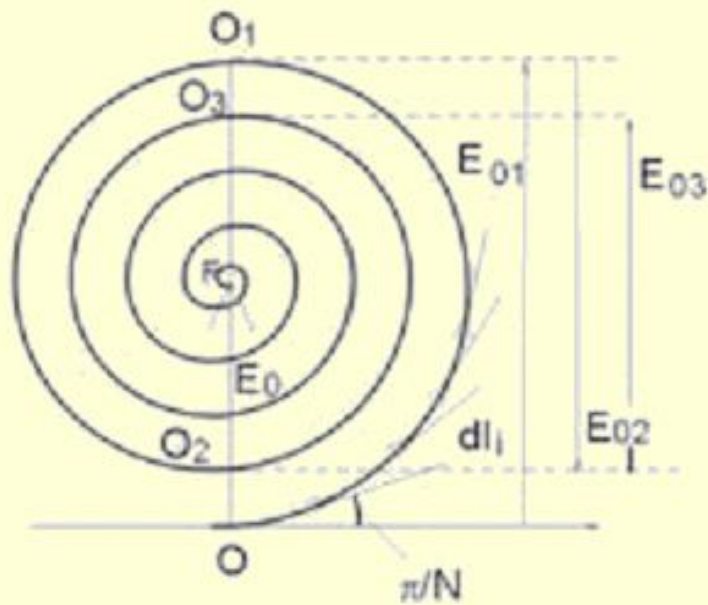
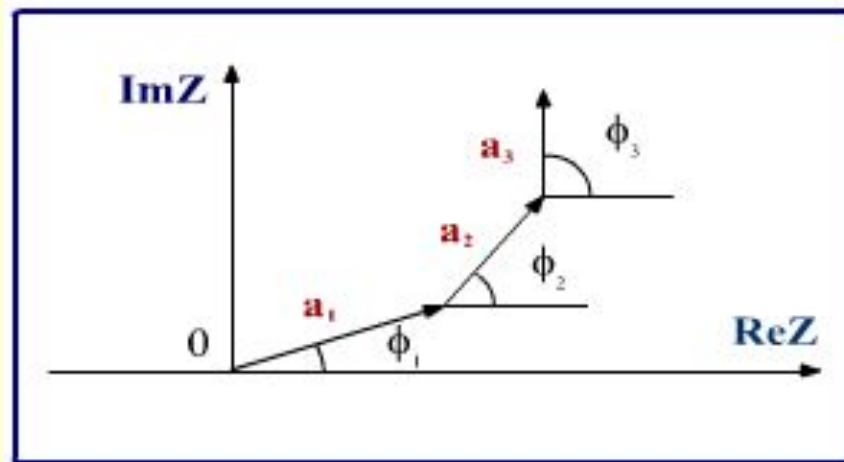
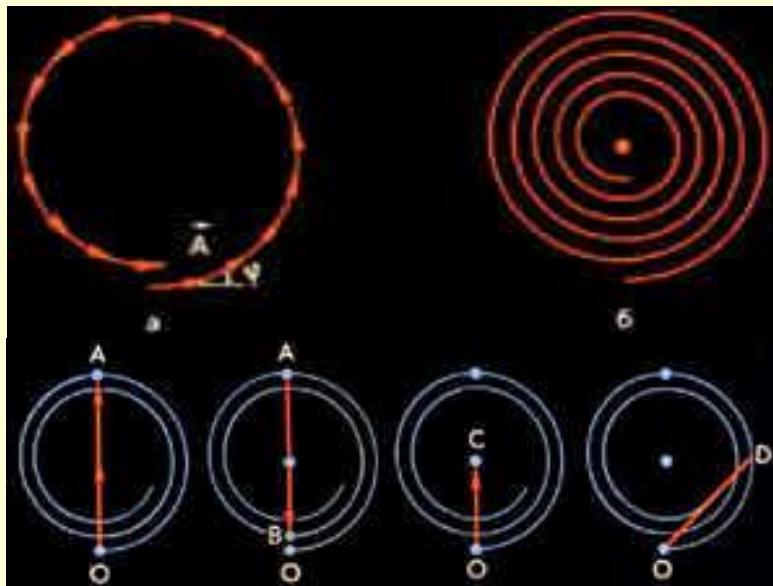
$$r_m = \sqrt{\frac{m\lambda}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}}$$

- радиус m-ой зоны Френеля



Радиусы зон зависят от длины волны λ и положения точки наблюдения (величин a и b): с ростом расстояния до точки наблюдения b или с ростом λ радиус зон увеличивается.

Векторная диаграмма сложения колебаний



dl_i – вектор амплитуды колебания, создаваемого в точке P i -ой подзоной;

$\Delta\varphi_i = \pi/N$ – разность фаз волн от соседних подзон;

E_{01} – вектор амплитуды колебания, создаваемого в точке P первой подзоной;

$$E_{01} > E_{02} > E_{03} \dots$$



Выводы:

1. Векторная диаграмма сложения колебаний от кольцевых зон Френеля – медленно скручивающаяся спираль.
2. Амплитуда колебания, создаваемого в точке **P** всеми зонами вместе, т.е. полностью открытым волновым фронтом, равна E_0 .
3. Колебания, создаваемые в точке **P** соседними зонами, сдвинуты на π и, следовательно, гасят друг друга.
4. Если между источником **S** и точкой наблюдения **P** поставить экран в том месте, где находится поверхность Σ , то амплитуда результирующей волны в точке **P** будет зависеть от числа открытых зон, действие которых легко определить с помощью диаграммы Френеля.

Различные задачи дифракции

1. Полностью открытый волновой фронт

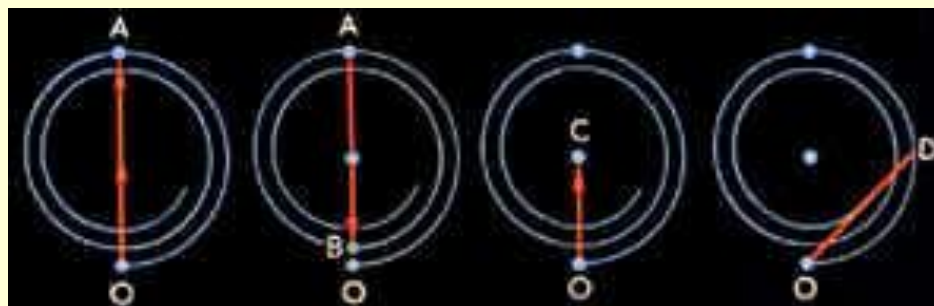
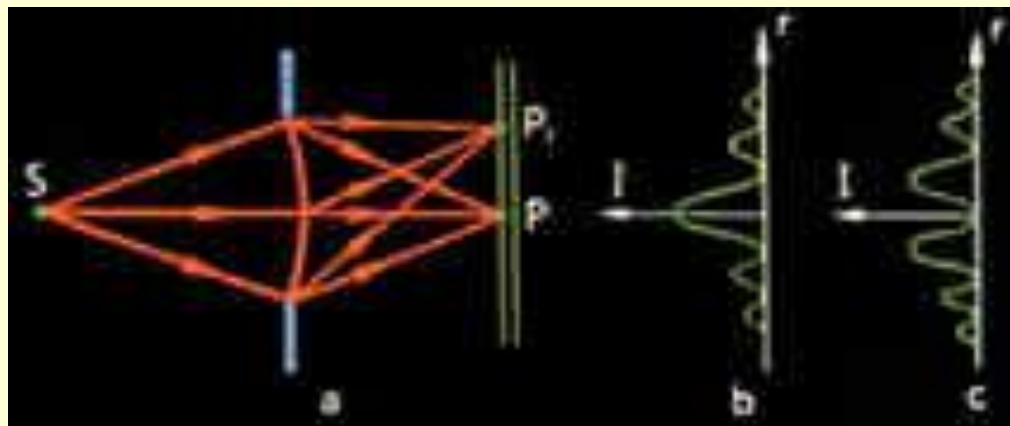
$$\begin{array}{l} E_{\text{рез}} = E_1/2 \pm E_m/2 \\ E_m/2 \rightarrow 0 \end{array} \quad \longrightarrow \quad E_{\text{рез}} = E_1/2$$

Действие полностью открытого волнового фронта сводится к действию небольшого центрального участка, равного половине первой зоны Френеля.

$$\text{При } a = b = 10 \text{ см, } \lambda = 0,5 \text{ мкм } r_1 = 0,158 \text{ мм}$$

Практически энергия от S к P «транспортируется» внутри узкого канала, являющегося физическим образом луча, т.е. свет распространяется прямолинейно.

