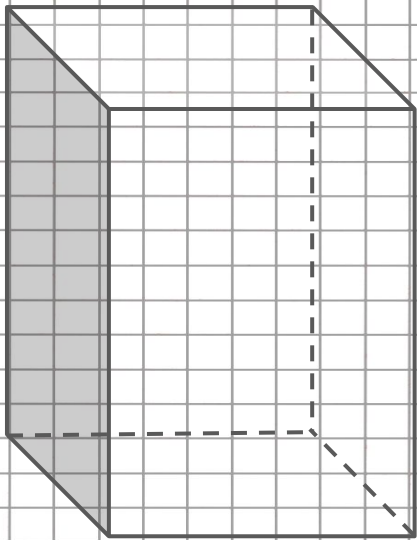


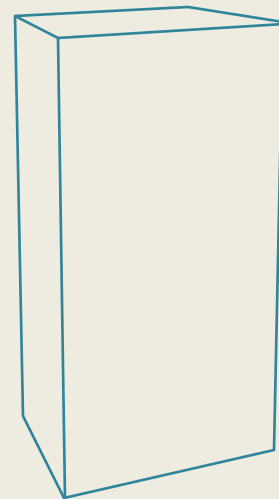
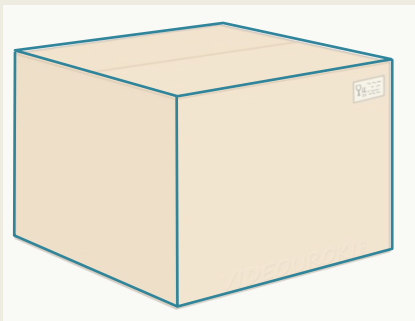
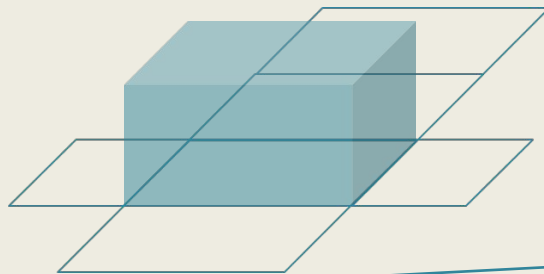
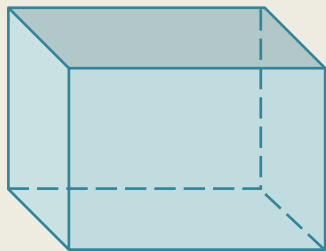
**прямоугольный
параллелепипед**



✓ ВСПОМНИМ НЕКОТОРЫЕ ИЗ ЕГО СВОЙСТВ

✓ ВЫВЕДЕМ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ
ОБЪЕМА ПРЯМОУГОЛЬНОГО
ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

Параллелепипед называется *прямоугольным*, если все его шесть граней прямоугольники.



