ПОДГОТОВКА К ЕГЭ

С3

Решение логарифмических неравенств

методом декомпозиции

ЕГЭ - 2012

62% - не приступали к решению С3

9,1% - получили от 1 до 2 баллов

2,4% - получили 3 балла

Объект исследования

Логарифмические неравенства

Предмет исследования

Метод декомпозиции

Цель исследования

Изучение теоретического обоснования метода декомпозиции и его применение при решении логарифмических неравенств

Задачи исследования

- Изучить и доказать теоремы, которые позволяют заменять сложные выражения на более простые
- Рассмотреть примеры применения метода декомпозиции при решении логарифмических неравенств
- Сравнить метод интервалов и декомпозиции
- На основе полученных результатов сделать выводы
- Создать банк заданий, решаемых методом декомпозиции, на сайте гимназии

Гипотеза

При решении логарифмических неравенств целесообразнее использовать метод декомпозиции

$$\log_a b$$

Показатель степени,
в которую надо возвести
основание а,
чтобы получить число b

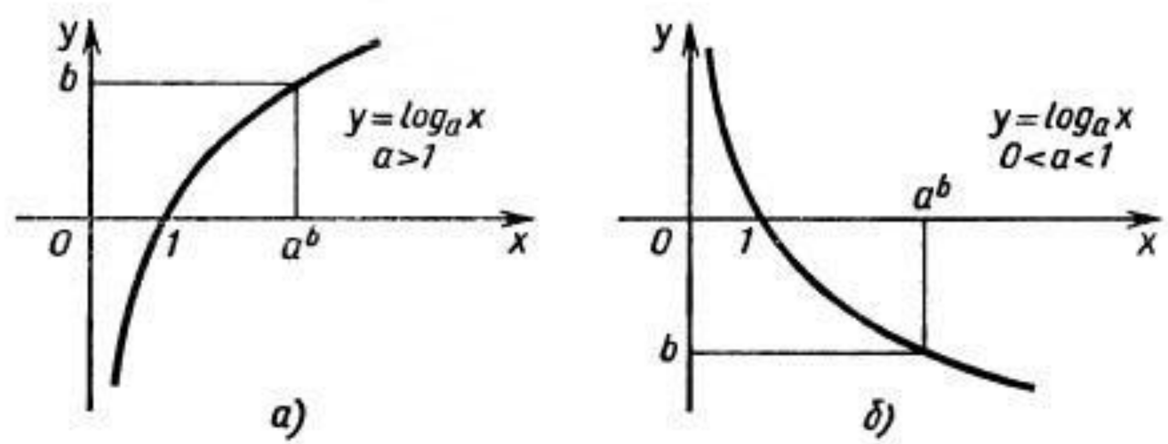


Рис. 1

$\log_a b > \log_a c,\ a>0,\ a\neq1$

$$\begin{cases} a>1 \\ b>c \end{cases} \qquad \begin{cases} 0<a<1 \\ b<c \end{cases}$$

Метод декомпозиции заключается в замене сложного выражения *F(x)* на
более простое выражение *G(x)*, при которой
неравенство ***G(x)v0*** равносильно неравенству ***F(x)v0*** в
области определения выражения F(x)

Метод декомпозиции

$\log_a b - \log_a c = (a-1)(b-c)$

$\log_a b - 1 = (a-1)(b-a)$

$\log_a b = (a-1)(b-1)$

$\log_a c - \log_b c = (c-1)(a-1)(b-1)(b-a)$

$$\log_{6x+11} 5 \geq 1$$

1. Метод интервалов
2. Метод декомпозиции

$$\log_{6x+11} 5 \geq 1$$

$$\log_{6x+11} 5 \geq \log_{6x+11}(6x+11)$$

$$\begin{cases} 6x+11 > 0 \\ 6x+11 \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{11}{6} \\ x \neq -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x+11 > 1 \\ 5 \geq 6x+11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < 6x+11 < 1 \\ 5 \leq 6x+11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{5}{3} \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{11}{6} < x < -\frac{5}{3} \\ x \geq -1 \end{cases}$$

Ответ: $\left(-\frac{5}{3}\right.$ $\left.\quad\right]$

Нет решений

$$\log_{6x+11} 5 \geq 1$$

$$\log_{6x+11} 5 - 1 \geq 0$$

$$\begin{cases} (6x+11-1)(5-6x-11) \geq 0 \\ 6x+11 > 0 \\ 6x+11 \neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} (6x+10)(-6x-6) \geq 0 \\ x > -\dfrac{11}{6} \\ x \neq -\dfrac{5}{3} \end{cases}$$

$$(6x+10)(-6x-6) \geq 0$$

$$\left[\begin{array}{l} 6x+10=0 \\ -6(x+1)=0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{5}{3} \\ x=-1 \end{array}\right.$$

