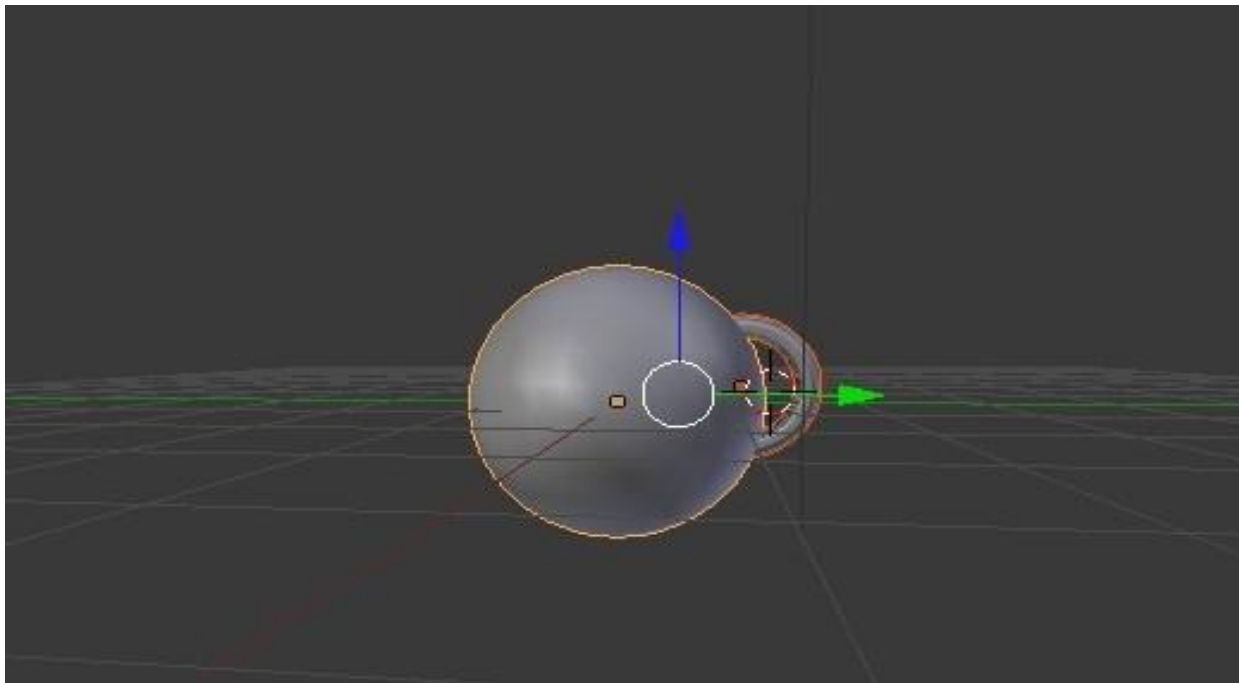


**ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ТОПОЛОГИИ
ДВУМЕРНЫХ МНОГООБРАЗИЙ С
ПОМОЩЬЮ ГРАФИЧЕСКОГО РЕДАКТОРА
BLENDER.**

**Доклад подготовил: Кирщина
Артем Васильевич
Научный руководитель: Хромова
Олеся Павловна**

- Целью настоящей работы является визуализация в графическом редакторе Blender топологической операции склейки двумерных многообразий на примере сферы.
- Объектом исследования являются двумерные дифференцируемые многообразия и их топологические инварианты.



ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ФАКТЫ

□ M, N – n -мерные многообразия.

$f : M \rightarrow N$ – гомеоморфизм (т.е. взаимно однозначное, взаимно непрерывное отображение).

Опр. Характеристику пространства, которая сохраняется при гомеоморфизме, принято называть **топологическим инвариантом**.

Примером топологического инварианта служит **эйлерова характеристика** (или характеристика Эйлера-Пункаре) многообразия M , которая обычно обозначается $\chi(M)$.

В случае двумерного многообразия эйлерова характеристика вычисляется по формуле

$$\chi(M) = \Gamma - P + B,$$

где Γ , P и B есть соответственно число граней, ребер и вершин полиэдра, восстановленного на поверхности многообразия.

Если двумерное многообразие M получено из многообразий M' и M'' склеиванием по гомеоморфизмам

$$f_i : y_i \rightarrow y_i' \quad , i = 1, 2, \dots, k \quad ,$$

то эйлерова характеристика многообразия M равна сумме эйлеровых характеристик многообразий M' и M'' , т.е. $\chi(M) = \chi(M') + \chi(M'')$



- Ввести понятие ручки и ленты Мебиуса!!!
Дополнить рисунками



□ **Теорема** (о классификация двумерных многообразий).

Любое гладкое компактное связное замкнутое двумерное многообразие M гомеоморфно либо сфере S^2 с g ручками (если M ориентировано), либо сфере S^2 с k пленками Мебиуса (если M неориентировано).

При этом число g ручек называют **родом** многообразия M , а число k пленок Мебиуса – **неориентируемым родом**.

Таким образом, для эйлеровой характеристики 2-мерных многообразий в соответствие с теоремой выполняется

$$\chi(M) = 2 - 2g,$$

где g – род ориентированного многообразия M , или

$$\chi(M) = 2 - k,$$

где k – неориентируемый род.

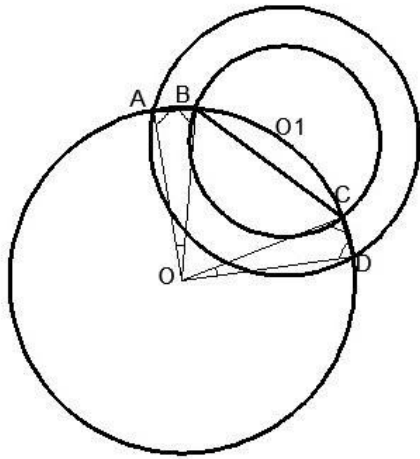


МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ ОПЕРАЦИИ СКЛЕЙКИ В ГРАФИЧЕСКИХ РЕДАКТОРАХ

В данном разделе рассмотрим операцию “приклеивания” ручки к сфере. С точки зрения дальнейшей визуализации этой процедуры в графическом 3d редакторе остановимся на двух вариантах такой склейки.



СЛУЧАЙ ПЕРВЫЙ.

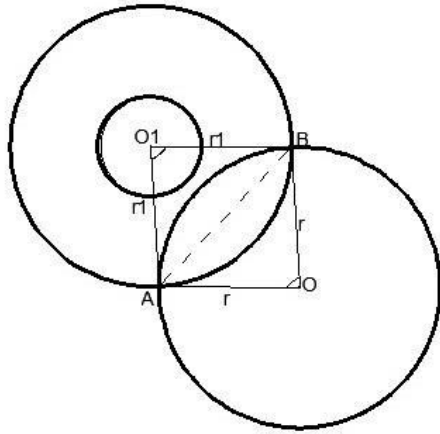


Обозначим через S окружность, соответствующую разрезу сферы, а через S_T -окружность, соответствующую внешней части кольца, и рассмотрим треугольники $\triangle OAB$ и $\triangle OCD$. Поскольку $OA = OB = R$, то $AB = CD = 2R \cos(\beta)$, где R - радиус окружности S , $\beta = \angle OBA = \angle OAB$.

Для простоты выполнения склейки в графическом редакторе будем <<опускать>> тор в сферу так, чтобы отрезок BC был диаметром окружности S_T , и значит равным $2R \cos(\beta)$.



СЛУЧАЙ ВТОРОЙ.



□ Теперь будем считать, что ручка образована путем вырезания дырки из тора. В этом случае в разрезе будем иметь следующую картину, где как и ранее через S обозначена окружность, соответствующая разрезу сферы, а через S_T - окружность, соответствующая внешней части кольца.

Из соображений простоты выполнения построения в графическом редакторе будем считать, что $R = R_1$, где R - радиус окружности S , а R_1 радиус окружности S_T . При этом хорда $AB = 2R \cos(\beta)$, где $\beta = \angle OBA$.



BLENDER

Среди уникальных особенностей Blender следует отметить следующие.

1. Кроссплатформенность. Blender одинаково хорошо и стабильно работает в Linux, Windows и др. операционных системах.

2. Размер. По сравнению с коммерческими разработками размер этого редактора совершенно мизерный --- всего несколько десятков мегабайт.