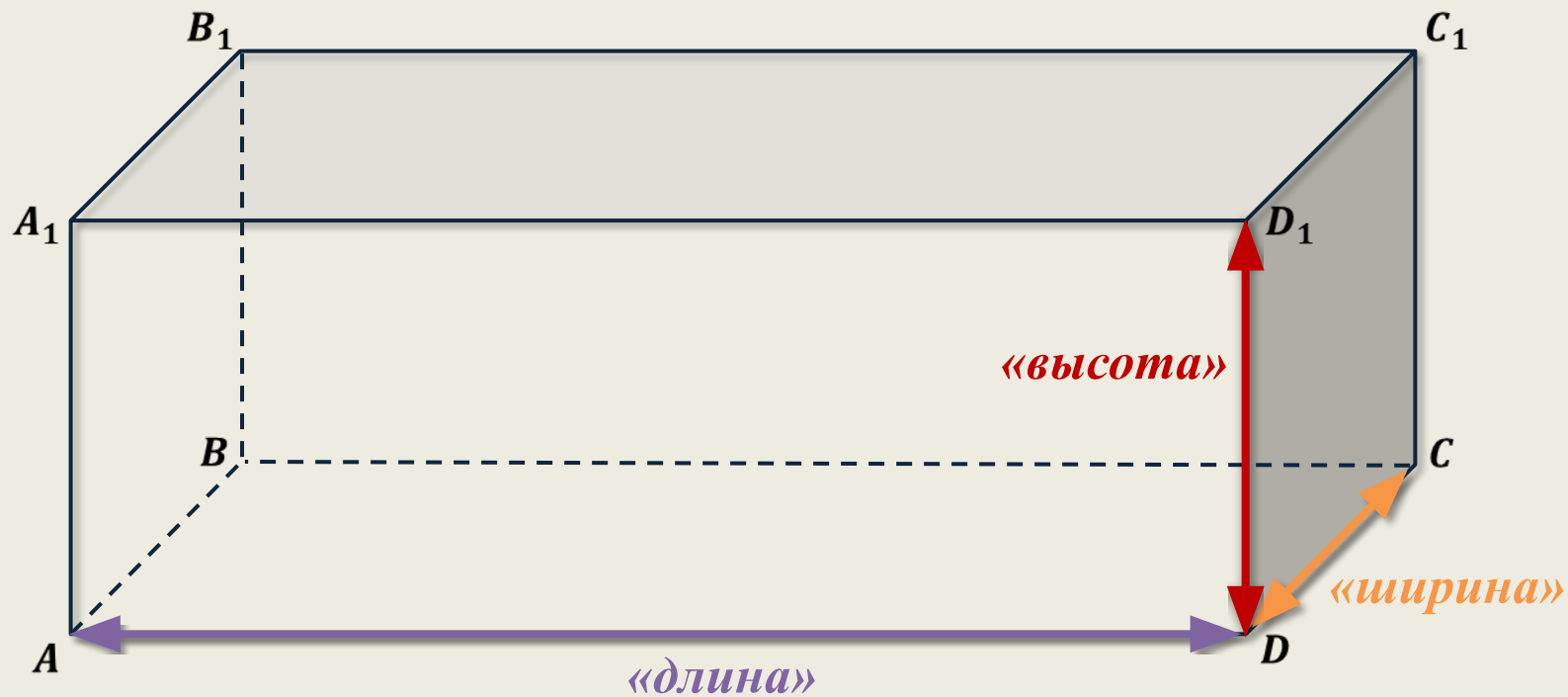


«ширина»

«длина»

«высота»

*В геометрии эти три величины
объединяются общим названием:
**измерения прямоугольного
параллелепипеда.***



DA – длина

DC – ширина

DD_1 – высота

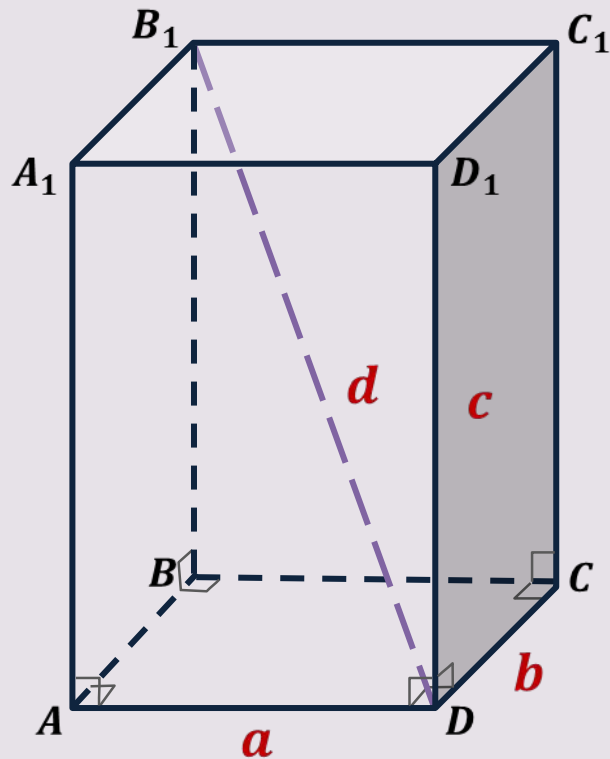
Свойства прямоугольного параллелепипеда:

Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

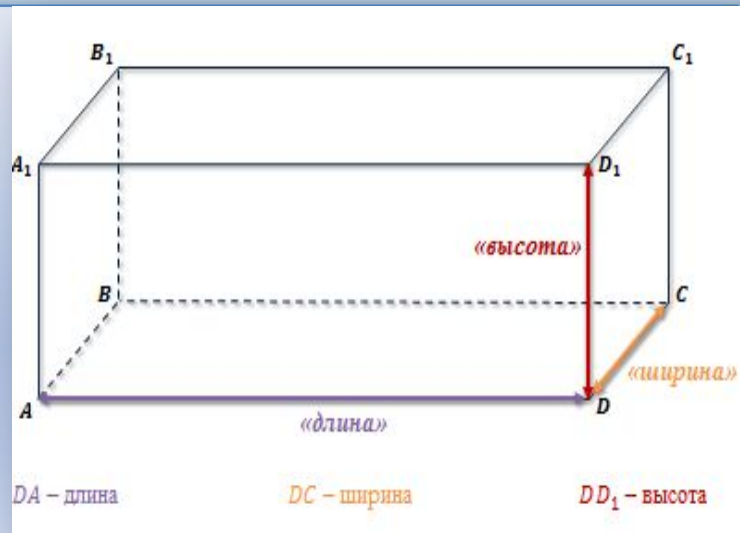
Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений.

$$V = a \cdot b \cdot c$$



Площадь полной и боковой поверхности прямоугольного параллелепипеда

- $S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H = 2 \cdot (DC + AD) \cdot DD_1$
- $S_{\text{п.п}} = S_{\text{бок}} + 2 S_{\text{осн}}$
- $S_{\text{п.п}} = P_{\text{осн}} \cdot H + 2(AD \cdot DC)$
- Если все $AD = DC = DD_1 = a$ - то
- данный параллелепипед – куб
- $S_{\text{бок}} = 4a \cdot a = 4a^2$
- $S_{\text{пол}} = 4a^2 + 2a^2 = 6a^2$



Следствие. Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.

Доказательство.

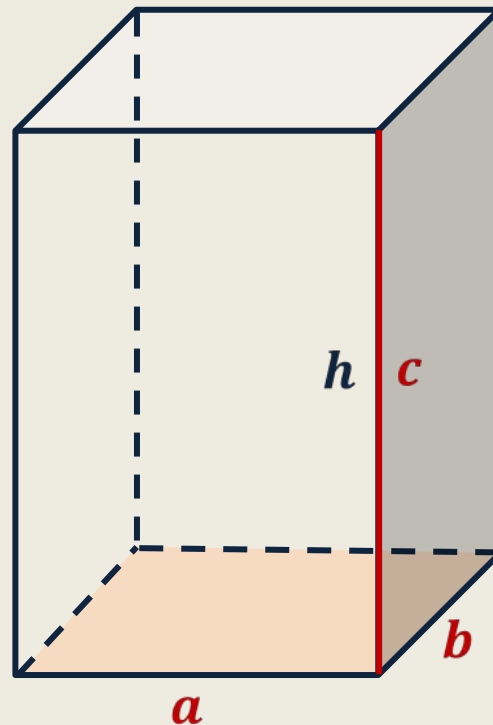
Пусть грань с ребрами a и b – основание прямоугольного параллелепипеда.

$$S_{\text{осн}} = a \cdot b$$

$$h = c$$

$V = a \cdot b \cdot c = S_{\text{осн}} \cdot h$, где $S_{\text{осн}}$ – площадь основания,
 h – высота прямоугольного параллелепипеда.

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$



Рассмотрим куб со стороной a . Рассмотрим еще раз формулы для вычисления площади поверхности и объема куба.

