



План на сегодня:

1. Матрицы и определители
2. Векторы
3. Производные
4. Интегралы
5. Дифференциальные уравнения

1 Матрицы и определители

Опр. Матрица — это

Опр. Размерность матрицы — это выражение вида $m \times n$,
где m —
 n —

Упр. 1 Подпишите размерность каждой матрицы:

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

6. $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 7 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix}$

3. $(3 \ 1 \ 2)$

4. $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Упр. 2. Соедините линией матрицы одинаковой размерности



Операции над матрицами

а) сложение/вычитание матриц

!Важно: Складывать (вычитать) можно только матрицы одинаковой размерности

Упр. 3 Вычислите:

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 7 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{4-2} & \underline{5+1} & \underline{\quad} \\ \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \\ \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} =$$

б) умножение матрицы на число

Упр. 4 Вычислите:

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$-2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} =$$



Определители.

!Важно: Определители существуют только для квадратных матриц

!Важно: Обратите внимание на скобки у матрицы и определителя. Форма имеет значение ;)

Опр. квадратной матрицы - это выражение $\det A$
для $n \times n$
1-

Опр. квадратной матрицы - это выражение $\det A$
для $n \times n$
1-

а) определители 2-го порядка

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Упр. 5. Вычислите определитель 2-го порядка:

Опр. квадратной матрицы - это выражение $\det A$
для $n \times n$
1-

=



Определители.

Д) определители 3-го порядка

Упр. 6. Вычислите определитель 3-го порядка тремя способами:

Способ 1. Метод треугольников

Слово "квадратная матрица" - это выражение $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$

3-го ст.

п.

Способ 2. Метод Саррюса

Слово "квадратная матрица" - это выражение $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$

3-го ст.

п.

Способ 3. Метод разложения по строке/столбцу

Слово "квадратная матрица" - это выражение $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$

3-го ст.

п.



2. Векторы

Опр. Скалярным произведением двух векторов называется

Упр. 7. Найдите скалярное произведение векторов

$$\vec{a} = (2 \ -1 \ 0), \quad \vec{b} = (3 \ 2 \ -1)$$

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100.

Опр. Векторным произведением двух векторов называется

Упр. 8. Найдите векторное произведение векторов

$$\vec{a} = (2 \ -1 \ 0), \quad \vec{b} = (3 \ 2 \ -1)$$

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100.

!Важно: Обратите внимание на различия в скалярном и векторном произведениях:

- 1) У них разные знаки произведения
- 2) Результат скалярного произведения — это число, результат векторного произведения — вектор.



3 Производные

| | |
|---|--|
| 1 | $\int 1 \cdot dx = x + C$ |
| 2 | $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$ |
| 3 | $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$ |
| 4 | $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ |
| 5 | $\int \sin x dx = -\cos x + C$ |
| 6 | $\int \cos x dx = \sin x + C$ |
| 7 | $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$ |
| 8 | $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$ |

Упр. 9. Представь производную в виде частного дифференциалов

Слр. Размерность матрицы — это выражение вида $m \times n$,

где m —

n —

Слр. Размерность матрицы — это выражение вида $m \times n$,

где m —

n —

Слр. Размерность матрицы — это выражение вида $m \times n$,

где m —

n —



4 Интегралы

| № | $f(x)$ | $f'(x)$ |
|---|----------|-----------------------|
| 1 | $const$ | 0 |
| 2 | x^n | $n \cdot x^{n-1}$ |
| 3 | $\ln x$ | $\frac{1}{x}$ |
| 4 | a^x | $a^x \cdot \ln a$ |
| 5 | $\sin x$ | $\cos x$ |
| 6 | $\cos x$ | $-\sin x$ |
| 7 | $tg x$ | $\frac{1}{\cos^2 x}$ |
| 8 | $ctg x$ | $-\frac{1}{\sin^2 x}$ |

Упр. 10. Вычисли интегралы:

$$\int x^{10} dx.$$

$$\int 2^x dx$$

$$\int \frac{dx}{x^3}$$

$$\int \left(7^x - \frac{8}{x} + 4 \cos x \right) dx$$



Линейная замена в интегралах

| | |
|---|--|
| 1 | $\int 1 \cdot dx = x + C$ |
| 2 | $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$ |
| 3 | $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$ |
| 4 | $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ |
| 5 | $\int \sin x dx = -\cos x + C$ |
| 6 | $\int \cos x dx = \sin x + C$ |
| 7 | $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$ |
| 8 | $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$ |

$$\int f(kx + b) dx = \frac{1}{k} F(kx + b) + C$$

Упр. 11. Возьми интеграл:

$$\int (9x + 2)^{17} dx$$

$$\int \frac{dx}{8x - 1}$$

$$\int \cos 2x dx$$



Замена переменной в интегралах

| | |
|---|--|
| 1 | $\int 1 \cdot dx = x + C$ |
| 2 | $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$ |
| 3 | $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$ |
| 4 | $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ |
| 5 | $\int \sin x dx = -\cos x + C$ |
| 6 | $\int \cos x dx = \sin x + C$ |
| 7 | $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$ |
| 8 | $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$ |

Упр. 12. Возьми интеграл:

$$\int (9x + 2)^{17} dx$$

$$\int \frac{\ln^5 x dx}{x}$$



Определенный интеграл

| | | |
|---|--|---|
| 1 | $\int 1 \cdot dx = x + C$ | $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big _a^b = F(b) - F(a)$ |
| 2 | $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$ | |
| 3 | $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$ | |
| 4 | $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ | |
| 5 | $\int \sin x dx = -\cos x + C$ | |
| 6 | $\int \cos x dx = \sin x + C$ | |
| 7 | $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$ | |
| 8 | $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$ | |

Упр. 13. Возьми определенный интеграл:

$$\int_0^{\pi} (2x + \sin 2x) dx$$

$$\int_2^5 \frac{dx}{2x-3}$$



5 Дифференциальные уравнения

Опр. Размерность матрицы — это выражение вида $m \times n$,
где m —
 n —



5 Дифференциальные уравнения

Опр. Размерность матрицы — это выражение вида $m \times n$,
где m —
 n —



5 Дифференциальные уравнения

Опр. Размерность матрицы — это выражение вида $m \times n$,
где m —
 n —



5 Дифференциальные уравнения

Опр. Размерность матрицы — это выражение вида $m \times n$,
где m —
 n —