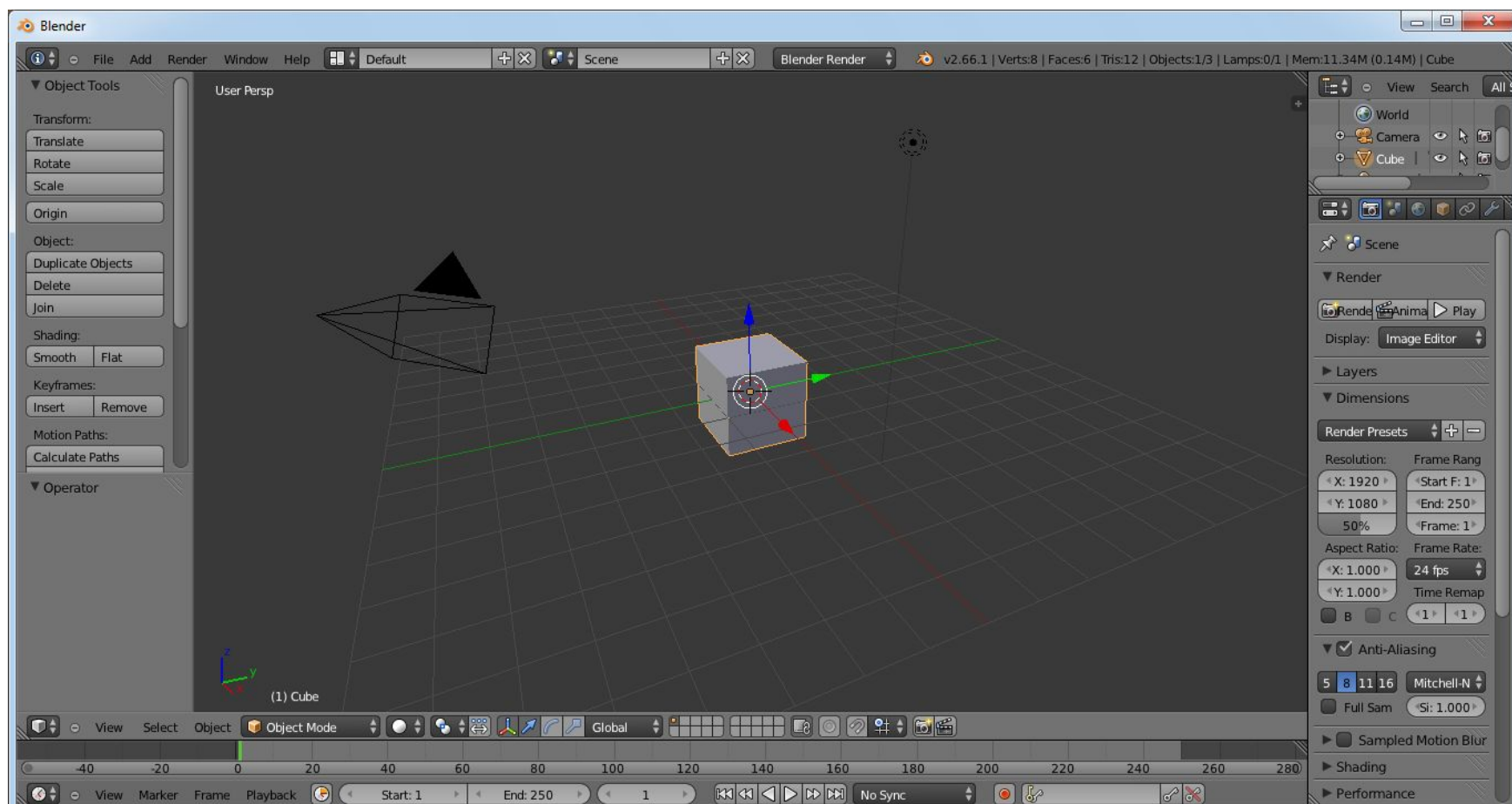
3. Системные требования. Программа может полноценно функционировать даже на ПК с очень слабыми конфигурациями, вплоть до нетбуков. Минимальные требования к системе более чем скромные: процессор с одним ядром, работающий на частоте 1 ГГц, оперативная память 512 Мбайт и видеокарта с поддержкой Open GL и объемом памяти не ниже 64 Мбайт.



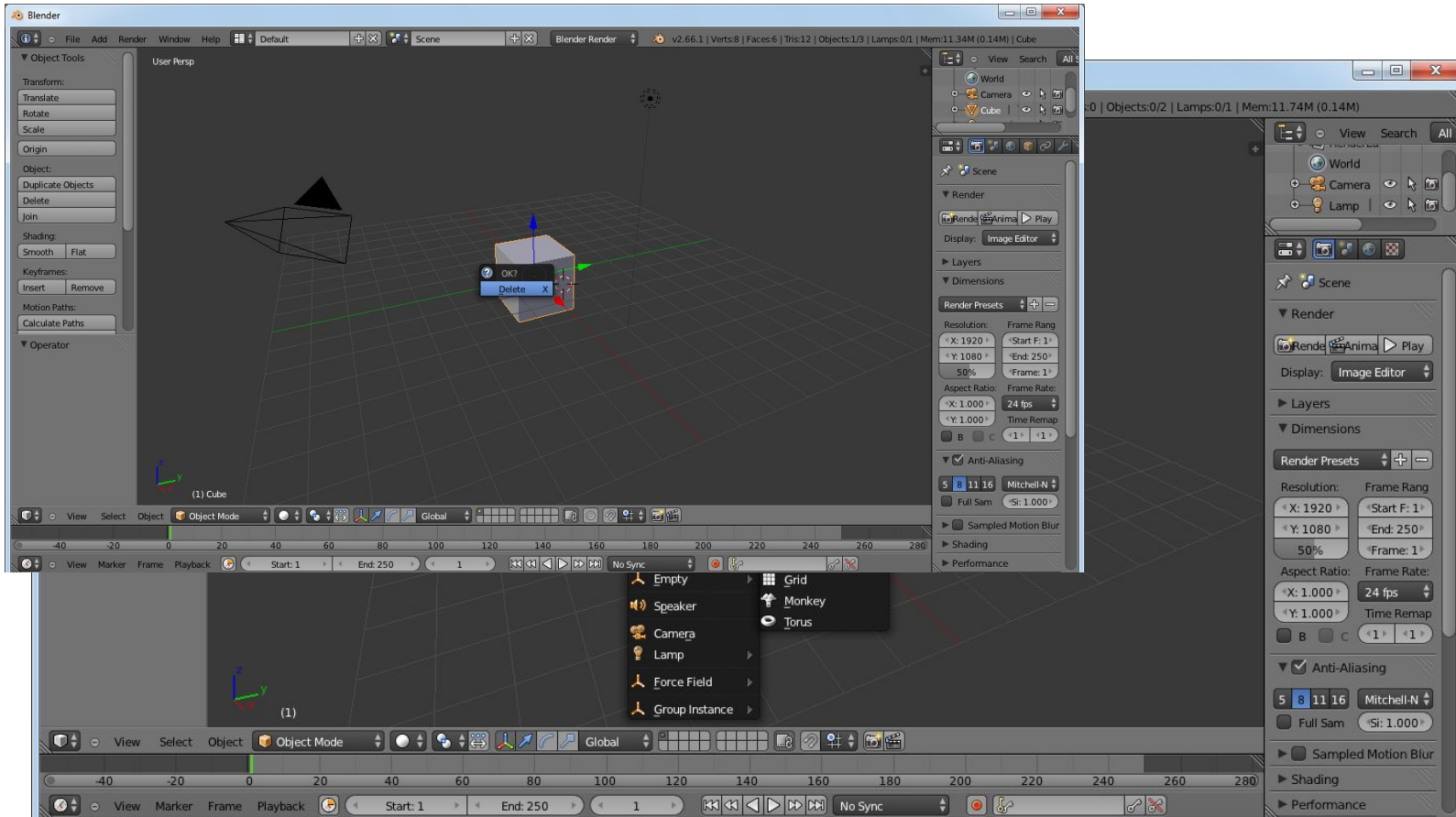
ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ В BLENDER

Операция склейки

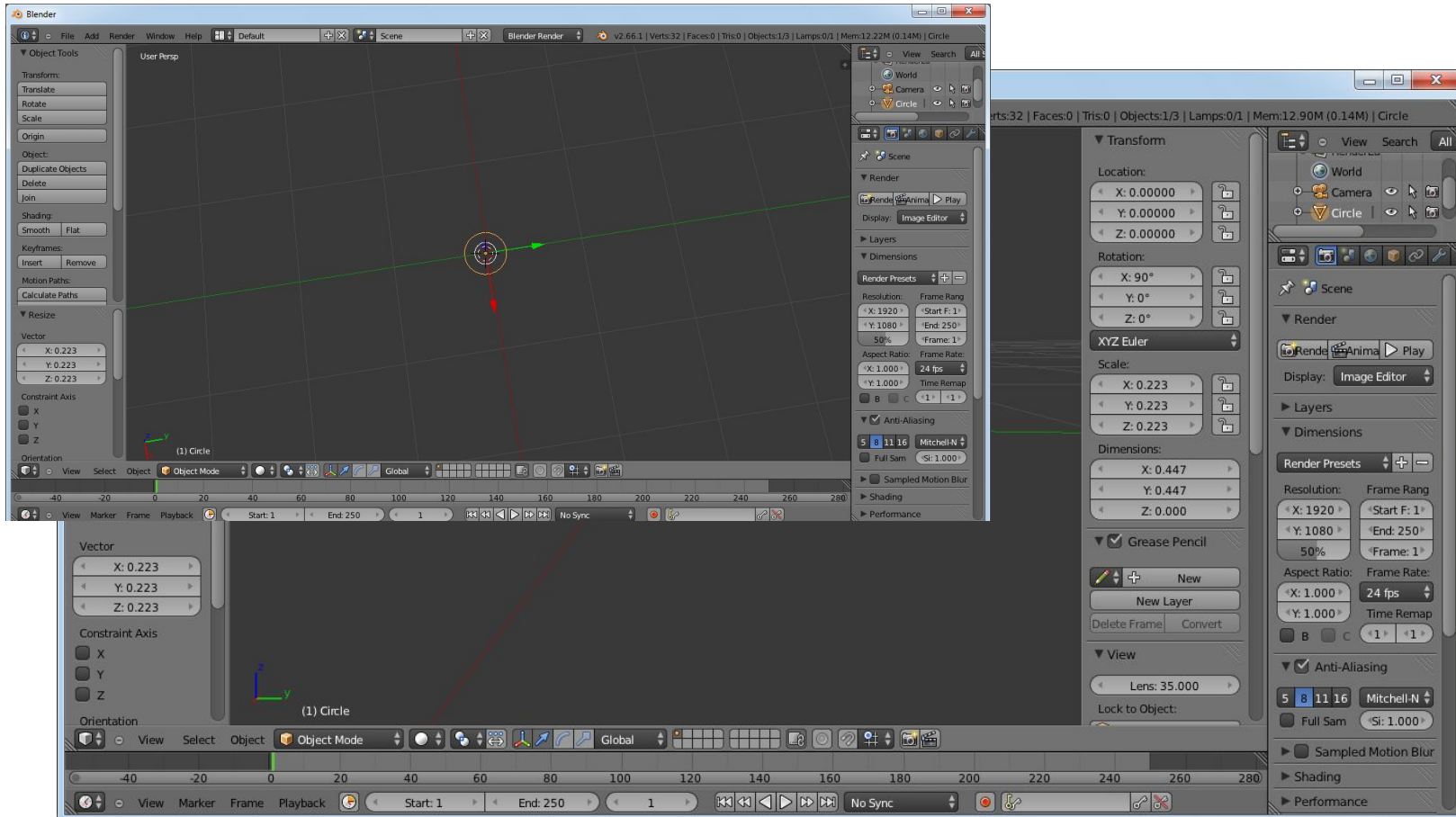
Далее будут показаны пошагово действия в Blender.



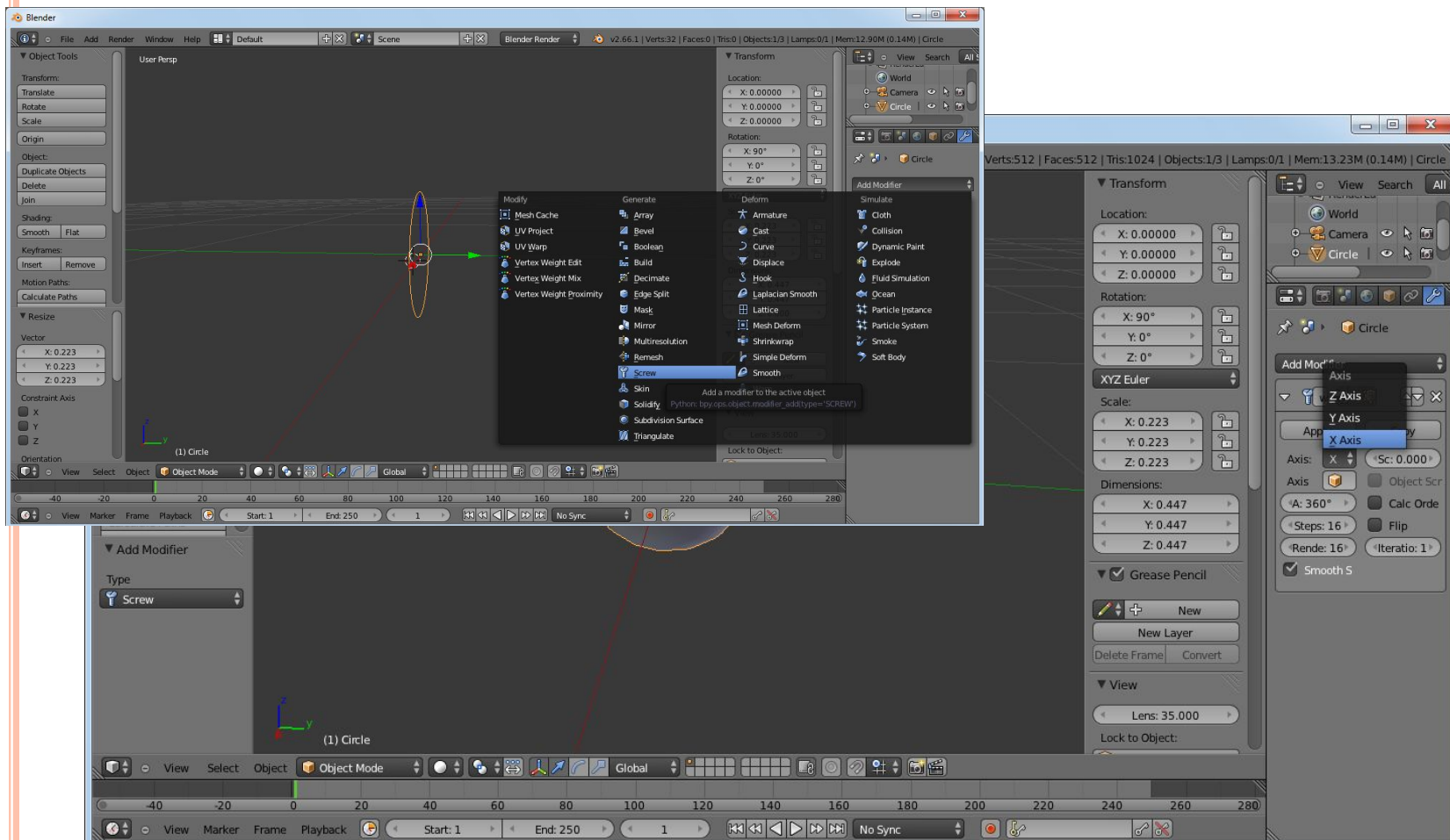
УДАЛЯЕМ СТАНДАРТНЫЙ КУБ, ДОБАВЛЯЕМ МЕШ ОКРУЖНОСТЬ



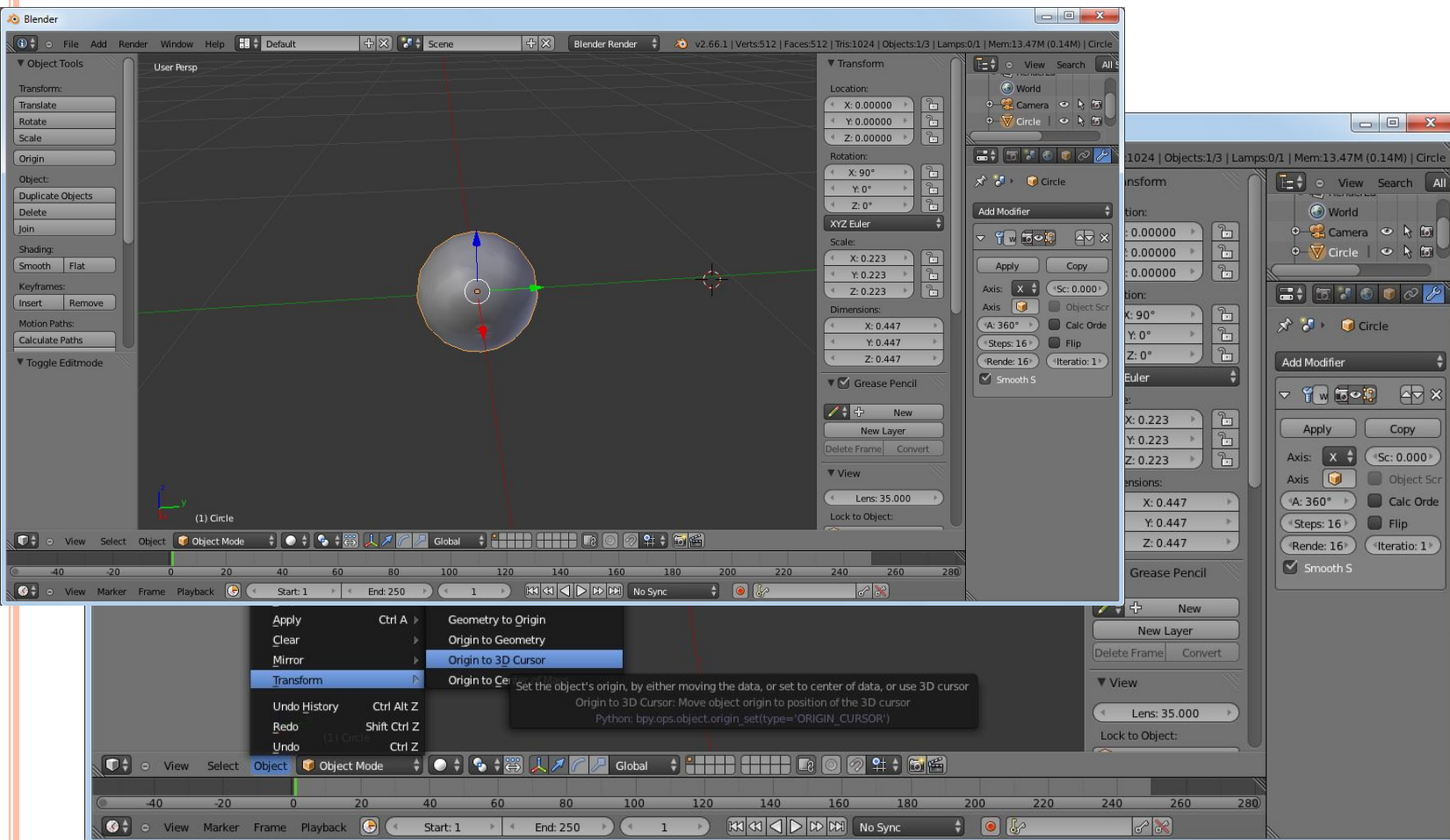
УМЕНЬШАЕМ ДИАМЕТР ОКРУЖНОСТИ, ПОВОРАЧИВАЕМ ОКРУЖНОСТЬ ПО ОСИ OX НА 90 ГРАДУСОВ



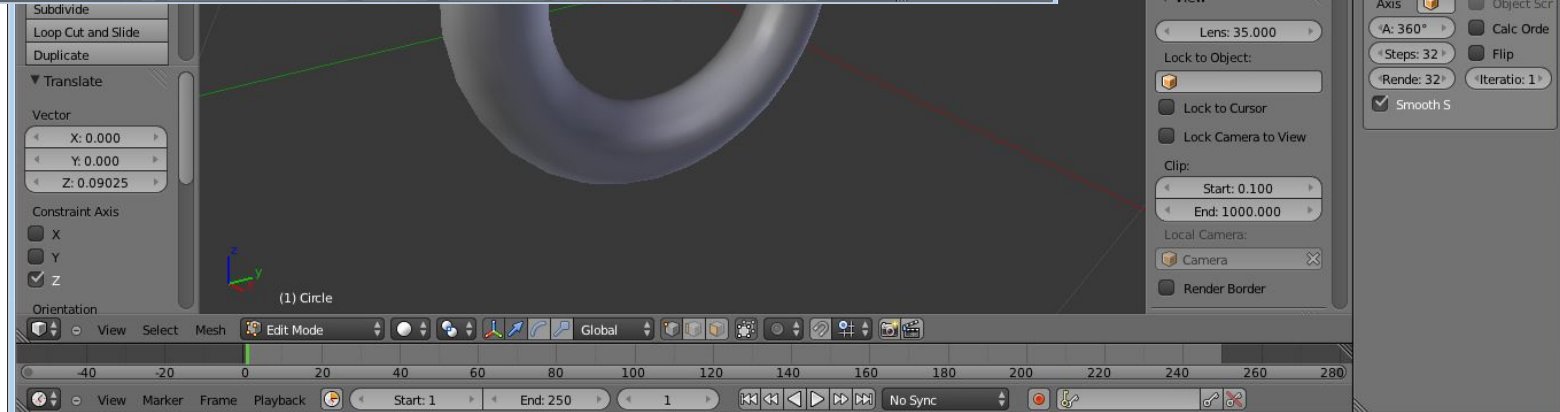
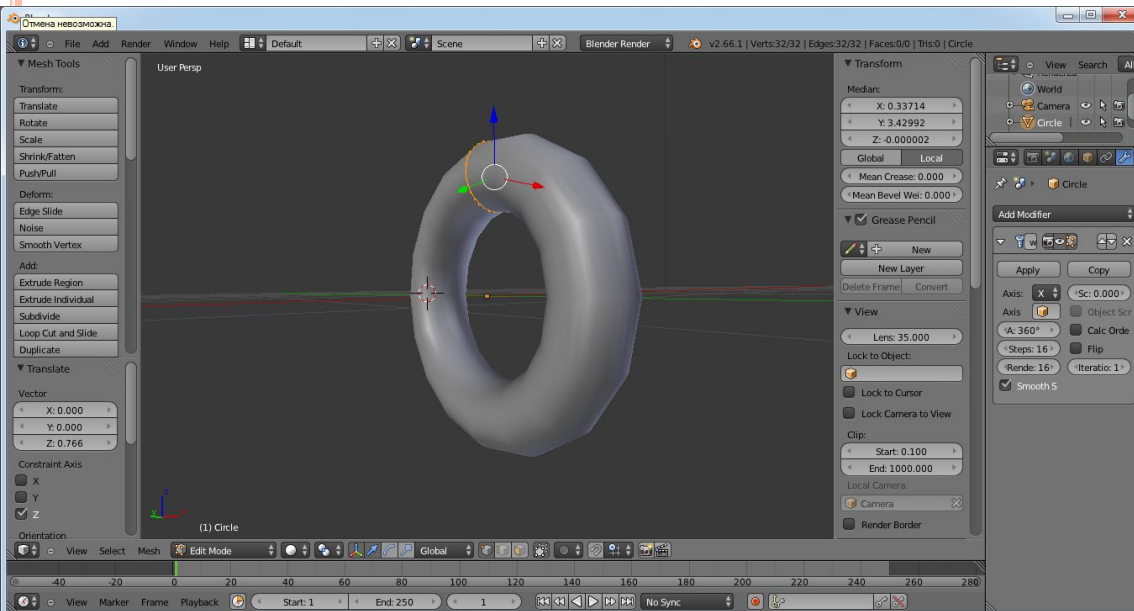
ИСПОЛЬЗУЕМ МОДИФИКАТОР SCREW, В РЕЗУЛЬТАТЕ ПОЛУЧАЕМ НОВЫЙ МЕШ, ГОМЕОМОРФНЫЙ ТОРУ.



ПЕРЕМЕЩАЕМ 3D КУРСОР, РАСТЯГИВАЕМ МЕШ ДО ШИРИНЫ, 3D КУРСОРА.