$$S_{\text{бок}} = 4a \cdot a = 4a^2$$

площадь боковой поверхности

$$S_{\text{пол}} = 4a^2 + 2a^2 = 6a^2$$

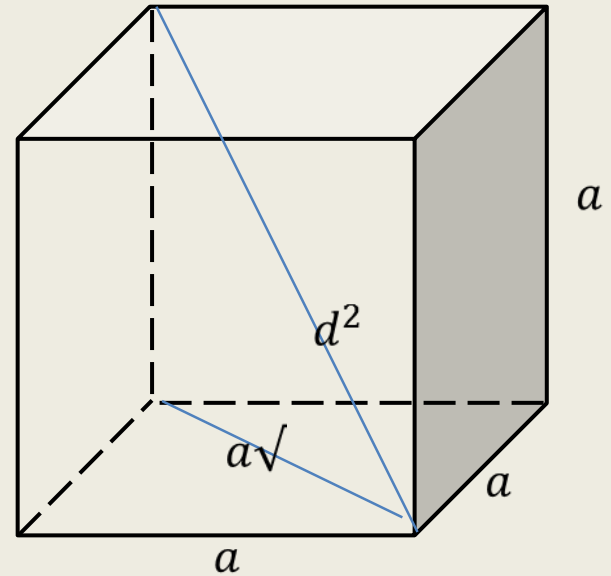
площадь полной поверхности

$$V = a^3$$

объем куба

$$d^2 = (a\sqrt{2})^2 + a^2 = 3a^2$$

диагональ куба

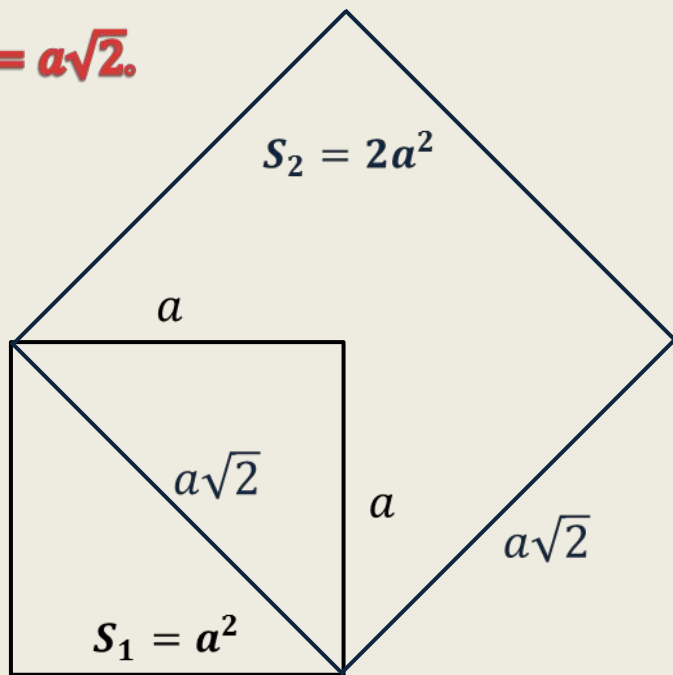


Дополнение

Рассмотрим квадрат со стороной- a и диагональю - d

Из теоремы Пифагора доказано, что диагональ $d = a\sqrt{2}$.

А сторона квадрата $a = \frac{d}{\sqrt{2}}$



Задача 1. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда с диагональю 13 см и сторонами основания 4 см и 3 см.

Решение.

$$V = a \cdot b \cdot c$$

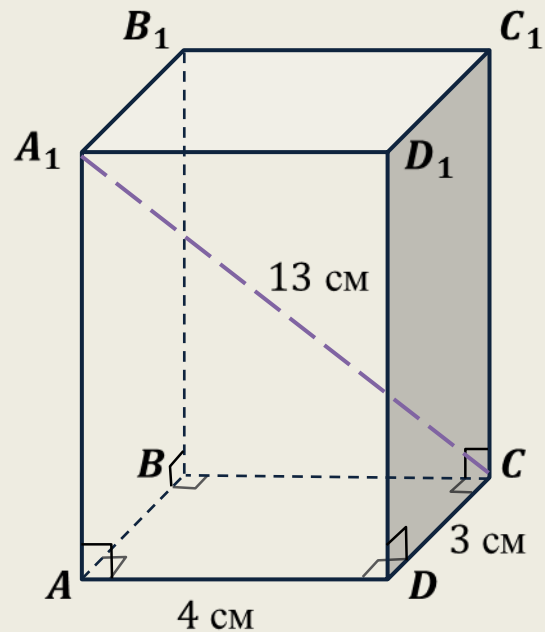
$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$c = \sqrt{d^2 - a^2 - b^2}$$

$$c = \sqrt{13^2 - 4^2 - 3^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ (см)}$$

$$V = 4 \cdot 3 \cdot 12 = 144 \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: 144 см³.



Задача 1. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда с диагональю $5\sqrt{3}$ см и сторонами $\sqrt{34}$ см и 4

Решение.

$$V = a \cdot b \cdot c$$

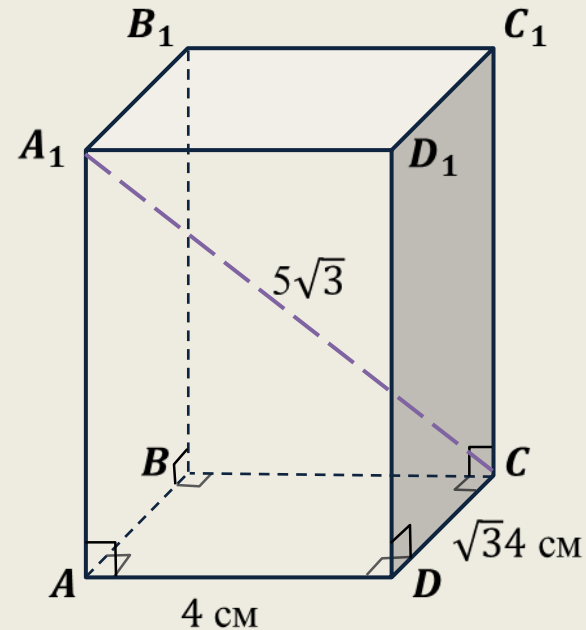
$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$c = \sqrt{d^2 - a^2 - b^2} \quad \text{основания 4 см и } \sqrt{34} \text{ см.}$$

$$c = \sqrt{5\sqrt{3}^2 - 4^2 - \sqrt{34}^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ (см)}$$

$$V = 4 \cdot \sqrt{34} \cdot 5 = 20\sqrt{34} \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: $20\sqrt{34}$ см³.



Задача 2. Найдите площадь боковой и полной поверхности прямоугольного параллелепипеда с диагональю 13 см и сторонами основания 4 см и 3 см.

$$S_{\text{бок}} = 2 \cdot (DC + AD) \cdot BB_1$$

$$S_{\text{п.п}} = S_{\text{бок}} + 2 S_{\text{осн}}$$

$$S_{\text{п.п}} = P_{\text{осн}} \cdot H + 2(AD \cdot DC)$$

$$S_{\text{бок}} = 2 \cdot (3 + 4) \cdot BB_1 \text{ неизвестно}$$

$$S_{\text{п.п}} = S_{\text{бок}} + 2 S_{\text{осн}}$$

$$S_{\text{п.п}} = P_{\text{осн}} \cdot H + 2(AD \cdot DC)$$

Найдем высоту параллелепипеда BB_1 из прямоугольного треугольника B_1DB по теореме Пифагора

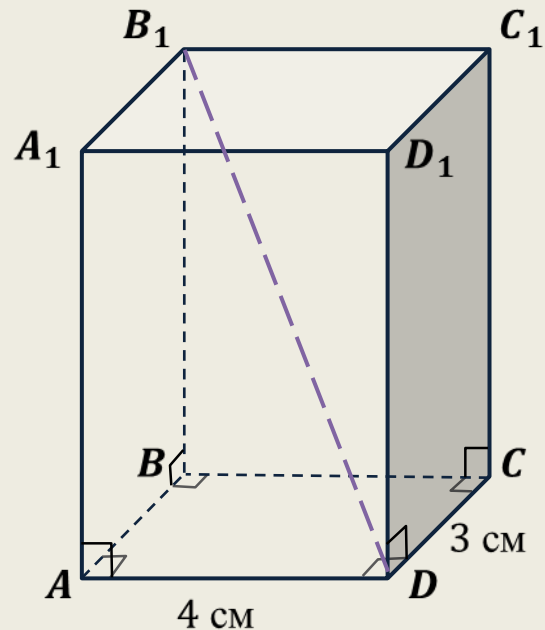
$$B_1D^2 = B_1B^2 + DB^2$$

$$13^2 = B_1B^2 + 5^2 \quad (BD=5 \text{ нашли по теореме Пифагора})$$

$$B_1B^2 = 169 - 25 = 144, \text{ тогда высота } BB_1 = 12$$

$$S_{\text{бок}} = 2 \cdot (4 + 3) \cdot 12 = 180 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{п.п}} = S_{\text{бок}} + 2 S_{\text{осн}} = 180 + 2(3 \cdot 4) = 204 \text{ см}^2$$



Задача 3. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда с диагональ боковой грани, которого равна 5 см и стороны основания 7 см и 3 см.

Решение :

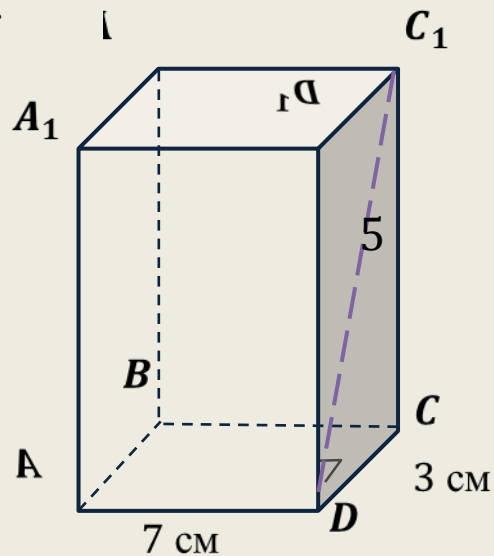
Формула объема показывает ,что для вычисления необходимо знать площадь основания и высоту параллелепипеда.

В основании лежит прямоугольник и его площадь 21 см^2

Высоту найдем по теореме Пифагора из прямоугольного Треугольника C_1CD

$C_1C = \sqrt{25 - 9} = 4$, тогда

$V = abc = 7 \cdot 3 \cdot 4 = 84\text{ см}^3$



Задача 4. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ прямоугольный параллелепипед, основание $ABCD$ – квадрат. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 396 см^3 . Определите высоту прямоугольного параллелепипеда, если $AD = 6 \text{ см}$.

Решение.

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

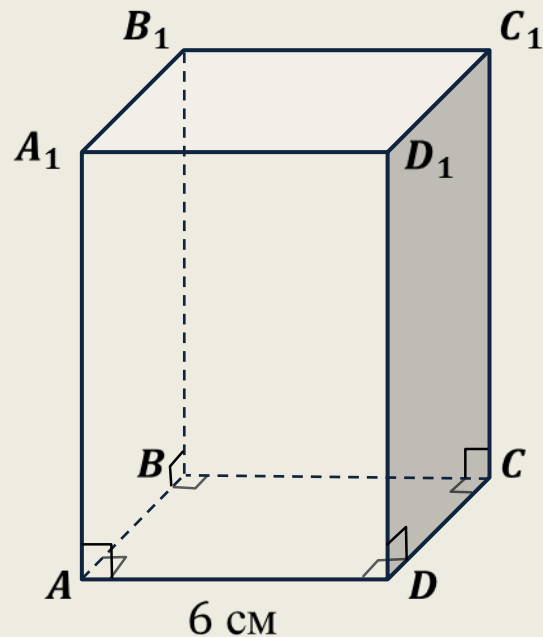
$$h = \frac{V}{S_{\text{осн}}}$$

Т.к. $ABCD$ – квадрат, то $S_{\text{осн}} = AD^2 = 6^2 = 36 \text{ (см}^2\text{)}$.

$$V = 396 \text{ см}^3$$

$$h = \frac{396}{36} = 11 \text{ (см)}$$

Ответ: 11 см.



Задача 5. Полная поверхности куба 24 см^2 . Найти диагональ куба

Диагональ куба $d^2 = (a\sqrt{2})^2 + a^2 = 3a^2$ следовательно, зная сторону куба можно найти диагональ куба. Найдем сторону из формулы полной поверхности.

$$S_{\text{пол}} = 6a^2$$

$$24 = 6a^2$$

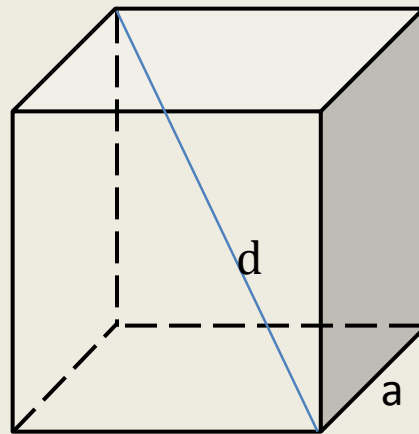
$$a^2 = 4$$

$a = 2$ - сторона куба

$$d^2 = 3a^2$$

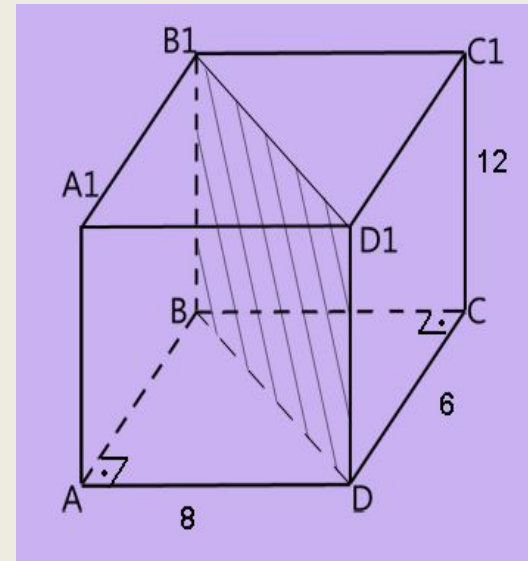
$$d^2 = 12$$

$$d = 2\sqrt{3} \text{ см}$$



Задача 6 Найти площадь диагонального сечения прямоугольного параллелепипеда, высота которого 12, а стороны основания 6 и 8.

