ЛЕКЦИЯ 6

«Эквивалентные бесконечно малые функции»

1. Сравнение бесконечно малых.
2. Основные теоремы о бесконечно малых.
3. Применение бесконечно малых функций.

1. Сравнение бесконечно малых.

Две б.м.ф. сравниваются между собой с помощью их отношения.

1. Если $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\alpha}{\beta}=A\neq 0$, то α и β - бесконечно малые одного порядка.

2. Если $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\alpha}{\beta}=0$, то α - более высокого порядка, чем β порядка.

3. Если $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\alpha}{\beta}=\infty$, то α - более низкого порядка, чем β порядка.

4. Если $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}$ - не существует, то α и β - несравнимые функции.

2. Основные теоремы об эквивалентных б. м.ф.

Теорема 1: Предел отношения двух бесконечно малых функций не изменится, если каждую или одну их них заменить эквивалентной ей бесконечно малой.

Теорема 2: Разность двух эквивалентных бесконечно малых функций есть бесконечно малая более высокого порядка, чем каждая из них

Теорема 3: Сумма конечного числа бесконечно малых функций разных порядков эквивалентна слагаемому низшего порядка

Слагаемое, эквивалентное сумме бесконечно малых функций, называется **главной частью** этой суммы.

Замена суммы бесконечно малых функций ее главной частью называется **отбрасыванием** бесконечно малых высшего порядка.

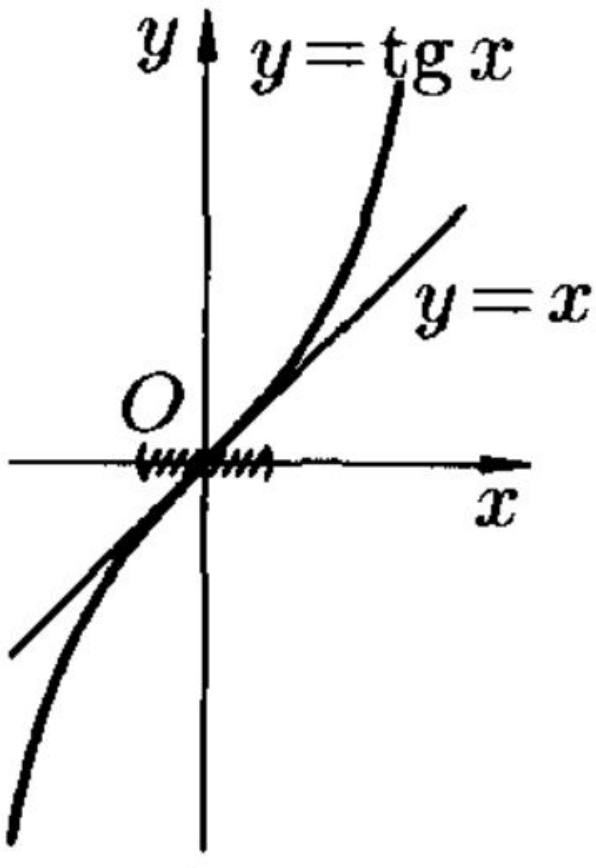
3. Применение эквивалентных бесконечно малых функций.

