ПРЕЗЕНТАЦИЯ НА ТЕМУ «ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ»

Работу выполнила: студентка группы оп11/9 Чугунова Елизавета

ПОНЯТИЕ О КОМБИНАТОРИКЕ

Комбинато́рика (Комбинаторный анализ) — раздел математики, изучающий дискретные объекты, множества (сочетания, перестановки, размещения и перечисления элементов) и отношения на них (например, частичного порядка). Комбинаторика связана со многими другими областями математики — алгеброй, геометрией, теорией вероятностей и имеет широкий спектр применения в различных областях знаний (например, в генетике, информатике, статистической физике).

Термин «комбинаторика» был введён в математический обиход Лейбницем, который в 1666 году опубликовал свой труд «Рассуждения о комбинаторном искусстве».

Иногда под комбинаторикой понимают более обширный раздел дискретной математики, включающий, в частности, теорию графов.

РАЗМЕЩЕНИЯ КОМБИНАТОРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

- В комбинаторике размеще́нием (из n по k) называется упорядоченный набор из k различных элементов из некоторого множества различных n элементов.
- Пример 1: 1,3,2,5 — это 4-элементное размещение из 6-элементного множества \{1,2,3,4,5,6 \}.
- Пример 2: некоторые размещения элементов множества {1,2,3,4,5,6 } по 2: 1,2 1,3 1,4 1,5 … 2,1 2,3 учитывают порядок следования предметов. Так, например, наборы 2, 1, 3 и 3, 2, 1 являются различными, хотя состоят из одних и тех же элементов {1, 2, 3} (то есть совпадают как сочетания).

$$A_n^k = n^{\underline{k}} = (n)_k = n(n-1)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} = \binom{n}{k}k!.$$

ПЕРЕСТАНОВКА КОМБИНАТОРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

В комбинаторике перестано́вка — это упорядоченный набор чисел 1, 2, n, обычно трактуемый как биекция на множестве { 1, 2n }, которая числу i ставит в соответствие i-й элемент из набора. Число n при этом называется порядком перестановки. Как синоним слову «перестановка» в этом смысле некоторые авторы используют слово расстановка

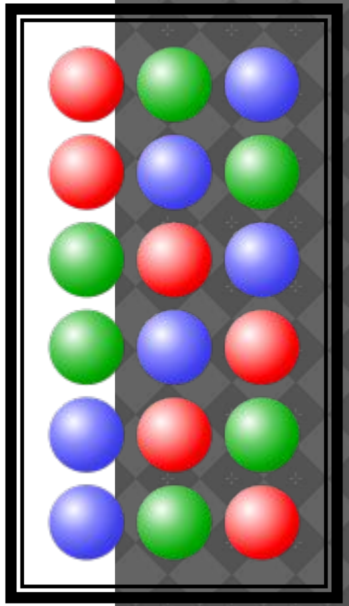
В теории групп под перестановкой произвольного множества подразумевается биекция этого множества на себя. Как синоним слову «перестановка» в этом смысле некоторые авторы используют слово подстановка.

Свойства: Число всех перестановок порядка n равно числу размещений из n по n, то есть факториалу:[1][2][3][4]

P_n=A_n^n= {n!}{(n-n)!}= {n!}{0!}=n!=1 2….. n.

Композиция определяет операцию произведения на перестановках одного порядка: Относительно этой операции множество перестановок порядка n образует группу, которую называют симметрической и обычно обозначают S_n.

Любая конечная группа порядка n изоморфна некоторой подгруппе группы перестановок из n чисел (теорема Кэли). При этом каждый элемент a \in G сопоставляется с перестановкой pi_a, задаваемой тождеством pi_a(g)=a 0 g, где g — произвольный элемент группы G, a — групповая операция.



СОЧЕТАНИЯ КОМБИНАТОРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

- В комбинаторике сочетанием из n по k называется набор k элементов, выбранных из данного множества, содержащего n различных элементов. Наборы, отличающиеся только порядком следования элементов (но не составом), считаются одинаковыми, этим сочетания отличаются от размещений.
- Так, например, наборы (3-элементные сочетания, подмножества, k=3) {2, 1, 3} и {3, 2, 1} 6-элементного множества {1, 2, 3, 4, 5, 6} (n=6) являются одинаковыми (в то время как размещения были бы разными) и состоят из одних и тех же элементов {1,2,3}.
- В общем случае число, показывающее, сколькими способами можно выбрать k элементов из множества, содержащего n различных элементов, стоит на пересечении k-й диагонали и n-й строки треугольника Паскаля
- Число сочетаний из n по k равно биномиальному коэффициенту(см рисунок)

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

ФОРМУЛА БИНОМА НЬЮТОНА

- Бино́м Нью́то́на — формула для разложения на отдельные слагаемые целой неотрицательной степени суммы двух переменных, имеющая вид

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \cdots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \cdots + \binom{n}{n} b^n$$

- Где $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = C_n^k$ — биномиальные коэффициенты, n — неотрицательное целое число.

- В таком виде эта формула была известна ещё индийским и исламским математикам; Ньютон вывел формулу бинома Ньютона для более общего случая, когда показатель степени — произвольное действительное (или даже комплексное) число. В этом случае бином представляет собой бесконечный

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !