

# ПРЕЗЕНТАЦИЯ НА ТЕМУ «ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ»

Работу выполнила: студентка группы оп11/9 Чугунова Елизавета

# ПОНЯТИЕ О КОМБИНАТОРИКЕ

Комбинаторика (Комбинаторный анализ) – раздел математики, изучающий дискретные объекты, множества (сочетания, перестановки, размещения и перечисления элементов) и отношения на них (например, частичного порядка). Комбинаторика связана со многими другими областями математики – алгеброй, геометрией, теорией вероятностей и имеет широкий спектр применения в различных областях знаний (например, в генетике, информатике, статистической физике).

Термин «комбинаторика» был введён в математический обиход Лейбницем, который в 1666 году опубликовал свой труд «Рассуждения о комбинаторном искусстве».

Иногда под комбинаторикой понимают более обширный раздел дискретной математики, включающий, в частности, теорию графов.

# РАЗМЕЩЕНИЯ КОМБИНАТОРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

- ◉ В комбинаторике размещением (из  $n$  по  $k$ ) называется упорядоченный набор из  $k$  различных элементов из некоторого множества различных  $n$  элементов.
- ◉ Пример 1:  $1, 3, 2, 5$  — это 4-элементное размещение из 6-элементного множества  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .
- ◉ Пример 2: некоторые размещения элементов множества  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  по 2:  $1, 2$   $1, 3$   $1, 4$   $1, 5$  ...  $2, 1$   $2, 3$  учитывают порядок следования предметов. Так, например, наборы  $2, 1, 3$  и  $3, 2, 1$  являются различными, хотя состоят из одних и тех же элементов  $\{1, 2, 3\}$  (то есть совпадают как сочетания).

$$A_n^k = n^k = (n)_k = n(n-1) \cdots (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} = \binom{n}{k} k!.$$

# ПЕРЕСТАНОВКА КОМБИНАТОРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

В комбинаторике перестановка — это упорядоченный набор чисел  $1, 2, \dots, n$ , обычно трактуемый как биекция на множестве  $\{1, 2, \dots, n\}$ , которая числу  $i$  ставит в соответствие  $i$ -й элемент из набора. Число  $n$  при этом называется порядком перестановки. Как синоним слову «перестановка» в этом смысле некоторые авторы используют слово расстановка

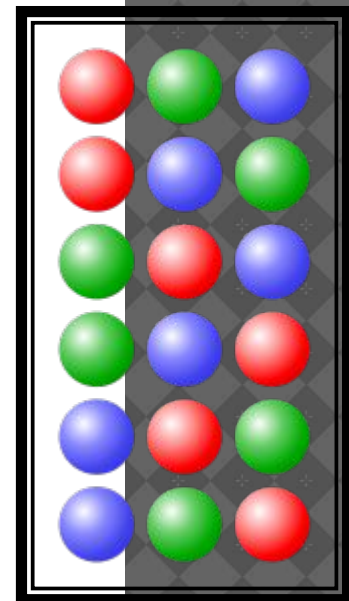
В теории групп под перестановкой произвольного множества подразумевается биекция этого множества на себя. Как синоним слову «перестановка» в этом смысле некоторые авторы используют слово подстановка.

**Свойства:** Число всех перестановок порядка  $n$  равно числу размещений из  $n$  по  $n$ , то есть факториалу:  $n!$

$$P_n = A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n.$$

Композиция определяет операцию произведения на перестановках одного порядка: Относительно этой операции множество перестановок порядка  $n$  образует группу, которую называют симметрической и обычно обозначают  $S_n$ .

Любая конечная группа порядка  $n$  изоморфна некоторой подгруппе группы перестановок из  $n$  чисел (теорема Кэли). При этом каждый элемент  $a \in G$  сопоставляется с перестановкой  $\rho_a$ , задаваемой тождеством  $\rho_a(g) = a \circ g$ , где  $g$  — произвольный элемент группы  $G$ ,  $\circ$  — групповая операция.



# СОЧЕТАНИЯ КОМБИНАТОРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

- ◉ В комбинаторике сочетанием из  $n$  по  $k$  называется набор  $k$  элементов, выбранных из данного множества, содержащего  $n$  различных элементов. Наборы, отличающиеся только порядком следования элементов (но не составом), считаются одинаковыми, этим сочетания отличаются от размещений.
- ◉ Так, например, наборы (3-элементные сочетания, подмножества,  $k=3$ )  $\{2, 1, 3\}$  и  $\{3, 2, 1\}$  6-элементного множества  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  ( $n=6$ ) являются одинаковыми (в то время как размещения были бы разными) и состоят из одних и тех же элементов  $\{1, 2, 3\}$ .
- ◉ В общем случае число, показывающее, сколькими способами можно выбрать  $k$  элементов из множества, содержащего  $n$  различных элементов, стоит на пересечении  $k$ -й диагонали и  $n$ -й строки треугольника Паскаля
- ◉ Число сочетаний из  $n$  по  $k$  равно биномиальному коэффициенту (см рисунок)

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

# ФОРМУЛА БИНОМА НЬЮТОНА

- Бино́м Нью́тона — формула для разложения на отдельные слагаемые целой неотрицательной степени суммы двух переменных, имеющая вид

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \dots + \binom{n}{n} b^n$$

- Где  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = C_n^k$  — биномиальные коэффициенты,  $n$  — неотрицательное целое число.

- В таком виде эта формула была известна ещё индийским и исламским математикам; Ньютон вывел формулу бинома Ньютона для более общего случая, когда показатель степени — произвольное действительное (или даже комплексное) число. В этом случае бином представляет собой бесконечный

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !