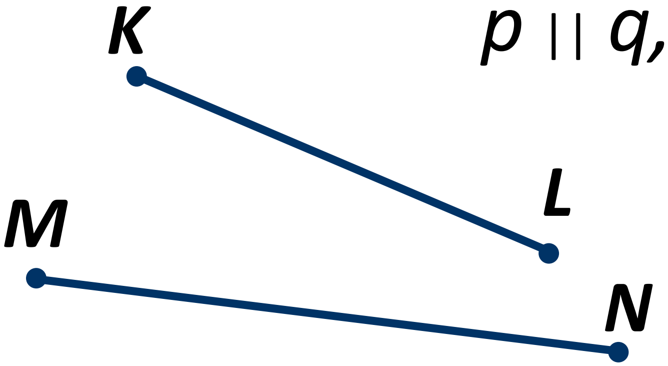
Параллельные прямые. Признак параллельности прямых по равенству накрест лежащих углов

Две прямые называются **параллельными**, если они не пересекаются.

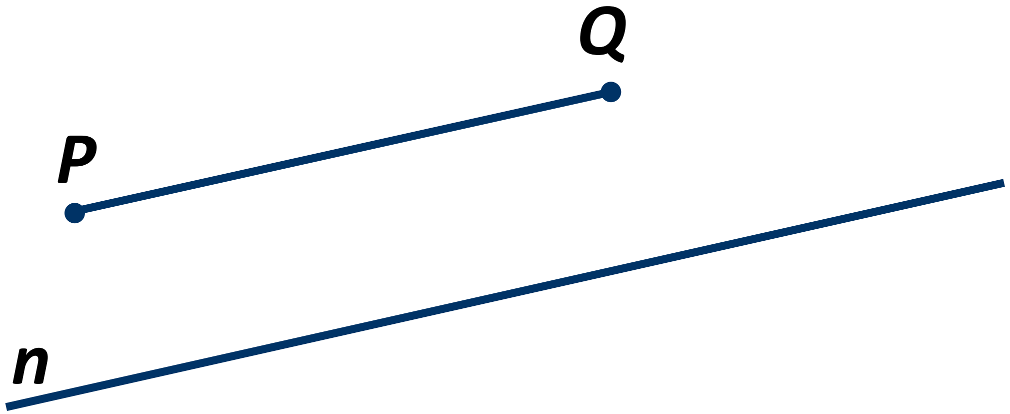
Обозначают: $a \parallel b$

Два отрезка называются параллельными, если они лежат на параллельных прямых.