2. Дифракция света на круглом отверстии

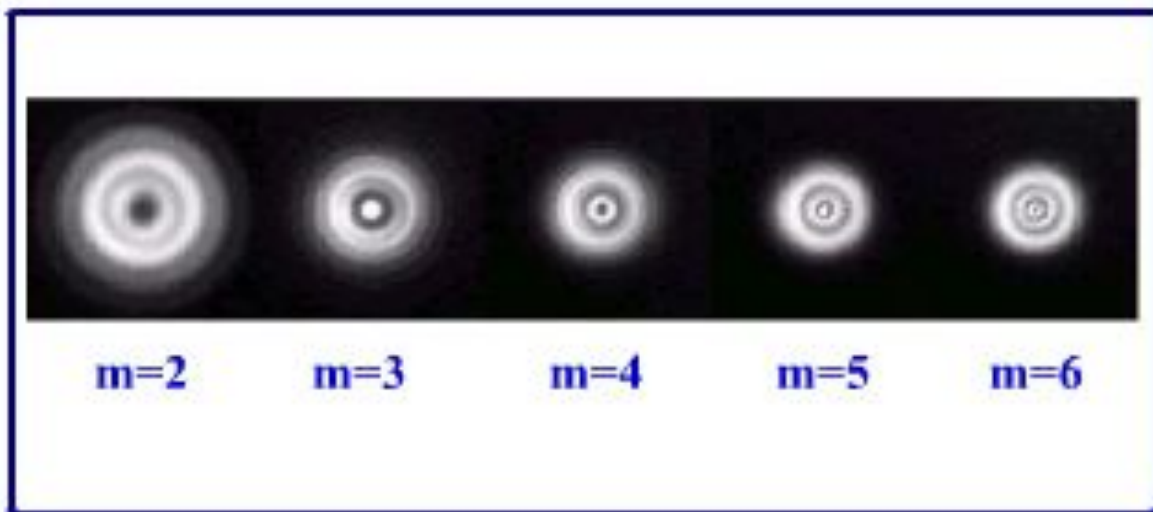


Амплитуда результирующей волны в точке **P** будет определяться числом открытых зон Френеля (**m**):

а) **m** – четное $\longrightarrow E_{\text{рез}} = E_1/2 - E_m/2 \longrightarrow I \approx 0$

б) **m** – нечетное $\longrightarrow E_{\text{рез}} = E_1/2 + E_m/2 \longrightarrow I$ максимально

*Изменение
дифракционной картины
при уменьшении
расстояния от
отверстия до экрана*

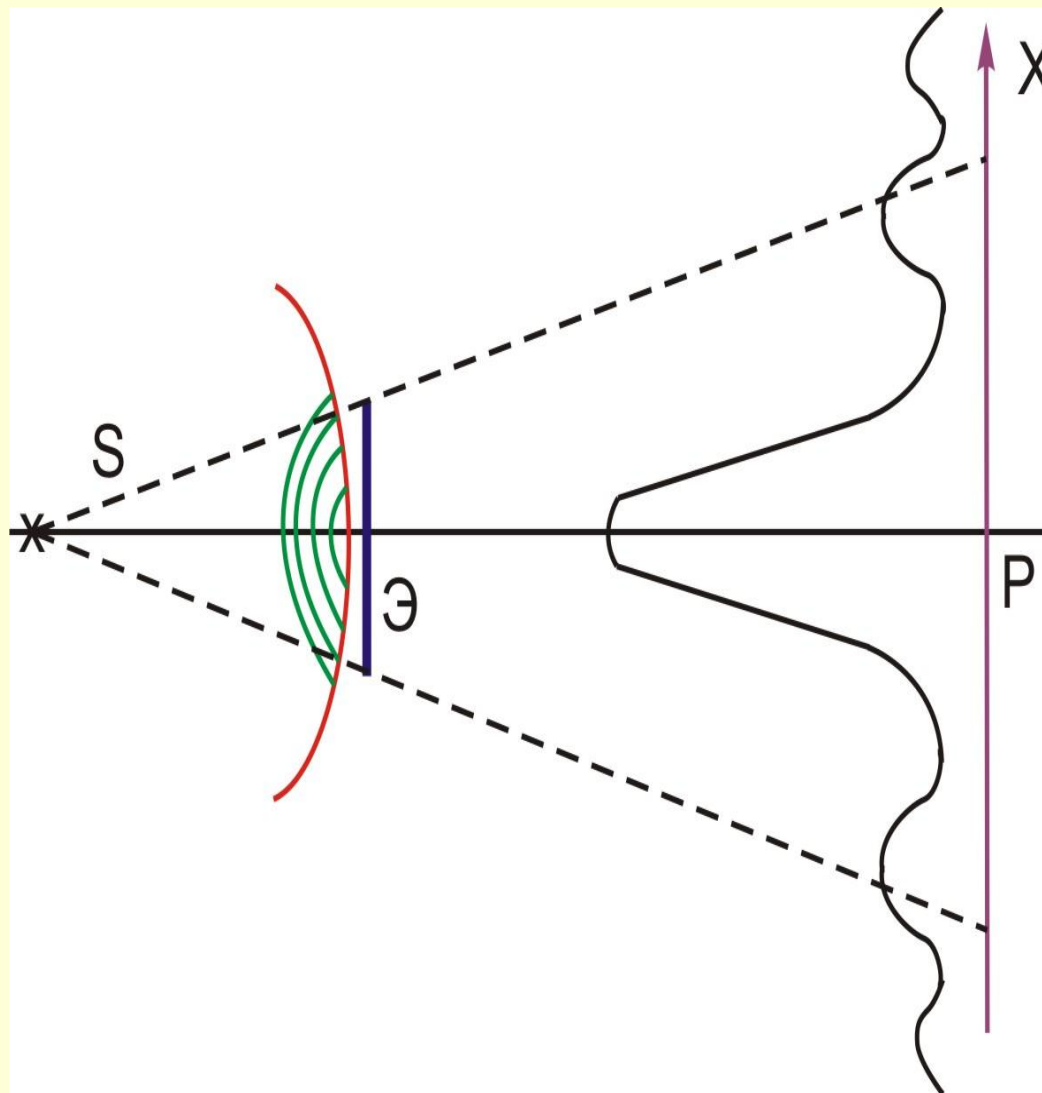


*Число открытых полуволновых зон
увеличивается слева направо с 2 до 6.*

*Размер картины уменьшается, приближаясь
к диаметру отверстия.*



3. Дифракция на круглом экране



1. Если экран закрывает m зон Френеля, то освещённость будет такой же, как от половины первой открытой зоны.

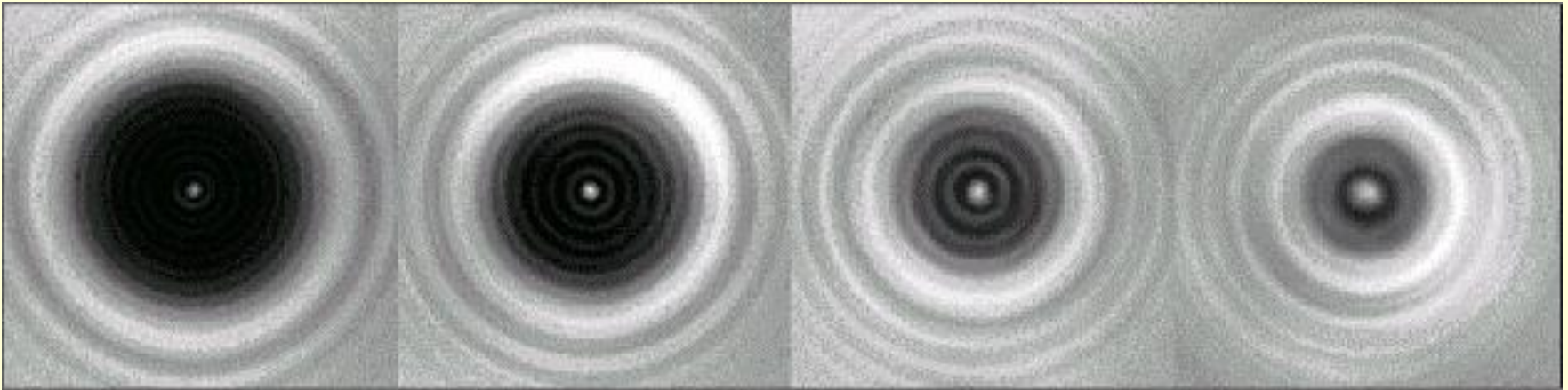
$$E_{\text{рез}} = E_{m+1}/2$$

2. При небольшом числе закрытых зон $E \approx E_0$, $I \approx I_0$

Вывод:

В центре геометрической тени от круглого экрана всегда будет светлое пятно - пятно Пуассона.

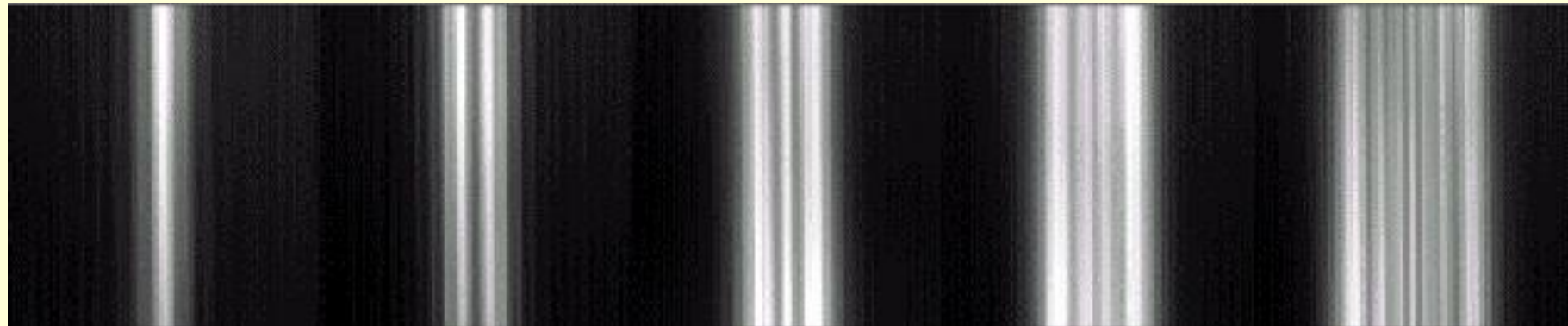
Дифракция на круглом экране (диске)



*Дифракция на дисках различного диаметра приводит к появлению в центре геометрической тени максимума - т.н. **пятна Пуассона**.*

Диаметр и яркость пятна увеличиваются при уменьшении диаметра диска.

4. Одномерная дифракция Френеля на вертикальной щели



$m = 1$

$m = 2$

$m = 3$

$m = 4$

$m = 5$

Щель расширяется.

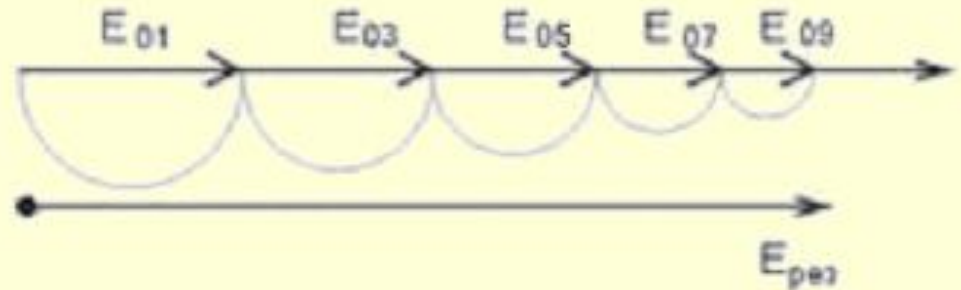
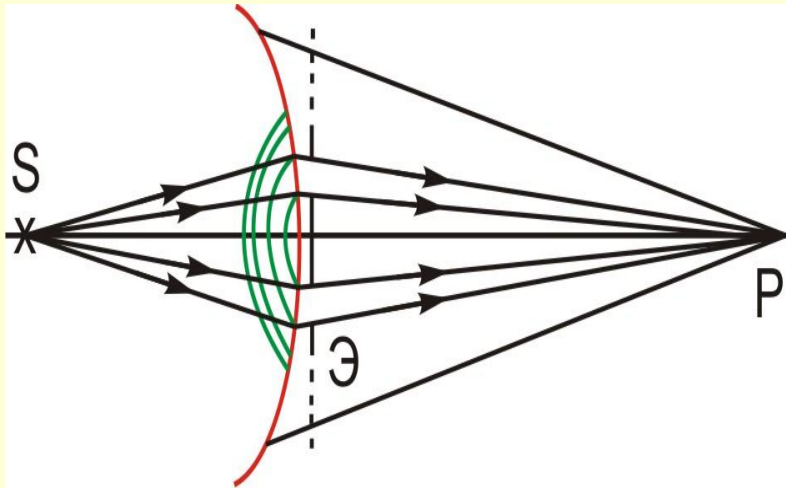
Начальная ширина соответствует примерно одной открытой полуволновой зоне, конечная - пяти открытым зонам.

Вертикальный размер картины определяется диаметром пучка, падающего на щель.

Зонная пластинка



Зонная пластинка – экран, открывающий зоны Френеля одинаковой четности, работающие в фазе и усиливающие действие друг друга.



Векторная диаграмма сложения колебаний для амплитудной зонной пластинки, пропускающей волны только от нечетных зон

$$E_{\text{рез.}} = 2kE_{01}; I = 4k^2I_1$$

- интенсивность в точке наблюдения при использовании зонной пластинки становится во много раз больше (k – число открытых зон)

Вывод:

Зонная пластинка обладает фокусирующим действием (наподобие линзы)

$$1/a + 1/b = m\lambda / r_m^2$$

– формула зонной пластинки

$$1/a + 1/b = 1/f$$

$$a \rightarrow \infty$$

$$b = r_m^2 / m\lambda = f$$

f – главное фокусное расстояние зонной пластинки

Недостатки зонной пластинки:

1. Сильна зависимость **f** от длины волны **λ**; имеет место сильная хроматическая аберрация. Зонная пластинка используется в акустике.
2. Кроме главного фокуса у зонной пластинки есть побочные, в которых фокусируется часть энергии.

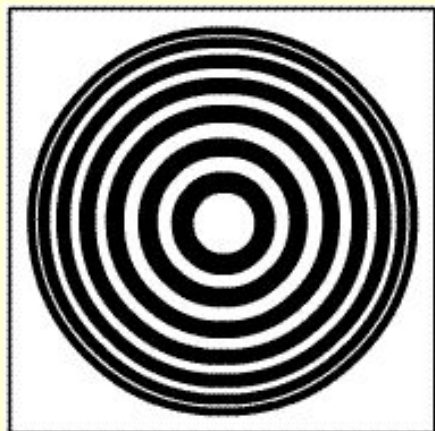
Вывод:

Интенсивность будет максимальной всякий раз при $b_k = b_1/k$, если **k** – нечетное. Для такой точки зонная пластинка будет иметь фокус $f_k = r_m^2 / km\lambda = f_1/k$, (**k** = 1,3,5, ...). Фокус, соответствующий **k** = 1 ($r_m^2 / m\lambda = f_1$), называется главным, остальные побочными. В главном фокусе собирается около 10% всей падающей на нее энергии (50% падает на непрозрачных промежутках, 40% - на побочных фокусах).

Зонная пластинка



Фокусировка света амплитудной зонной пластинкой по мере приближения к главному фокусу F (слева направо).

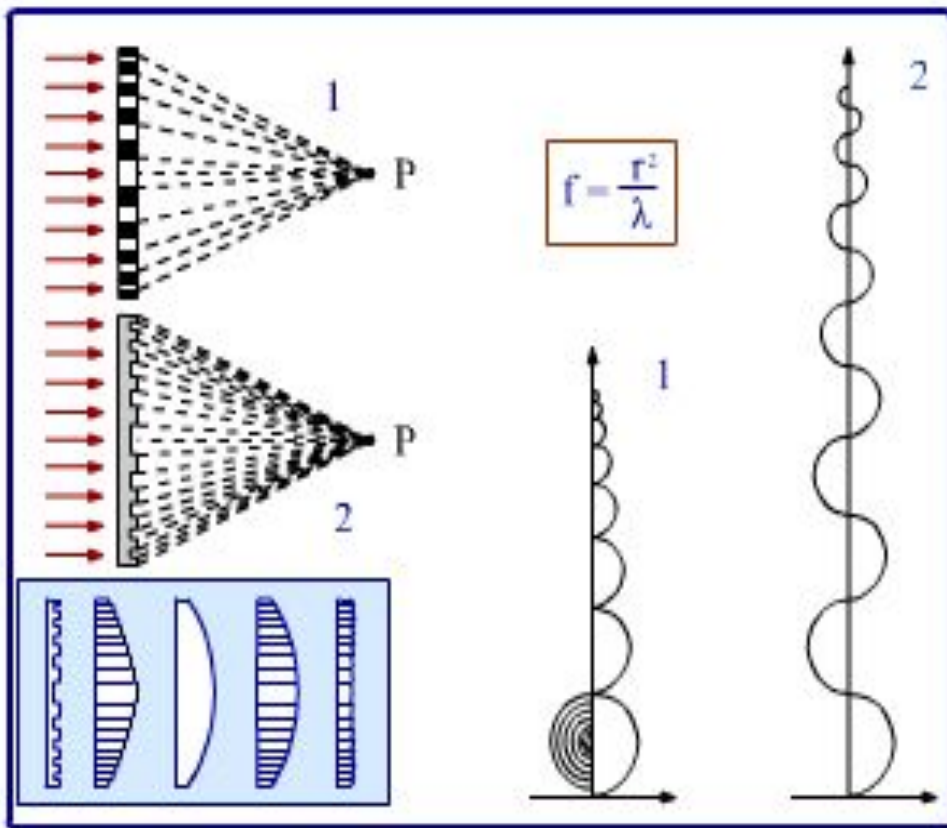


Пример амплитудной ЗП

Расстояние до пластинки увеличивается от $F/3$ (кратный фокус) до F .

Можно заметить наличие двух дифракционных волн - сходящейся и расходящейся.

Зонная пластинка



1 – амплитудная пластинка;

2 – фазовая пластинка

1 – амплитудная пластинка

все четные (или нечетные) зоны закрыты непрозрачной маской, вторичные волны от этих зон синфазны



в точке P – многократное усиление света, т.е. фокусировка.

2 – фазовая пластинка

вместо непрозрачной маски для четных или нечетных зон введен дополнительный фазовый сдвиг

$$\Delta\varphi = \pi$$



интенсивность в фокусе возрастет еще в 4 раза

Дифракция Фраунгофера

- Условия, позволяющие пользоваться законами геометрической оптики
- Дифракция Фраунгофера. Схема наблюдения
- Дифракция Фраунгофера на щели
- Дифракционные картины для источников различной формы

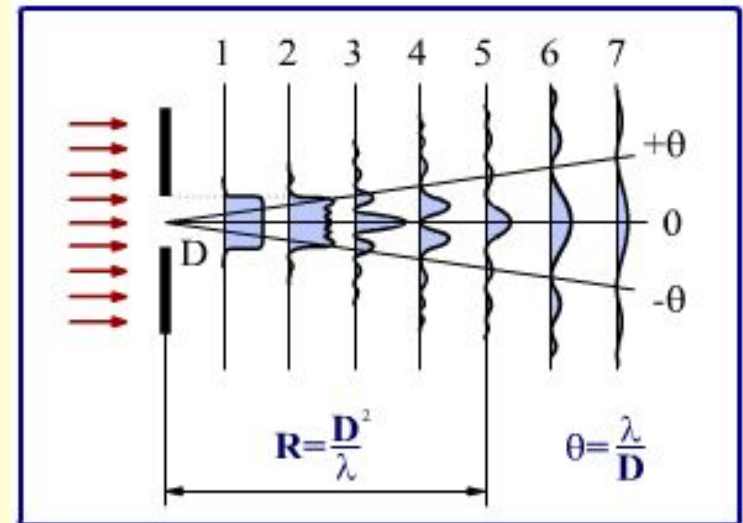
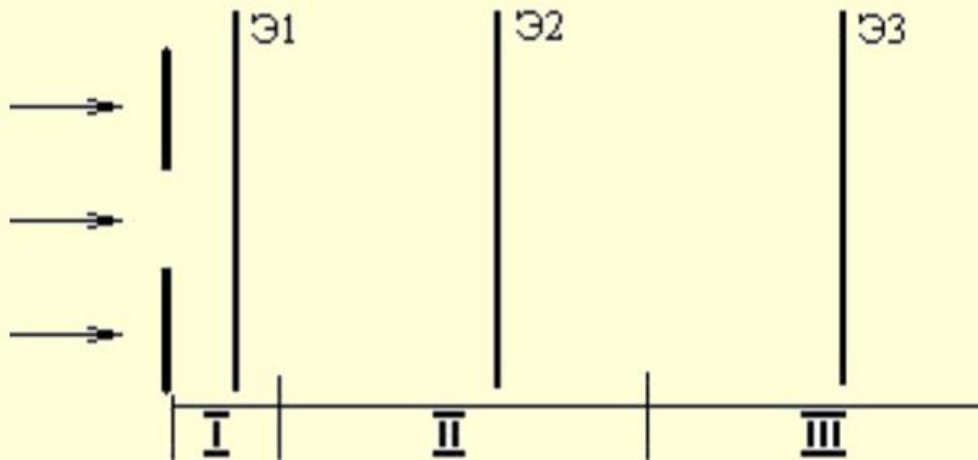


Дифракция Фраунгофера

Способ наблюдения



Дифракция Фраунгофера - дифракция в параллельных лучах



- I* – область геометрической тени ($b \rightarrow 0$, $m \gg 1$),
- II* – область дифракции Френеля ($m \approx 1$),
- III* – область дифракции Фраунгофера ($b \rightarrow \infty$, $m < 1$)

$$m = D^2 / \lambda b$$

– параметр дифракции

Условия, позволяющие пользоваться законами геометрической оптики

Отклонение от законов геометрической оптики в случае дифракции на круглом экране выражается в образовании светлого пятна в центре геометрической тени

$$r_1 = \sqrt{\frac{\lambda}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}}$$

- радиус экрана **R** порядка радиуса первой зоны Френеля
(при $a = \infty$ $r_1 = \sqrt{\lambda b}$)

$$m = R^2/\lambda b$$

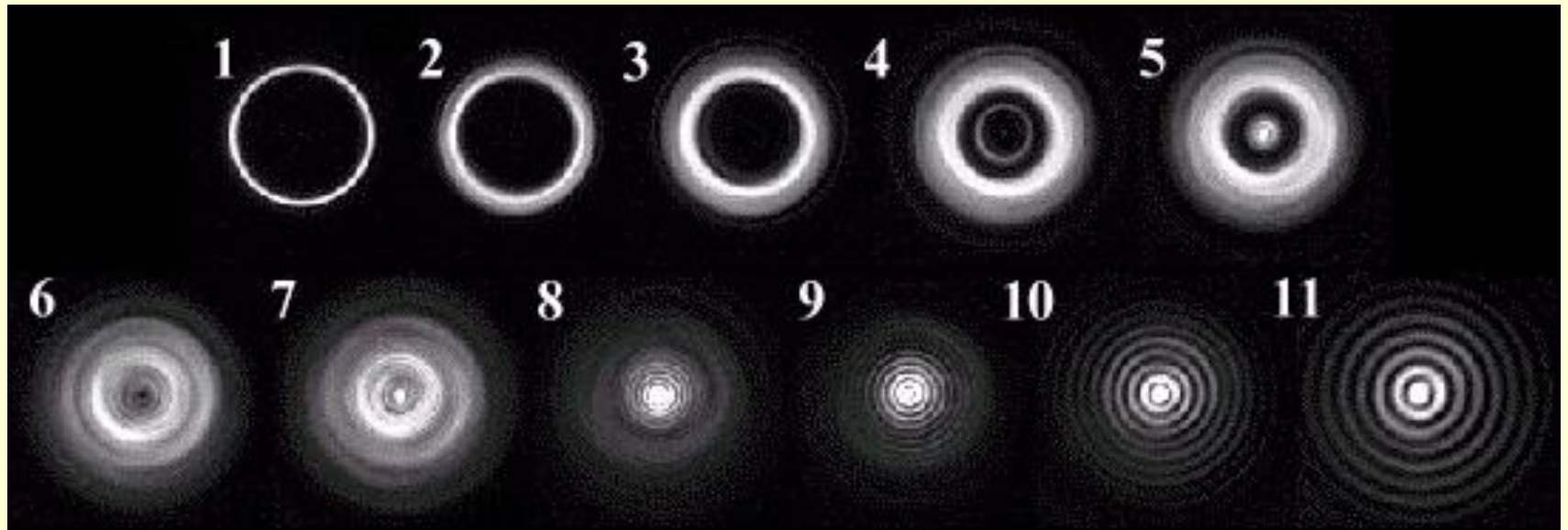
- параметр дифракции

- если $R \approx r_1$ или $R^2 = \lambda b$, $m \approx 1$ - дифракционные явления выражены четко.
- если $R^2 \gg \lambda b$, $m \gg 1$ - явлением дифракции можно пренебречь

