

””



,



,



””



””



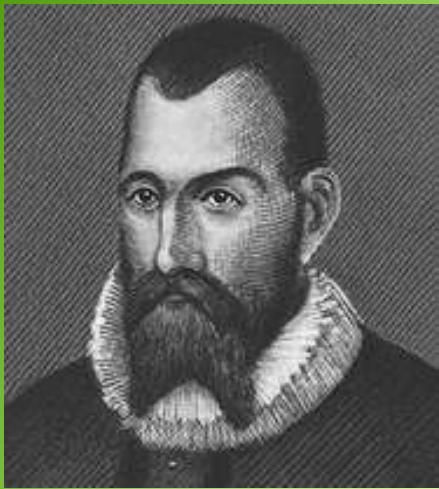
Договором

и его свойства

$\log_a b$

Тема урока:
Логарифмы

$$a^{\log_a b} = b$$



В 1590 году шотландский математик Джон НЕПЕР пришел к идее логарифмических вычислений и составил первые таблицы логарифмов, опубликовал труд «Описание удивительных таблиц логарифмов». В этом труде содержались определение логарифмов, объяснение их свойств. Изобрел логарифмическую линейку, счетный инструмент, использующий таблицы Непера для упрощения вычислений.

Применение логарифма

Банковские расчёты

География

Расчёты в производстве

Биология

Химия

Физика

Астрономия

Психология

Социология

Музыка



Некоторая сумма денег в A руб.
подвержена приросту в $p\%$
годовых. Через сколько лет эта
сумма составит S руб.?

$$n = \frac{\lg S - \lg A}{\lg \left(1 + \frac{p}{100}\right)}$$



Альпинисты, поднимаясь на пик Победы, достигли высоты, где давление было равно 304 мм рт. ст. Вычислим, на какой высоте находились альпинисты. ($p_0 = 760$ мм рт. ст.)

Решение.

Высота над уровнем моря вычисляется по формуле

$$h = \frac{800}{0.4343} \lg \frac{p_0}{p}$$

где p_0 - давление на уровне моря, p - давление на высоте h м.

$$h = \frac{800}{0.4343} \lg \frac{760}{304} = 7330.2$$



Увеличение диаметра объектива телескопа позволяет видеть всё большее количество звёзд, не различимых простым глазом. При этом предельная «звёздная величина» k звёзд, видимых через телескоп, вычисляется по приближённой формуле

$$K = 7,5 + 5 \lg D$$

где D - диаметр объектива телескопа в см.
Например, при $D = 8$ см

$$K = 7,5 + 5 \lg 8 = 12$$

Значит, через телескоп можно увидеть звёзды до 12-й величины.



Что такое логарифм? Как решать логарифмы?

Эти вопросы многих выпускников вводят в ступор. Традиционно тема логарифмов считается сложной, непонятной и страшной. Особенно - уравнения с логарифмами.

Это абсолютно не так. Абсолютно! Не верите?

Хорошо. Сейчас, за какие-то 10 - 20 минут **ВЫ**:

1. Поймете, что такое логарифм.

2. Научитесь решать целый класс показательных уравнений.

Даже если ничего о них не слышали.

3. Научитесь вычислять простые логарифмы.

Причём для этого вам нужно будет знать только таблицу умножения, да как возводится число в степень...

Чувствую, сомневаетесь вы...

Ну ладно, засекайте время!



- Для начала решите в уме вот такое уравнение:

$$3^x = 9$$

Удалось?

Ну да, $x = 2$. Три в квадрате - это девять.

- А теперь решите почти то же самое:

$$3^x = 8$$

Что, что-то не так? $3^x = 8$

Ответ, что нету такого икса,

не принимается!

Согласитесь, что это как-то нечестно – с девяткой пример решается в уме, а с дробное число, между единичкой и восьмеркой не решается вообще! Ну чем (3¹ девятка и двойкой (3² = 9) и даже приблизительно подобраться, найти это математика не терпит такой, число крики и вонзяться каждый раз.... Математика! решает уравнение как всегда радикально и элегантно.

- Вернёмся к нашему загадочному примеру:

$$3^x = 8$$

X - это число, в которое надо возвести 3, чтобы получить 8.

Фраза понятна?

Если непонятна, прочитайте ещё раз. И ещё. **Это важно.**

- **назовём это число логарифмом** восьми по основанию три.

Записывается это вот как:

$$x = \log_3 8$$

- Читаем ещё раз: "икс равен логарифму восьми по основанию три".

Где что пишется – запомнить легко: число 3 – называется **основанием**, пишется в логарифме и в показательном выражении *внизу*.

Основание у чего угодно - оно, обычно, *внизу* бывает.

- ***И это правильный ответ!***

- Как решить пример:

$$5^x = 12 ?$$

- Легко!

x - это число, в которое надо возвести 5, чтобы получить 12.

В математической записи: $X =$

$$\log_5 12$$

Оформление решения:

$$5^x = 12$$

$$x = \log_5 12$$

- Ещё пример:

$$2^x = 135$$

Элементарно!

$$x = \log_2 135$$

- И ещё:

$$19^x = 0,352$$

Не вопрос!

$$x = \log_{19} 0,352$$

Это все верные ответы!

Приятно, правда?

- Представьте, мы в обыденной жизни спросили, например: "как доехать до вокзала?" И нам честно и правильно ответили: "На автобусе, который идёт до вокзала!" В жизни толку с такого ответа мало.

А в математике - пожалуйста!

- Вас смущает, что вместо конкретного числа мы пишем какие-то значки с цифрами? Ну ладно, только для вас... Я покажу вам это конкретное число:

$$x = \log_3 8 = 1,892789260714.....$$

- Легче стало? Учтите ещё, что это число *никогда* не кончается. Иррациональное оно...
- Поэтому и записывают логарифмы вместо страшно лохматых чисел. Кому надо числовой ответ - посчитает на калькуляторе.

- Но радость от новых знаний будет неполной без ложки дегтя.
- Если логарифм считается без калькулятора, его *надо считать*.
- Ответ, например, $X = \log_2 4$ нехорош.
- Этот логарифм вычисляется, и его вы *обязаны* посчитать. Собственно, это и есть **решение логарифма**.
- И чему же равен $\log_2 4$?

$$\log_3 27 = 3$$

- Уловили? Ну-ка разовьём успех!

Решаем примеры:

$$\log_3 81 =$$

2

1

3

6

5

4

$$\log_3 27 = 3$$

- Уловили? Ну-ка разовьём успех!

Решаем примеры:

$$\log_3 81 = 4$$

$$\log_5 5 =$$

2

1

3

6

5

4

$$\log_3 27 = 3$$

- Уловили? Ну-ка разовьём успех!

Решаем примеры:

$$\log_3 81 = 4$$

$$\log_4 16 =$$

$$\log_5 5 = 1$$

2

1

3

6

5

4

$$\log_3 27 = 3$$

- Уловили? Ну-ка разовьём успех!

Решаем примеры:

$$\log_3 81 = 4$$

$$\log_4 16 = 2$$

$$\log_5 5 = 1$$

$$\log_6 216 =$$

2

1

3

6

5

4

$$\log_3 27 = 3$$

- Уловили? Ну-ка разовьём успех!

Решаем примеры:

$$\log_3 81 = 4$$

$$\log_4 16 = 2$$

$$\log_5 5 = 1$$

$$\log_6 216 = 3$$

- Вот мы и познакомились с логарифмами. На понятном уровне. Вы убедились, что они не опасны. Но есть, есть у них свои фишки! Самая важная - это **ограничения**.
- До сих пор мы знали два жёстких ограничения. **Нельзя делить на ноль и извлекать корень чётной степени из отрицательного числа**. Эти ограничения играют огромную роль в решении заданий. Про ОДЗ помните? Теперь добавляются ограничения, связанные с логарифмами.
- Запишем в общем виде, т.е. через буквы:

$$c = \log_a b$$

- или, что едино:

$$\log_a b = c$$

- Вспомним: a - это основание, которое нужно возвести в степень c , чтобы получить b .

- Прикинем, любым ли числом может быть a ? Если, к примеру, $a = 1$? Забавно получится, единица в любой степени - единица. Как-то оно не очень... Как не меняй c , а a и b единичками останутся... Та же история и с нулём. Не годятся эти числа в качестве основания. Отрицательные числа - капризные. В одну степень их можно возводить, в другую нельзя... Вот и поступили с ними, как со всеми капризными – вовсе исключили из рассмотрения.
- В результате получилось:

$$a > 0; \quad a \neq 1$$

- А если мы *положительное* число возведём в любую степень, мы получим... получим... Да! Положительное число и получим. Отсюда:

$$b > 0$$

Ещё не мешает знать, что такое десятичный логарифм и что такое натуральный логарифм?

В математике два основания употребляются очень часто.

**Это основание 10 и
основание число e.**

$$\log_{10} b = \lg b$$

$$\log_e b = \ln b$$

Основное логарифмическое
тождество:

$$a^{\log_a b} = b$$