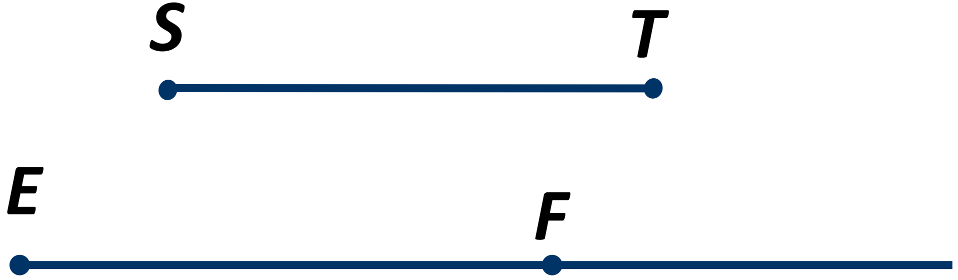
$p \parallel q$, $AB \parallel CD$



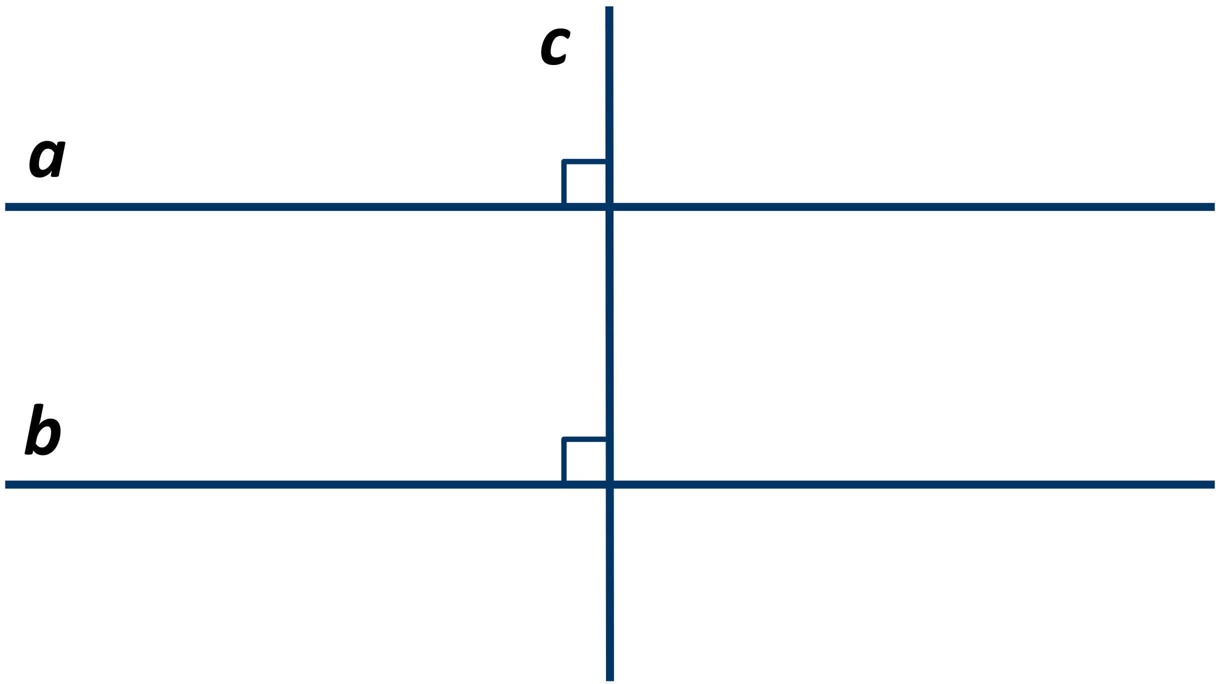
Обозначают: $KL \nparallel MN$



$PQ \parallel n$

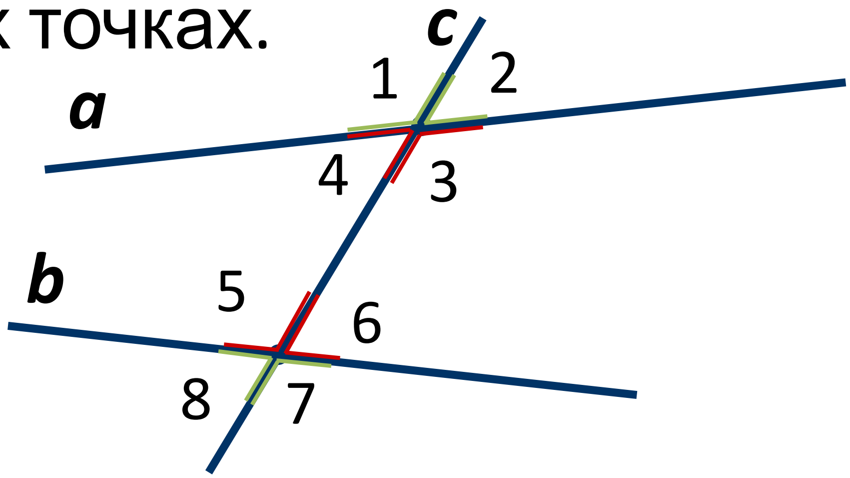


$ST \parallel EF$



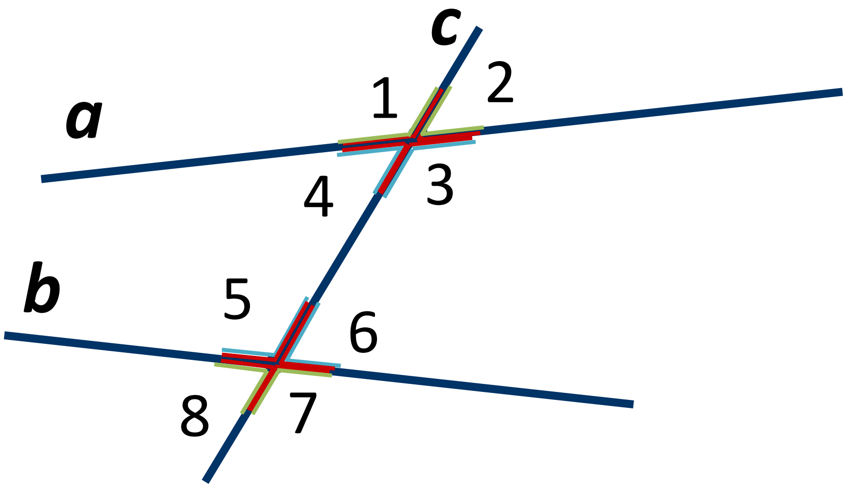
$a \parallel b$

Прямая *c* называется секущей по отношению к прямым *a* и *b*, если она пересекает каждую из них в разных точках.



$\angle$ 3 и $\angle$ 5, $\angle$ 4 и $\angle$ 6 – внутренние накрест лежащие.

$\angle$ 1 и $\angle$ 7, $\angle$ 2 и $\angle$ 8 – внешние накрест лежащие.

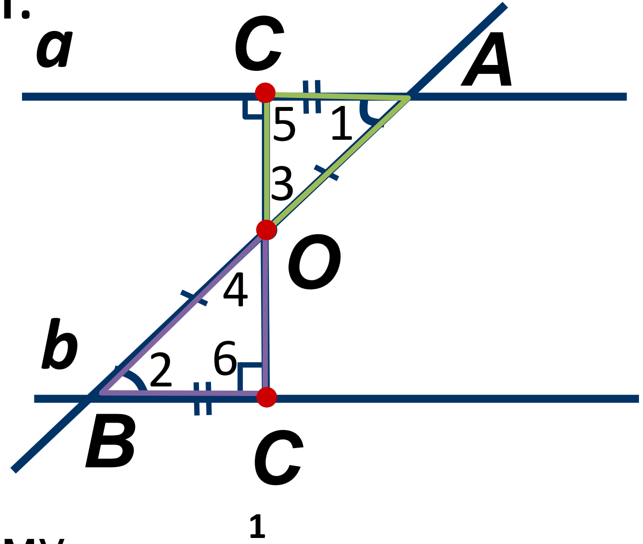


∠ 1 и ∠ 5, ∠ 4 и ∠ 8, ∠ 2 и ∠ 6, ∠ 3 и ∠ 7 – соответственные.

∠ 4 и ∠ 5, ∠ 3 и ∠ 6 – внутренние односторонние.

∠ 2 и ∠ 7, ∠ 1 и ∠ 8 – внешние односторонние.

Теорема. Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.



Доказательство.

Пусть $\angle 1 = \angle 2$ (накрест лежащие).

Если $\angle 1 = \angle 2 = 90°$, то $a \perp AB$, $b \perp AB$.

Значит, $a \parallel b$.

Если $\angle 1 = \angle 2 \neq 90°$.

Рассмотрим $\Delta\, OCA$ и $\Delta\, OC_1B$.

$AO = OB$, $AC = BC_1$, $\angle 1 = \angle 2$.

Следовательно, $\Delta\, OCA = \Delta\, OC_1B$ (по первому признаку).

$\angle 3 = \angle 4$, $\angle 5 = \angle 6$.

Так как $\angle 5 = 90°$ и $\angle 5 = \angle 6$, $\angle 6 = 90°$.