Выводы:

1. При любом сколь угодно большом R можно выбрать такое большое значение b , чтобы выполнялось условие $R^2 = \lambda b$ и, следовательно, наблюдалась дифракция.
2. Характер дифракционных картин зависит от числа открытых зон Френеля, а не от абсолютных размеров экранов и отверстий. Дифракционные картины, наблюдаемые от разных экранов R_1 и R_2 , будут подобны, если экраны закрывают одинаковое число зон.
3. Чем меньше λ , тем лучше выполняется условие $R^2 \gg \lambda b$. Следовательно, геометрическую оптику можно рассматривать как предельный случай волновой при $\lambda \rightarrow 0$.

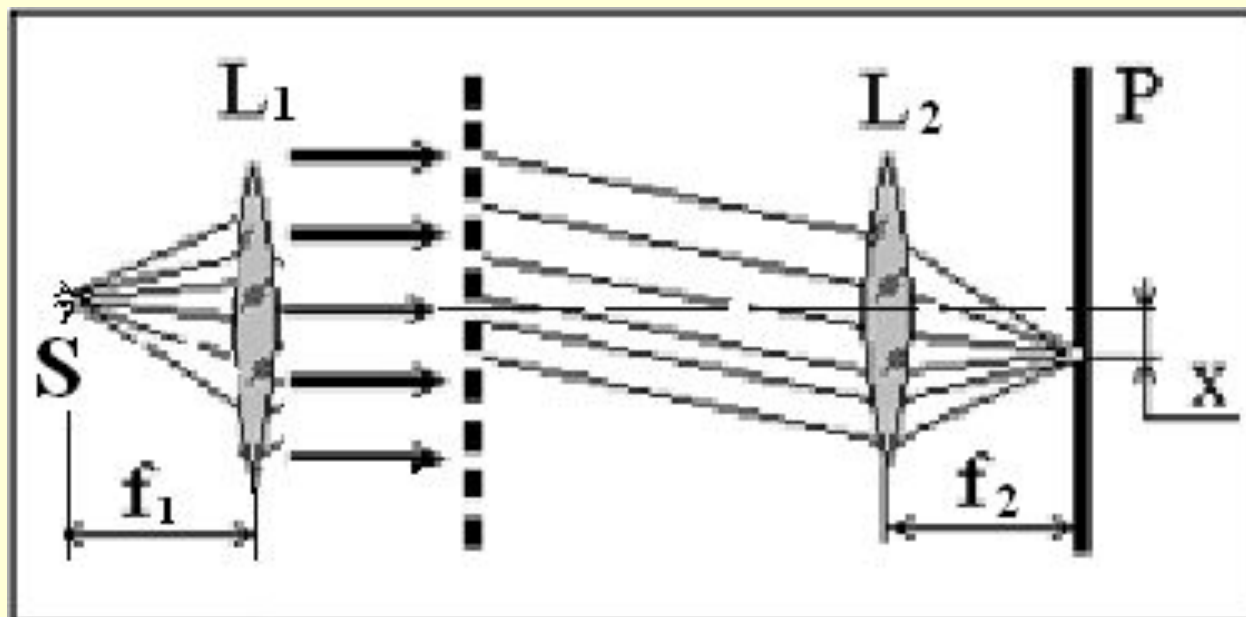
Пример: дифракция на кольце



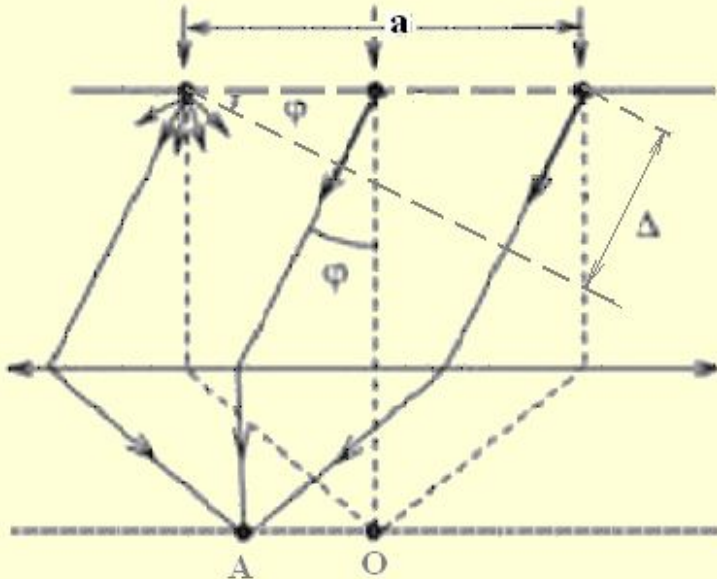
Плавный переход от *геометрической оптики* (1-3) через дифракцию *Френеля* (4-7) к дифракции *Фраунгофера* (9-11).

Число открытых зон m уменьшается слева направо. Значение $m = 1$ (дистанция Рэлея, условная граница между дифракциями Френеля и Фраунгофера) соответствует снимку 8.

Классическая схема наблюдения дифракции Фраунгофера

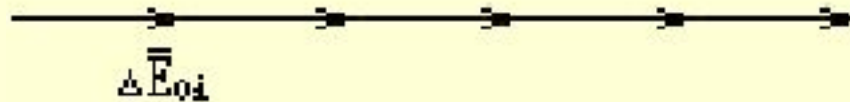


Дифракция Фраунгофера на щели



φ – угол дифракции

При $\varphi = 0$ колебания от всех участков волн поверхности приходят в точку наблюдения (точка O) в одинаковой фазе. ΔE_{oi} – амплитуда колебания от i -го участка. $E_o = \sum E_{oi}$. Это соответствует максимуму интенсивности, который называется главным максимумом.



Векторная диаграмма сложения колебаний при дифракции на щели

$E_o = \sum E_{oi}$ максимум интенсивности (главный максимум)

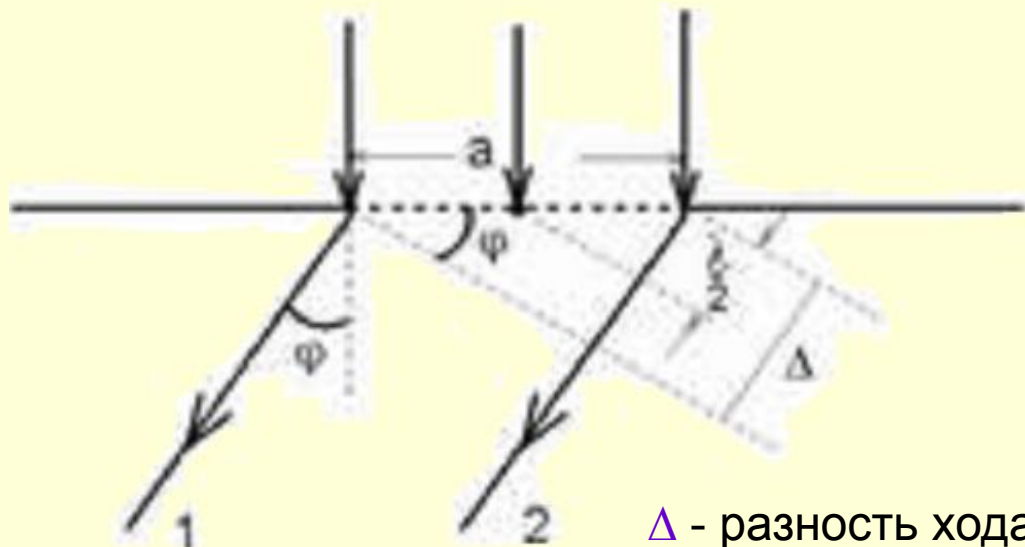
Демонстрация: «Дифракция на щели»

Дифракция Фраунгофера на щели



Одномерная дифракция Фраунгофера на вертикальной щели по мере ее расширения слева направо. Нулевой максимум наиболее яркий и вдвое шире побочных максимумов. Размер области дифракционного расплывания обратно пропорционален ширине щели.