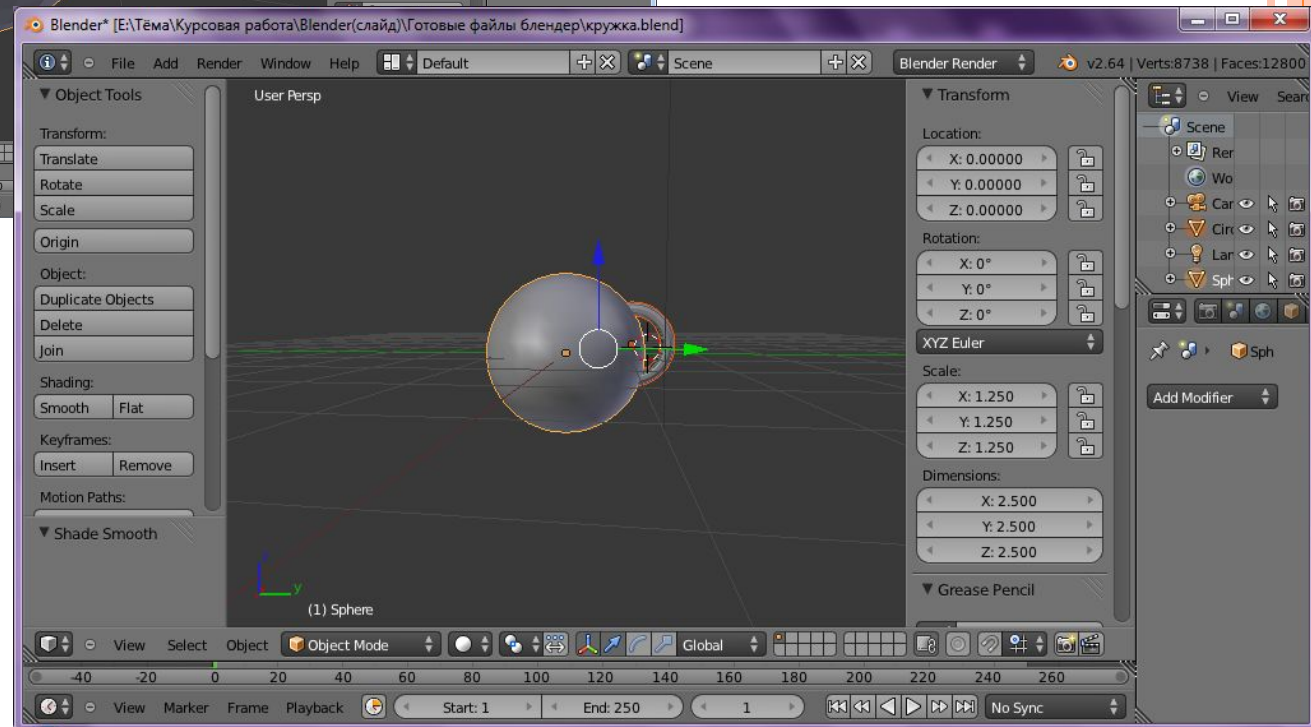
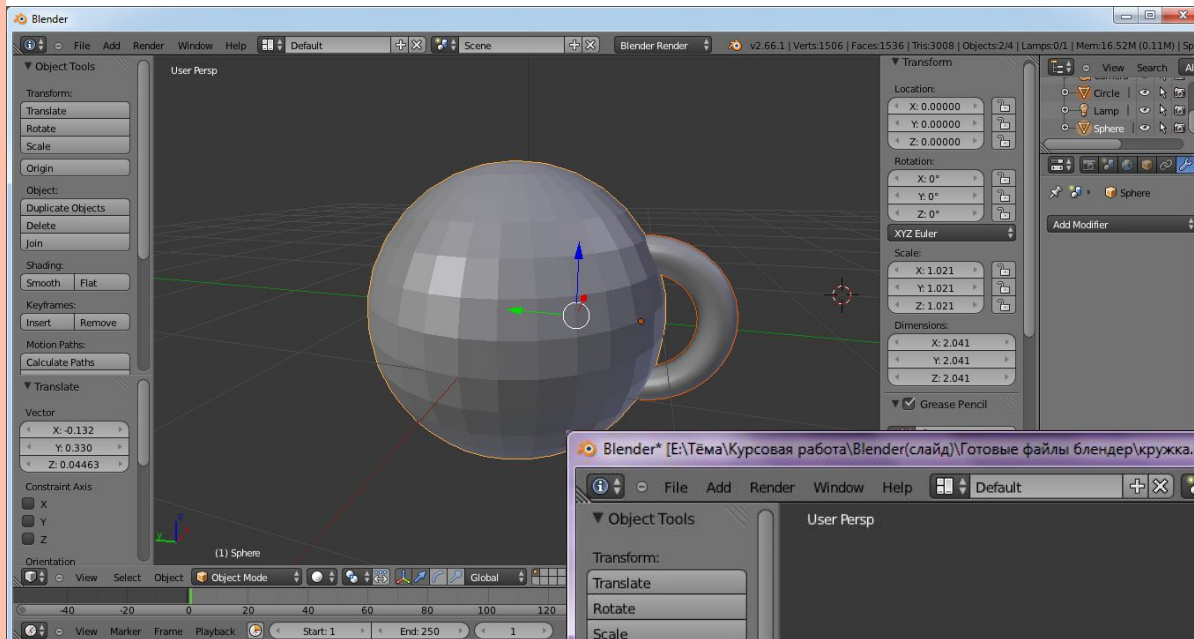
В ИТОГЕ ПОЛУЧАЕМ «ТОР». СГЛАЖИВАЕМ ОБЪЕКТ



ОТКОРРЕКТИРОВАЛИ ПАРАМЕТРЫ МОДИФИКАТОРА SCREW ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ РУЧКИ. ДОБАВИЛ МЕШ UV SPHERE



Объединяем объекты. Сглаживание конечного объекта



АНИМАЦИЯ ОПЕРАЦИИ СКЛЕЙКИ