Получаем, что $CC_1 \perp a$, $CC_1 \perp b$, то есть $a \parallel b$.

Теорема

Задача. Докажите, что если два отрезка KL и MN равны и параллельны, то отрезки KM и LN, соединяющие их соответственные концы, параллельны.

Доказательство.

Рассмотрим $\Delta\, KMN$ и $\Delta\, KLN$.

KN – общая,

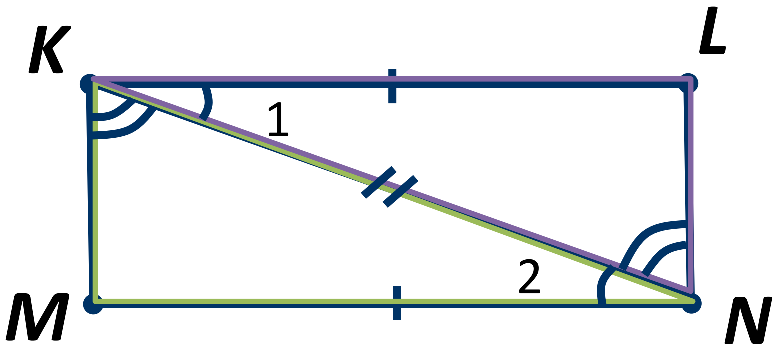
$KL = MN,$

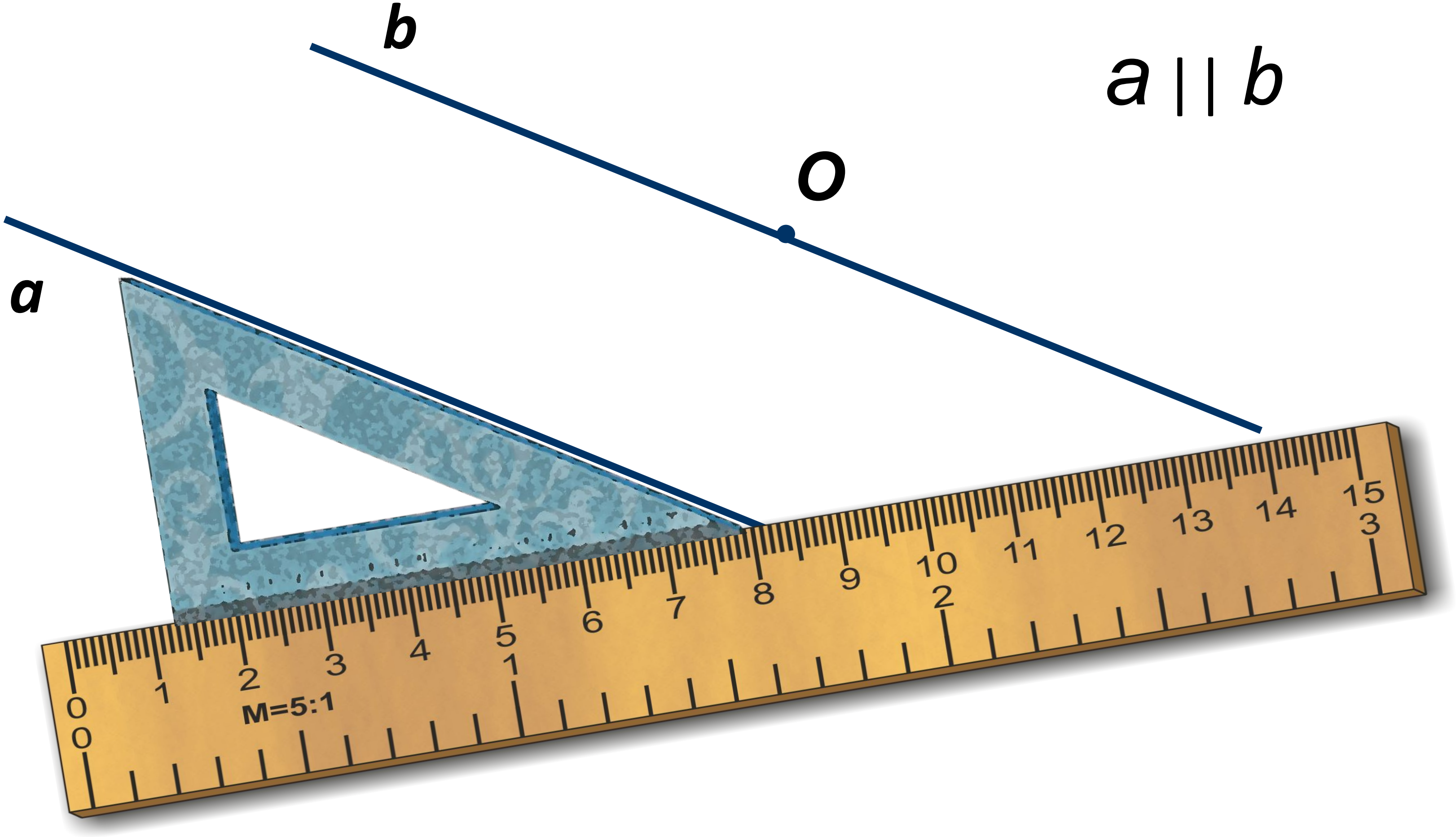
$\angle 1 = \angle 2$ (как накрест лежащие).