Дифракция Фраунгофера на щели

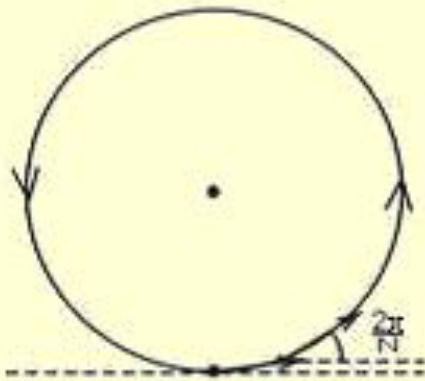


Когда в направлении φ открыто **четное** число зон $\Delta = 2m(\lambda/2)$, то амплитуда результирующей волны $E_m(\varphi) = 0$.

Δ - разность хода волн от крайних элементов щели

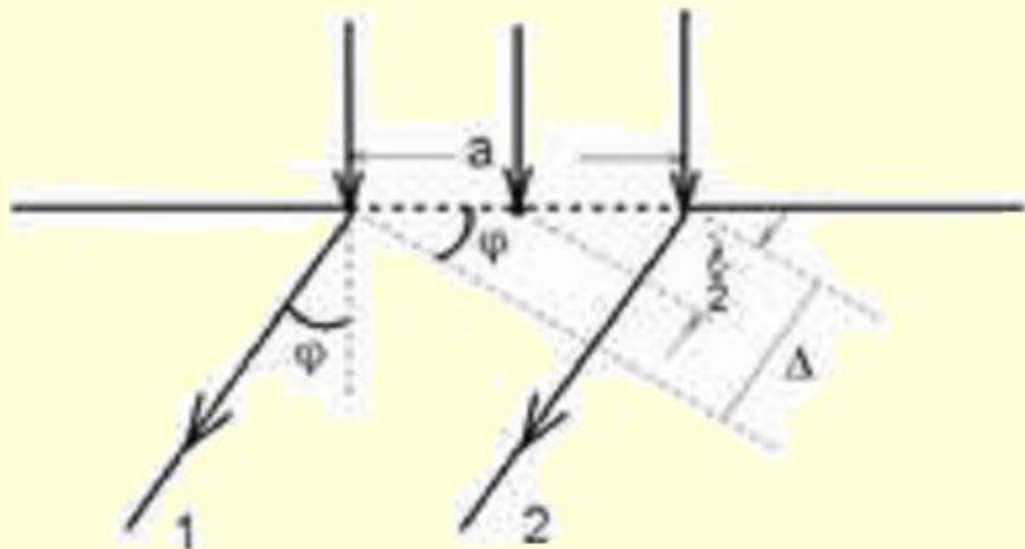
$$a \cdot \sin \varphi = m \lambda$$
$$m = \pm(1, 2, 3, \dots)$$

- условие минимумов при дифракции Фраунгофера на щели



- векторная диаграмма сложения колебаний ($m = 1, \Delta_{1N} = \lambda, \Delta\varphi_{1N} = 2\pi, \Delta\varphi_{12} = 2\pi/N$)

Дифракция Фраунгофера на щели

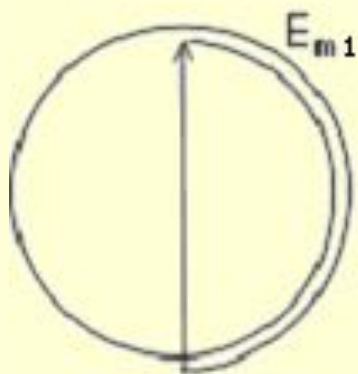


Максимумы наблюдаются в направлениях, для которых щель открывает **нечетное** число зон Френеля.

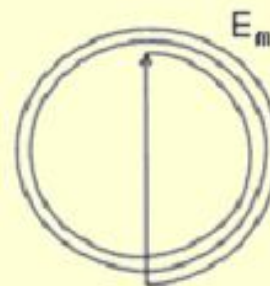
$$a \cdot \sin \varphi = (2m + 1)\lambda/2$$

$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$

- условие максимумов при дифракции Фраунгофера на щели



- побочные максимумы -



$$E_0 = \pi E_{m1} + \pi E_{m1}/2 = 3/2\pi E_{m1}$$

- интенсивность первого побочного максимума в **22** раза меньше интенсивности нулевого

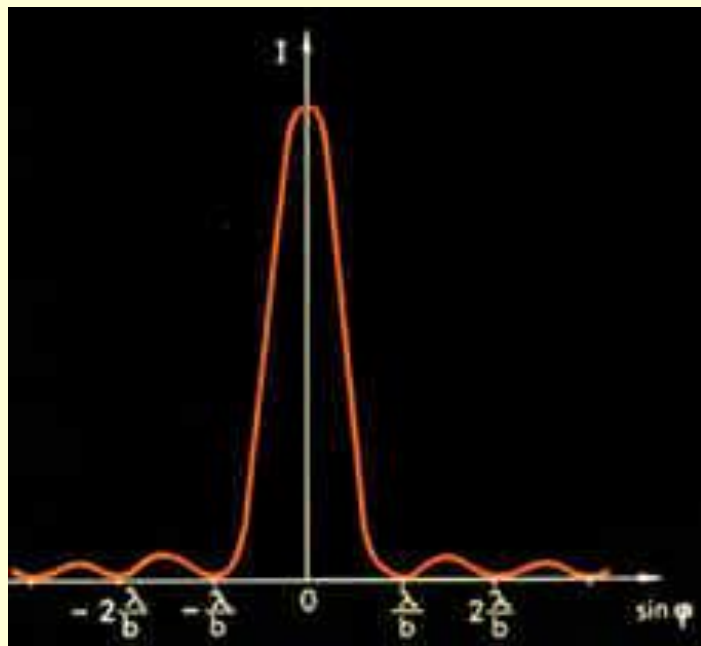
$$E_{m1} = E_{02}/(3\pi) \rightarrow I_1 \approx 4 I_0/(9\pi^2)$$

$$\rightarrow I_1 \approx 0,045 I_0 ;$$

$$I_2 \approx 0,016 I_0$$

Выводы:

1. Основная энергия рассеивается щелью в пределах главного максимума
2. Условие максимумов: $\sin\varphi_{\max} = 0, \pm (2m + 1)\lambda/2a$.
3. Условие минимумов: $\sin\varphi_{\min} = \pm m\lambda/a, m = 1, 2, \dots$



$$\Delta\varphi = 2\lambda/a$$

- ширина главного максимума

Чем уже щель, тем сильнее дифракция:

$a \leq \lambda$ - щель будет практически равномерно излучать по всем направлениям