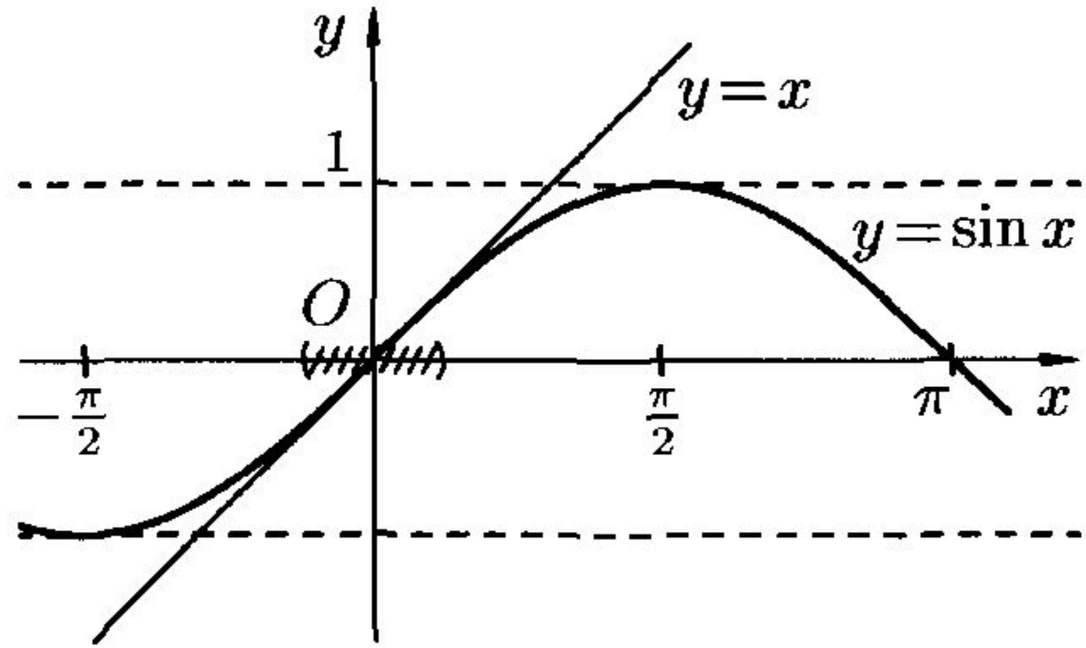
1. $sinx \sim x$ при $x \to 0$
2. $tgx \sim x$ при $x \to 0$
3. $arcsinx \sim x$ при $x \to 0$
4. $arctgx \sim x$ при $x \to 0$
5. $1 - cosx \sim \frac{x^2}{2}$ при $x \to 0$
6. $e^x - 1 \sim x$ при $x \to 0$
7. $a^x - 1 \sim x \cdot lna$ при $x \to 0$
8. $ln(1 + x) \sim x$ при $x \to 0$
9. $log_a(1 + x) \sim xlog_a e$ при $x \to 0$
10. $(1 + x)^k - 1 \sim k \cdot x, \qquad k > 0$ при $x \to 0$

3. Применение эквивалентных бесконечно малых функций.

Приближенные вычисления

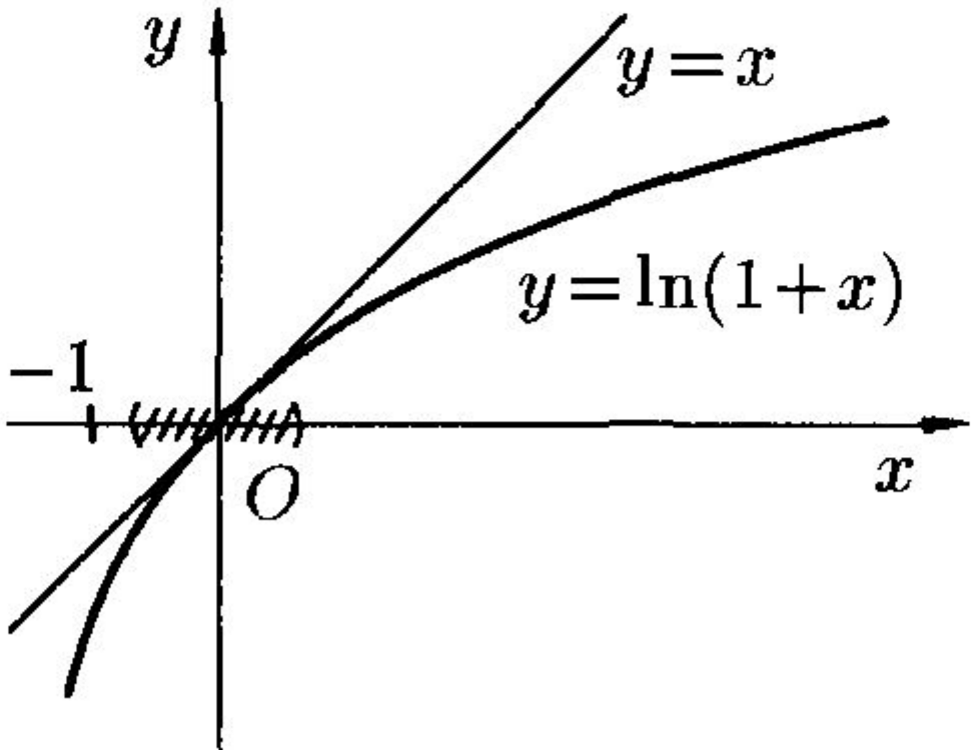
Если $\alpha \sim \beta$, то отбрасывая в равенстве $\alpha = \beta + (\alpha - \beta)$ бесконечно малую более высокого порядка, т.е. $\alpha - \beta$, получим приближенное равенство $\alpha \approx \beta$





