



План на сегодня:

1. Матрицы и определители
2. Векторы
3. Производные
4. Интегралы
5. Дифференциальные уравнения

## 1 Матрицы и определители

Опр. Матрица — это

Опр. Размерность матрицы — это выражение вида  $m \times n$ ,  
где  $m$  —  
 $n$  —

Упр. 1 Подпишите размерность каждой матрицы:

1.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

5.  $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

2.  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

6.  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 7 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix}$

3.  $(3 \ 1 \ 2)$

4.  $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

7.  $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Упр. 2. Соедините линией матрицы одинаковой размерности



## Операции над матрицами

### а) сложение/вычитание матриц

**!Важно:** Складывать (вычитать) можно только матрицы одинаковой размерности

Упр. 3 Вычислите:

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 7 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{4-2} & \underline{5+1} & \underline{\quad} \\ \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \\ \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} =$$

### б) умножение матрицы на число

Упр. 4 Вычислите:

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$-2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} =$$



## Определители.

**!Важно:** Определители существуют только для квадратных матриц

**!Важно:** Обратите внимание на скобки у матрицы и определителя. Форма имеет значение ;)

Опр. квадратной матрицы - это выражение  $\det A$   
для  $n \times n$   
1-

Опр. квадратной матрицы - это выражение  $\det A$   
для  $n \times n$   
1-

### а) определители 2-го порядка

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Упр. 5. Вычислите определитель 2-го порядка:

Опр. квадратной матрицы - это выражение  $\det A$   
для  $n \times n$   
1-

=



## Определители.

### Д) определители 3-го порядка

Упр. 6. Вычислите определитель 3-го порядка тремя способами:

#### Способ 1. Метод треугольников

Слов. Размерность матрицы - это выражение  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

разр.  $n =$

$n =$

#### Способ 2. Метод Саррюса

Слов. Размерность матрицы - это выражение  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

разр.  $n =$

$n =$

#### Способ 3. Метод разложения по строке/столбцу

Слов. Размерность матрицы - это выражение  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

разр.  $n =$

$n =$



## 2. Векторы

Опр. Скалярным произведением двух векторов называется

Упр. 7. Найдите скалярное произведение векторов

$$\vec{a} = (2 \ -1 \ 0), \quad \vec{b} = (3 \ 2 \ -1)$$

Опр. Векторным произведением двух векторов называется

Упр. 8. Найдите векторное произведение векторов

$$\vec{a} = (2 \ -1 \ 0), \quad \vec{b} = (3 \ 2 \ -1)$$

**!Важно:** Обратите внимание на различия в скалярном и векторном произведениях:

- 1) У них разные знаки произведения
- 2) Результат скалярного произведения — это число, результат векторного произведения — вектор.



## 3 Производные

1	$\int 1 \cdot dx = x + C$
2	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$
3	$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$
4	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
5	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
6	$\int \cos x dx = \sin x + C$
7	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
8	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$

Упр. 9. Представь производную в виде частного дифференциалов

Спр. Размерность матрицы — это выражение вида  $m \times n$ ,

где  $m$  —  
 $n$  —

Спр. Размерность матрицы — это выражение вида  $m \times n$ ,

где  $m$  —  
 $n$  —

Спр. Размерность матрицы — это выражение вида  $m \times n$ ,

где  $m$  —  
 $n$  —



## 4 Интегралы

№	$f(x)$	$f'(x)$
1	$const$	0
2	$x^n$	$n \cdot x^{n-1}$
3	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
4	$a^x$	$a^x \cdot \ln a$
5	$\sin x$	$\cos x$
6	$\cos x$	$-\sin x$
7	$tg x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
8	$ctg x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

Упр. 10. Вычисли интегралы:

$$\int x^{10} dx.$$

$$\int 2^x dx$$

$$\int \frac{dx}{x^3}$$

$$\int \left( 7^x - \frac{8}{x} + 4 \cos x \right) dx$$



## Линейная замена в интегралах

1	$\int 1 \cdot dx = x + C$
2	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$
3	$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$
4	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
5	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
6	$\int \cos x dx = \sin x + C$
7	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
8	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$

$$\int f(kx + b) dx = \frac{1}{k} F(kx + b) + C$$

Упр. 11. Возьми интеграл:

$$\int (9x + 2)^{17} dx$$

$$\int \frac{dx}{8x - 1}$$

$$\int \cos 2x dx$$





## Замена переменной в интегралах

1	$\int 1 \cdot dx = x + C$
2	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$
3	$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$
4	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
5	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
6	$\int \cos x dx = \sin x + C$
7	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
8	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$

Упр. 12. Возьми интеграл:

$$\int (9x + 2)^{17} dx$$

$$\int \frac{\ln^5 x dx}{x}$$



## Определенный интеграл

1	$\int 1 \cdot dx = x + C$	$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big _a^b = F(b) - F(a)$
2	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$	
3	$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$	
4	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	
5	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	
6	$\int \cos x dx = \sin x + C$	
7	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$	
8	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$	

Упр. 13. Возьми определенный интеграл:

$$\int_0^{\pi} (2x + \sin 2x) dx$$

$$\int_2^5 \frac{dx}{2x-3}$$



## 5 Дифференциальные уравнения

Опр. Размерность матрицы — это выражение вида  $m \times n$ ,  
где  $m$  —  
 $n$  —



## 5 Дифференциальные уравнения

Опр. Размерность матрицы — это выражение вида  $m \times n$ ,  
где  $m$  —  
 $n$  —



## 5 Дифференциальные уравнения

Опр. Размерность матрицы — это выражение вида  $m \times n$ ,  
где  $m$  —  
 $n$  —



## 5 Дифференциальные уравнения

Опр. Размерность матрицы — это выражение вида  $m \times n$ ,  
где  $m$  —  
 $n$  —