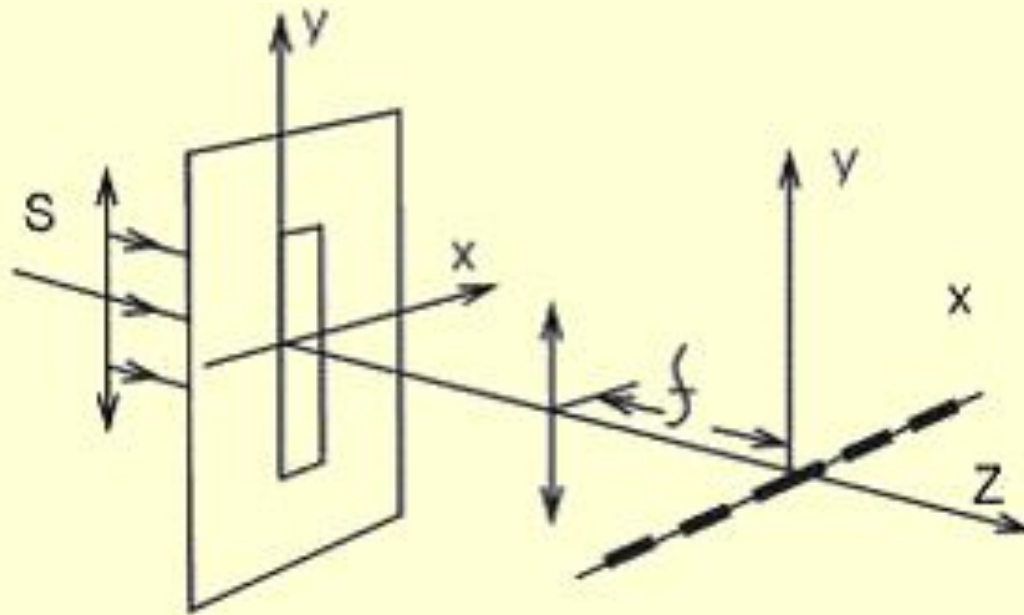
$a \gg \lambda$ - дифракции нет

- *распределение интенсивности света при дифракции на щели*

Форма дифракционных полос для источников различной формы

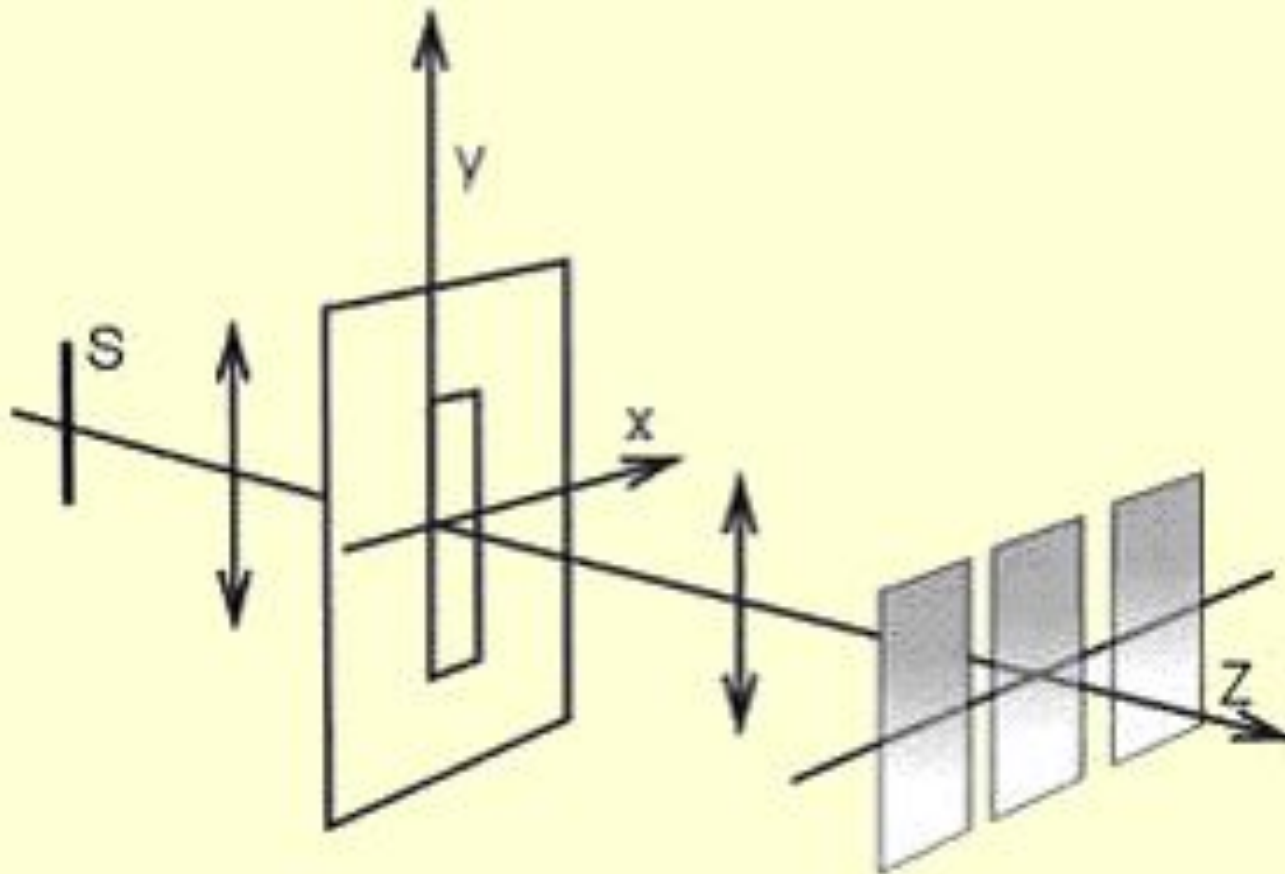
1) Точечный источник

(ширина щели гораздо меньше её длины, $a \ll L$)



На экране – полосы, перпендикулярные щели

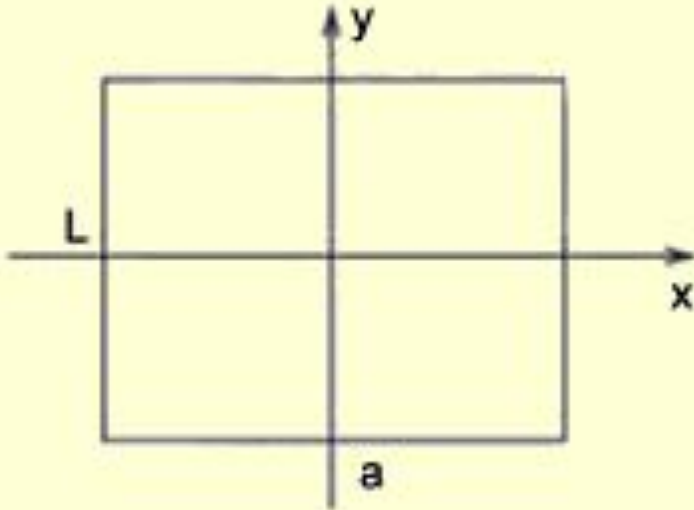
2) Линейный источник, параллельный узкой щели