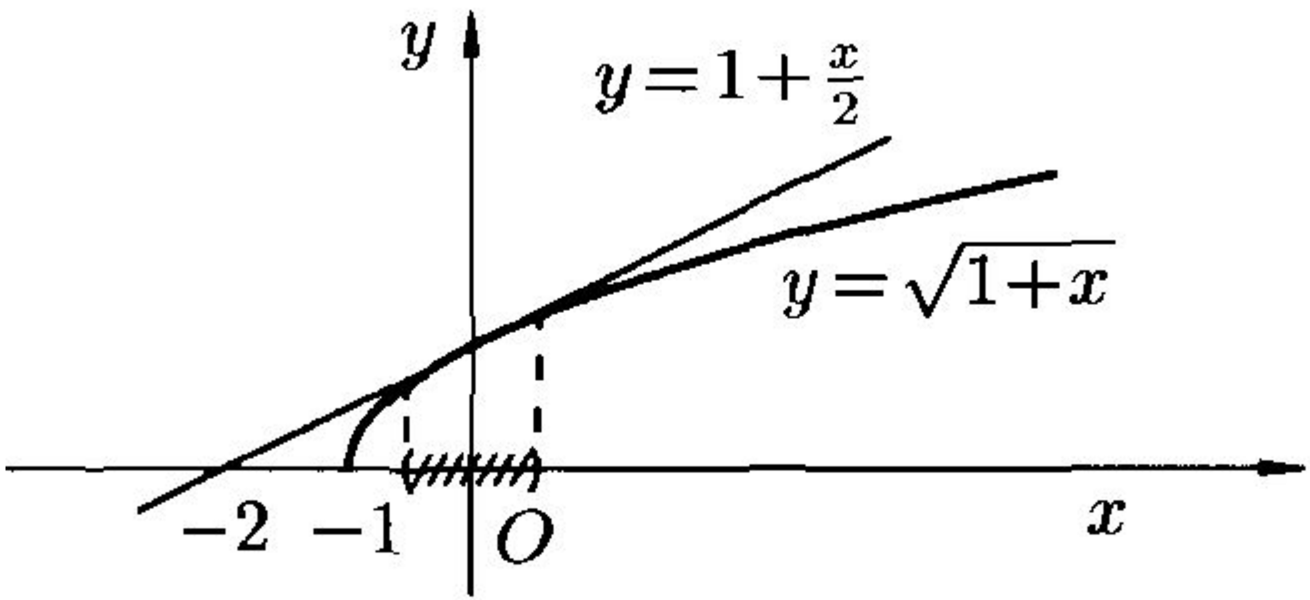
3. Применение эквивалентных бесконечно малых функций.

Приближенные вычисления



3. Применение эквивалентных бесконечно малых функций.

Приближенные вычисления



3. Применение эквивалентных бесконечно малых функций.

Приближенные вычисления