Рассмотрим прямоугольник $ABCD$
и найдем диагональ BD по теореме Пифагора
 $BD^2 = DC^2 + BC^2$
 $BD^2 = 8^2 + 6^2 = 100$
 $BD = 10$
 $S_{BDD_1B_1} = 10 \cdot 12 = 120 \text{ см}^2$



боковой грани равна $DC_1 = 8$ и образует с плоскостью основания угол 30° . Найти площадь боковой поверхности, полной поверхности, диагональ параллелепипеда CA_1 и объем.

Решение

$S_{\text{бок}} = 2 \cdot (DC + AD) \cdot CC_1$, но $DC=AD$ т.к. основание квадрат.

$CC_1 = 4$ катет прямоугольного треугольника

DCC_1 , лежащий против угла в 30° . Основание квадрата DC найдем

по т. Пифагора $DC = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$S_{\text{бок}} = 2 \cdot (DC + AD) \cdot CC_1 = 4 \cdot DC \cdot CC_1 = 4 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4 = 64\sqrt{3} \text{ ед}^2$

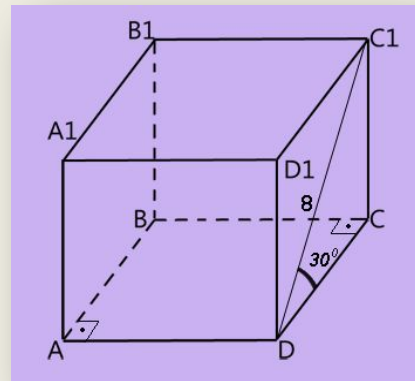
$S_{\text{п.п}} = S_{\text{бок}} + 2 S_{\text{осн}} = 64\sqrt{3} + 2(4\sqrt{3})^2 = 64\sqrt{3} + 96 = 32(2\sqrt{3} + 3) \text{ ед}^2$

$d^2 = (CA_1)^2 = (CC_1)^2 + (CB)^2 + (CD)^2$

$d^2 = (CA_1)^2 = (4)^2 + (4\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2 = 112 \text{ ед}^2$

$V = CC_1 \cdot CB \cdot CD$

$V = 4 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 192 \text{ ед}^3$



Задача № 8

Основание прямой треугольной призмы равносторонний треугольник со стороной 12. Диагональ $AB_1 = 15$. Найти площадь поверхности и объем призмы

$$S_{\text{п.п}} = S_{\text{бок}} + 2 S_{\text{осн}} = P_{\text{осн}} \cdot H + 2 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \quad H = BB_1$$

$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ - это формула вычисления площади правильного треугольника

Найдем высоту призмы по т. Пифагора из прямоугольного

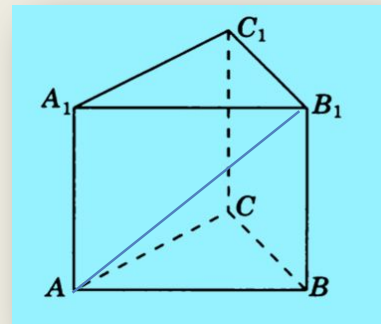
$$\Delta ABB_1: AB_1^2 = AB^2 + BB_1^2$$

$$15^2 = 12^2 + BB_1^2$$

$$BB_1 = 9$$

$$S_{\text{п.п}} = 3 \cdot 12 \cdot 9 + 2 \cdot \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} = (324 + 72\sqrt{3}) \text{ ед}^2$$

$$V = \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 9 = 324\sqrt{3} \text{ ед}^3$$



ПРОВЕРЬ СЕБЯ

В прямой треугольной призме стороны основания 3,4,5, высота 6. Найти площадь боковой и площадь полной поверхности и объем

Решение

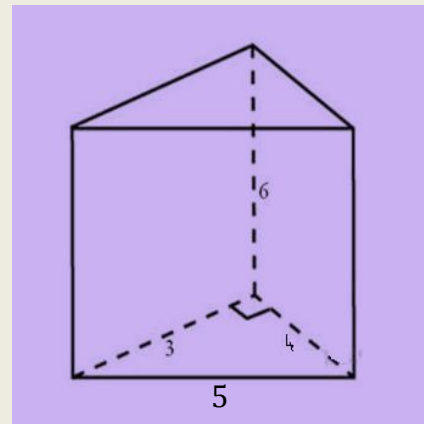
В этой задаче ,для того , чтобы ответить на вопрос задачи воспользуйся формулами с предыдущего слайда. Посмотри , что тебе нужно вычислить периметр основания для площади боковой поверхности и площадь основания для полной поверхности. Про периметр не буду говорить ,а площадь прямоугольного треугольника – это половина произведения катетов. Все остальное делаешь самостоятельно.