Если источник некогерентный, на экране – совокупность полос, параллельных щели

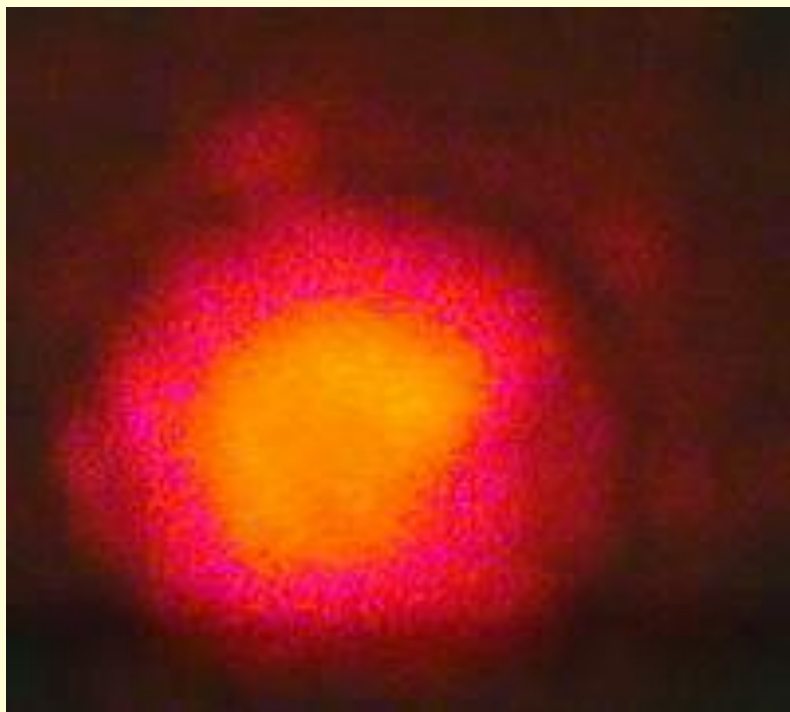
3) Источник в виде прямоугольника,

$$a \approx L$$

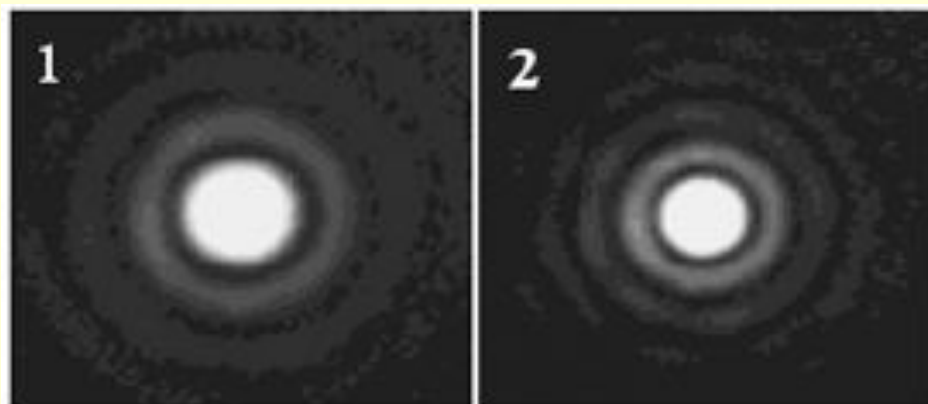


*Дифракция
Фраунгофера на
квадратном отверстии*

4) Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии



*Картина дифракции
Фраунгофера на круглом
отверстии*



*Дифракция Фраунгофера для двух
отверстий различного диаметра
(С.К. Стафеев)*

$$\sin \varphi_m = \left(0,61 + \frac{m-1}{2} \right) \frac{\lambda}{R}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

- угловые радиусы темных колец



4) Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии

m	min	max	I/I_0
1	$\sin \varphi_1 = 0,61 \lambda / R$	$\sin \varphi_1' = 0$	1
2	$\sin \varphi_2 = 1,12 \lambda / R$	$\sin \varphi_2' = 0,81 \lambda / R$	0,0175
3	$\sin \varphi_3 = 1,62 \lambda / R$	$\sin \varphi_3' = 1,33 \lambda / R$	0,0042

R – радиус отверстия, φ_m – направление на m -ый минимум,

φ_m' - направление на m -ый максимум,

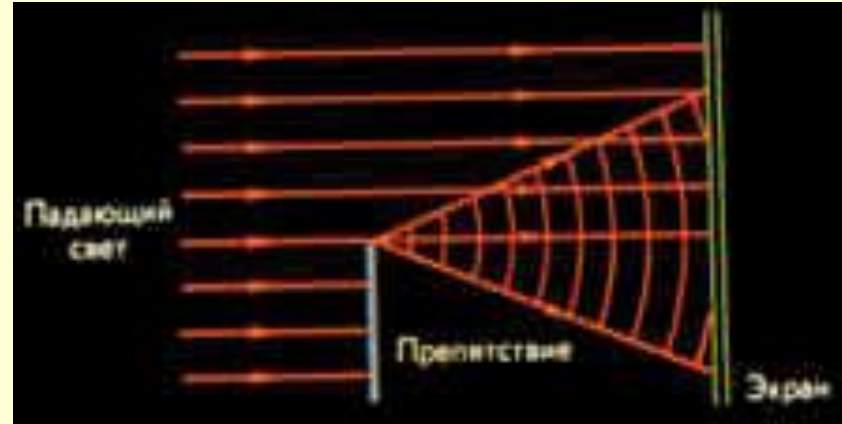
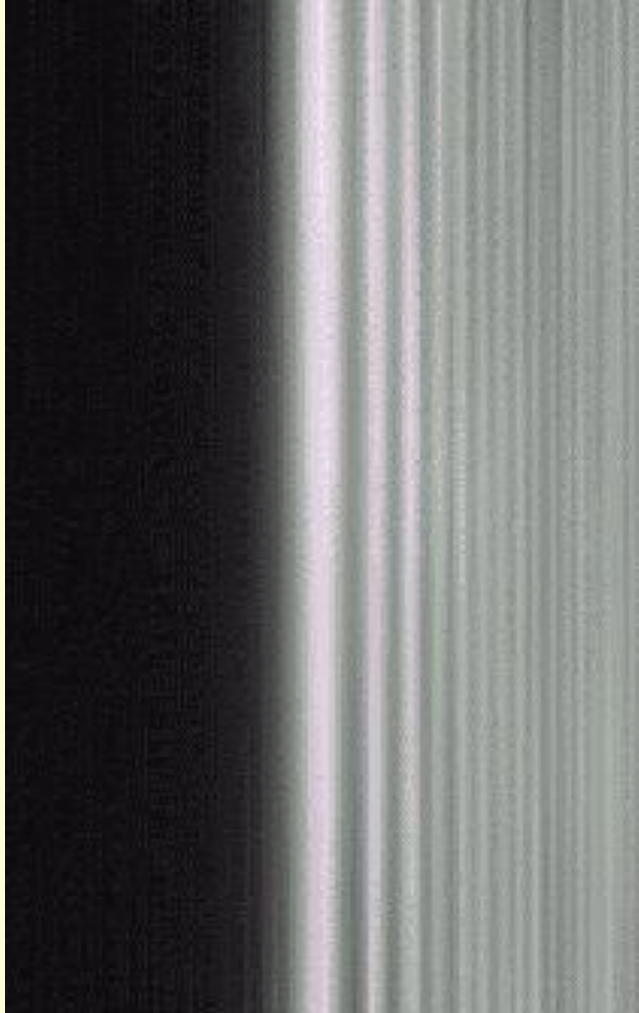
I_0 – интенсивность центрального максимума,

I/I_0 – относительная интенсивность в максимумах.

Выводы:

1. Чем больше радиус отверстия R , тем мельче дифракционная картина.
2. Если радиус отверстия гораздо больше длины волны света, то дифракция Фраунгофера не наблюдается, на экране видна светящаяся точка. Т.е. при $\lambda \rightarrow 0$ вполне оправдан переход к законам геометрической оптики.
3. Если радиус отверстия порядка длины волны, то дифракция выражена ярко.

5. Дифракция на прямолинейном крае



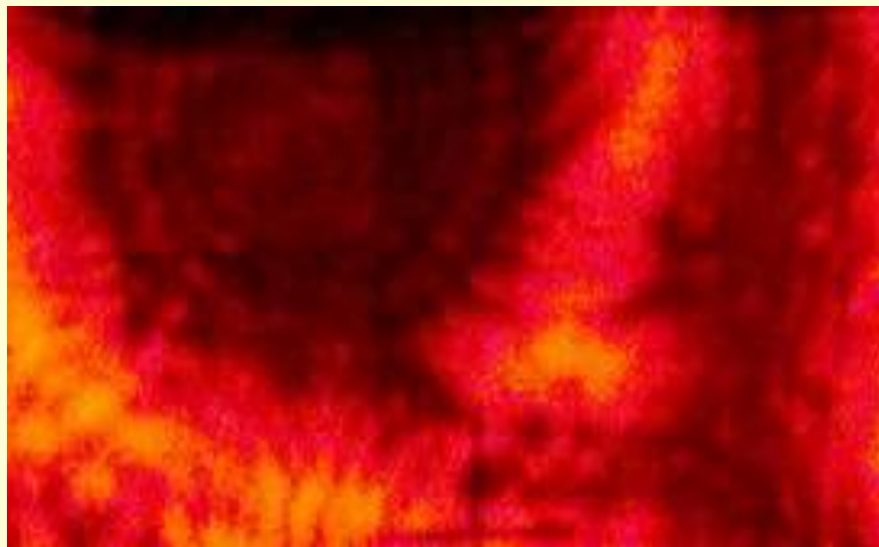
Наблюдается проникновение части световой волны в область геометрической тени (влево) и формирование дифракционных полос в освещенной области.

Ширина и контрастность полос уменьшаются по мере удаления от границы света и тени.

Метод подобия

$$R_1^2 / R_2^2 = b_1 / b_2$$

- условие подобия дифракционных картин ($m_1 = m_2$)



Опыты Аркадьева В. Н.

Картина дифракции от тарелки, расположенной на расстоянии $b_1 = 11$ км, была смоделирована дифракцией на модели, расположенной на легко осуществимом расстоянии $b_2 = 40$ м. Размеры модели, выполненной из жести, меньше размеров тарелки в

тарелки в $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{11 \cdot 10^3}{40}} \cong 16,5$ раза.

Дифракция на многих беспорядочно расположенных преградах

Изучается самостоятельно

О. Я Березина, С. А. Чудинова. Физический практикум. Ч. IV. Оптика: учебно-методич. пособие / – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2011. – стр. 198 - 200.