Тогда $\Delta\, KMN = \Delta\, KLN$ (по первому признаку).

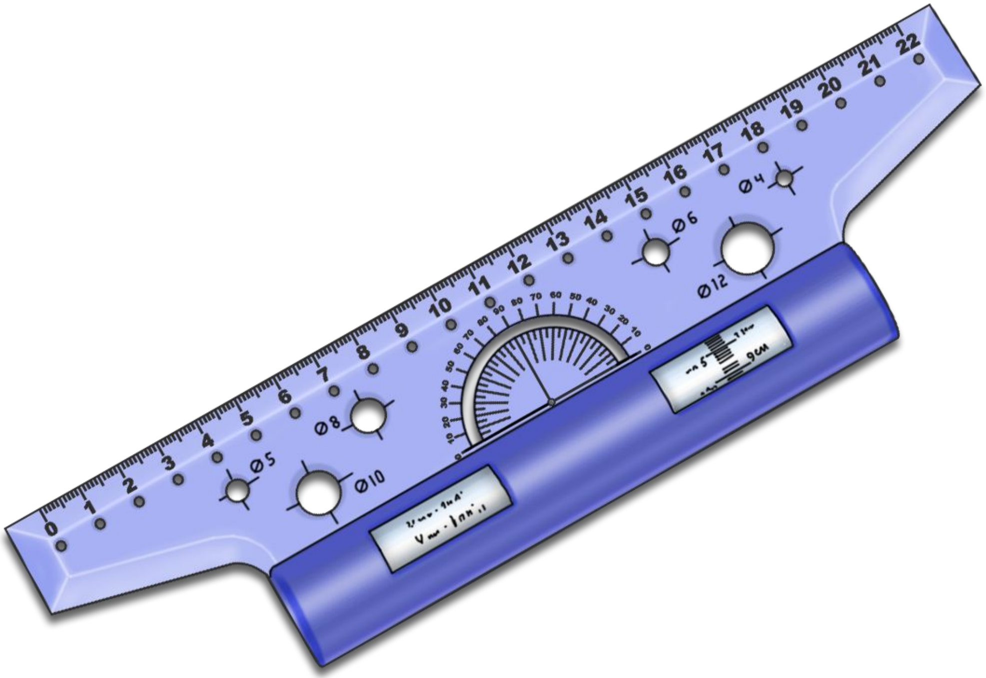
Значит, $\angle LNK = \angle MKN$.

Следовательно, $KM \,||\, LN$.





b
O
a
a || b
M=5:1


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22
Ø4
Ø5
Ø6
Ø8
Ø10
Ø12

Рейсшин
а

Малк
а