Проверь свой ответ с ответом в задаче

$$S_{б.п} = 72\text{см}^2$$

$$S_{п.п} = 72+12=84\text{см}^2$$

$$V = 36\text{см}^3$$



ПРОВЕРЬ СЕБЯ

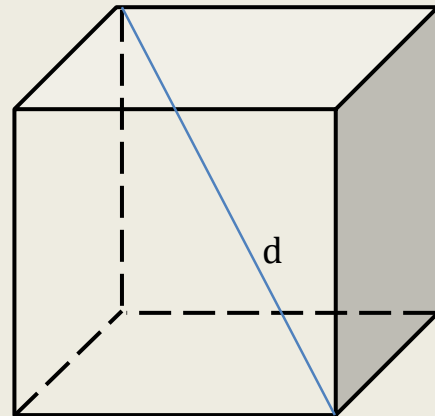
Площадь поверхности куба со стороной a равна 294. Найти объем куба и диагональ куба.

- Подсказка
- Посмотри формулы диагонали куба и объема
 - Куба на слайде
 - (для ленивых $V = a^3$ объем куба $d^2 = 3a^2$ диагональ куба) через площадь поверхности найди сторону куба, а затем, а затем вычисли объем и диагональ.

Проверь ответ :

$$V = 343$$

$$d = 7\sqrt{3}$$



Задача 8

Диагональ правильной четырехугольной призмы $\sqrt{34}$, диагональ боковой грани 5.
Найти: полную поверхность

$$d^2 = a^2 + a^2 + c^2$$

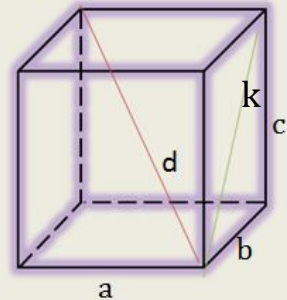
$$k^2 = a^2 + c^2 \quad \text{вычислим } a, \text{ то вычислим } c \text{ по т. Пифагора}$$

$$(\sqrt{34})^2 = a^2 + 5^2$$

$$34 = a^2 + 25 \text{ тогда } a^2 = 9 \text{ и } a = 3 \text{ тогда } c = 4 \text{ (высота параллелепипеда)}$$

$$S_{\text{п.п}} = S_{\text{бок}} + 2 S_{\text{осн}} = P_{\text{осн}} H + 2 S_{\text{осн}} = 4 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 9 = 66 \text{ ед}^2$$

Ответ : 66 ед^2



Самостоятельное решение

Задача № 1

● Диагональ правильной четырехугольной призмы $2\sqrt{34}$, диагональ боковой грани 10. Найти полную поверхность.

Ответ : 264

Задача № 2

В основании прямоугольного параллелепипеда лежит прямоугольник со сторонами 3 и 4. Диагональ параллелепипеда 8. Найти площадь полной поверхности и объем. Ответ: $S = (14\sqrt{39} + 24)\text{см}^2$ $V = 12\sqrt{39}\text{см}^3$

Задача № 3

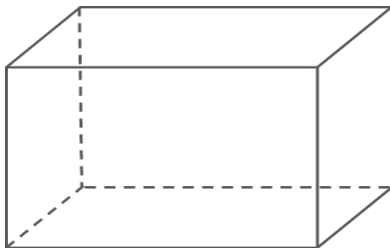
Диагональным сечением правильной четырехугольной призмы является квадрат, площадь которого равен 144 квадратных сантиметров. Найдите объем призмы. Ответ: 864см^3 (подсказка- слайд 10)

Задача № 4

Площадь полной поверхности куба равна 24см^2 . Найдите его объем. Ответ : 8см^3

Задача № 5

Основание прямой треугольной призмы равносторонний треугольник со стороной 10. Диагональ боковой грани равна 26. Найти площадь поверхности и объем призмы $S_{\text{п.п}} = (720 + 50\sqrt{3})\text{ед}^2$ $V = 600\sqrt{3}\text{ед}^3$



Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений.

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

Объем прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту.

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$