Ответ: $\left(-\dfrac{5}{3}; -1\right]$

Сравнительная характеристика

$$2\log_2\frac{x-1}{10x+11}+\log_2(10x+11)^2\geq 2$$

$$\log_{6x^2-5x+1}2<\log_{\sqrt{6x^2-5x+1}}2$$

$$\log_{x+2}(x^2-x+1)>\log_{\frac{x-3}{x-5}}1$$

$$\log_8\left(x^2-4x+3\right)<1$$

Метод интервалов

Метод декомпозиции

+	$\log_a x$	+
–	$\log_x a$	+
–	$\log_x x$	+
+	$\log_x x < 1$ $\log_a a > 1$	+

Выводы

- Метод декомпозиции удобен при решении неравенств с основаниями, содержащие выражения с
- Метод интервалов оптимален для неравенств с числовым основанием
- На решение неравенства методом декомпозиции затрачивается меньше времени

Решаем задачи С3

Теория:

Метод рационализации

Метод декомпозиции заключается в замене сложного выражения F(x) на более простое выражение G(x), при которой неравенство G(x)^0 равносильно неравенству F(x)^0 в области определения F(x).

Существует несколько выражений F и соответствующие им рационализационные G, где k, g, h, p, q – выражения с переменной *x* (h>0; h≠1; f>0, k>0), a – фиксированное число (a>0, a≠1).

№	Выражение F	Выражение G
1	$\log_a f - \log_a k$	(a-1)(f-k)
1a	$\log_a f - 1$	(a-1)(f-a)
1б	$\log_a f$	(a-1)(f-1)
2	$\log_h f - \log_h k$	(h-1)(f-k)
2a	$\log_h f - 1$	(h-1)(f-h)
2б	$\log_h f$	(h-1)(f-1)
3	$\log_f h - \log_k h$ (k≠1, f≠1)	(f-1)(k-1)(h-1)(k-f)

Решение
Продолжение
Подсказка
Ответ

4. Решите неравенство:

$$\log_8(x^2 - 4x + 3) < 1$$

Решение
Продолжение
Подсказка
Ответ

5. Решите неравенство:

$$\frac{2\log_{x+4}(x^2 - 2x)}{\log_{x+4} x^2} \geq 1$$

Решение1
Продолжение
Подсказка
Ответ

$$\frac{2\log_{x+4}(x^2-2x)}{\log_{x+4}x^2} \geq 1$$

$$\frac{2\log_{x+4}(x^2-2x)}{\log_{x+4}x^2} - 1 \geq 0$$

$$\log_{x^2}(x^2-2x)^2 - 1 \geq 0$$

$$\begin{cases} x+4>0 \\ x+4 \neq 1 \\ x^2-2x>0 \\ x^2>0 \\ x^2 \neq 1 \\ (x^2-1)((x^2-2x)^2-x^2) \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \in (-4;-3) \cup (-3;-1) \cup (-1;0) \cup (2;+\infty) \\ (x^2-1)((x^2-2x)^2-x^2) \geq 0 \end{cases}$$

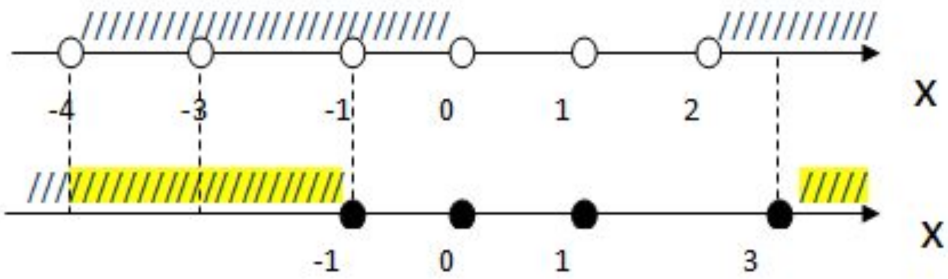
$$(x^2-1)((x^2-2x)^2-x^2) \geq 0$$

$$(x-1)(x+1)(x^4-4x^3+4x^2-x^2) \geq 0$$

$$x^2(x-1)(x+1)(x^2-4x+3) \geq 0$$

$$x^2(x-1)(x+1)(x-1)(x-3) \geq 0$$

$$(-\infty;-1] \cup [3;+\infty)$$



Ответ: (-4;-3) U (-3;-1) U [3;+ ∞)

http://school6.m-sk.ru/images/files/matematika/c3/cheet5.pr

m-sk.ru

Рекомендуемые сайты

Дополнительные на...

$$\log_a b^r = r\log_a b$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$\log_a b - 1 = (a-1)(b-a)$$

5. $(-4; -3) \cup (-3; -1) \cup [3; +\infty)$