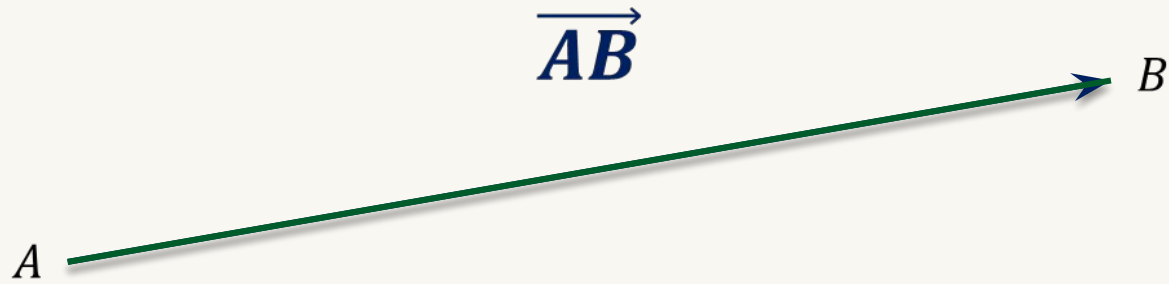
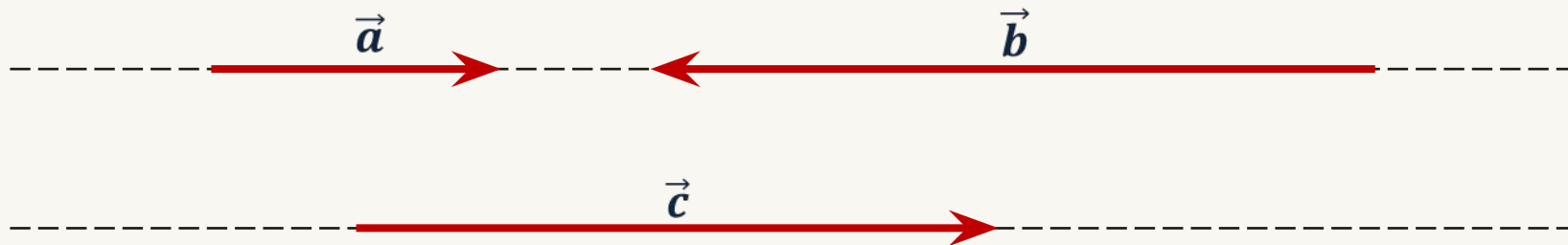


Простейшие задачи в координатах



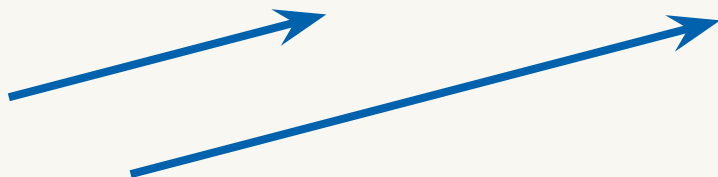
$$|\overrightarrow{AB}| = AB$$

Ненулевые векторы называются **коллинеарными**,
если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.



сонаправленные $\uparrow\uparrow$

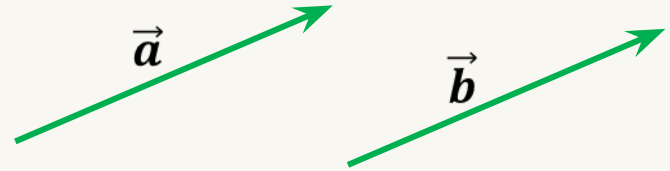
*противоположно
направленные* $\uparrow\downarrow$



Равные векторы $\vec{a} = \vec{b}$

1. $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

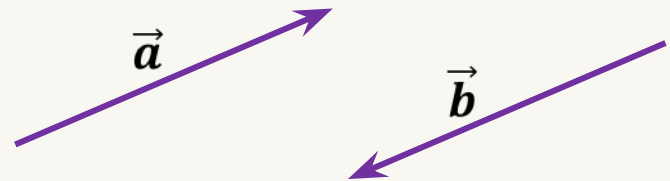
2. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$



Противоположные векторы

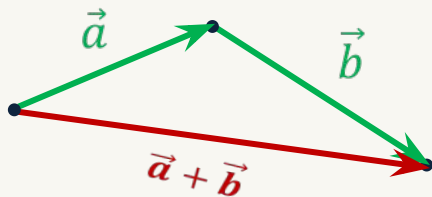
1. $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$

2. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

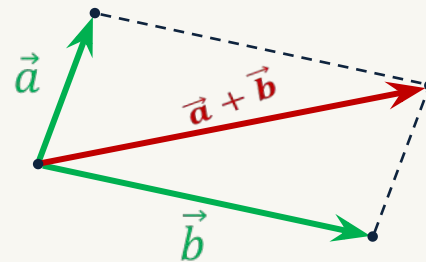


Сумма векторов

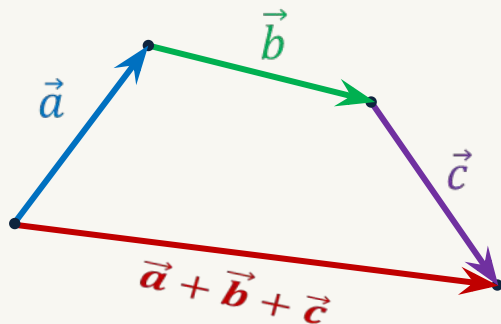
Правило *треугольника*



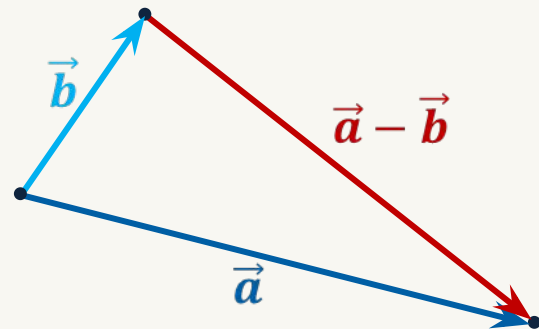
Правило *параллелограмма*



Правило *многоугольника*



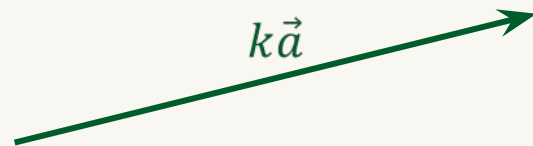
Разность векторов



Произведение вектора на число



$$k > 0$$

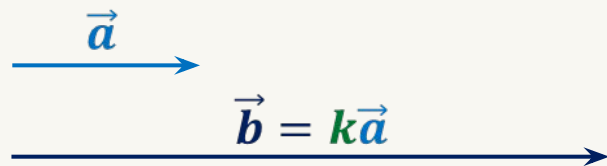


$$|k\vec{a}| = k|\vec{a}|$$

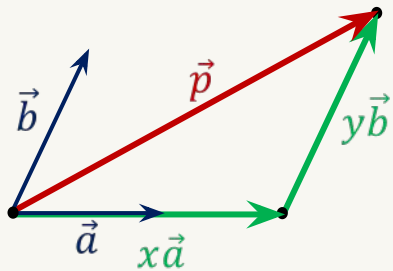
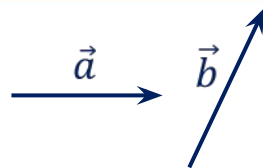
$$k < 0$$



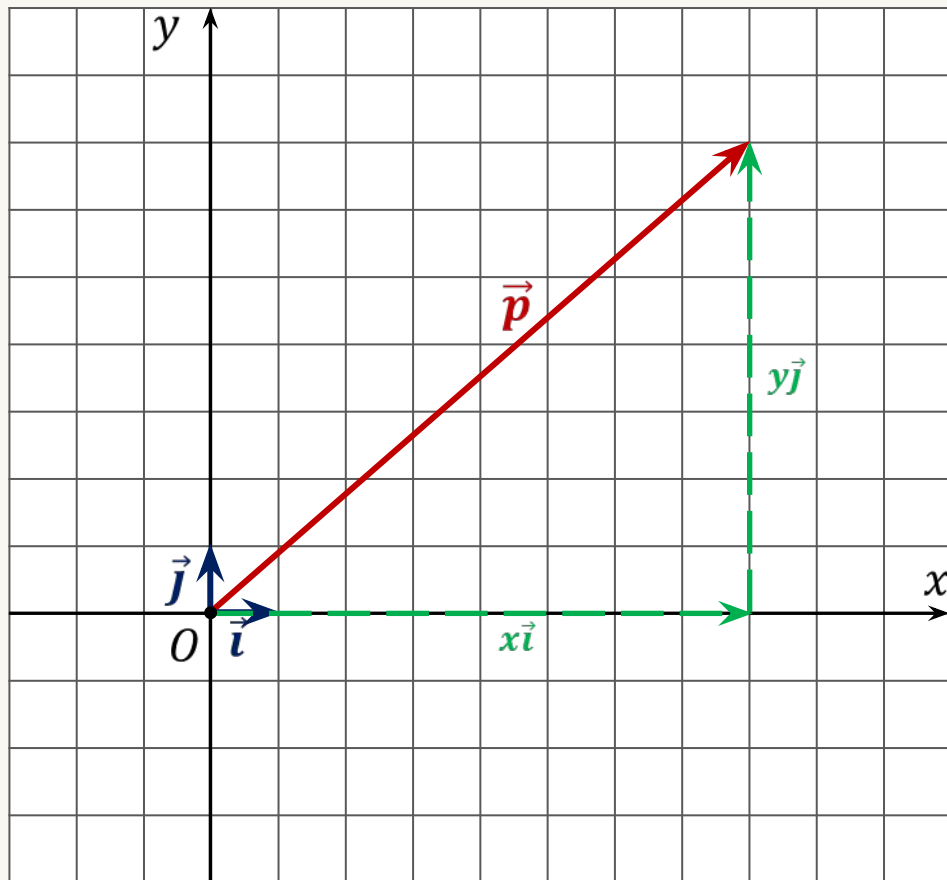
Лемма. Если векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны и $\vec{a} \neq \vec{0}$, то существует такое число k , что $\vec{b} = k\vec{a}$.



Теорема. На плоскости любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причём коэффициенты разложения определяются единственным образом.



$$\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$$



$|\vec{i}| = 1, |\vec{j}| = 1$
единичные векторы

\vec{i}, \vec{j} – координатные векторы

$$\vec{p} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

x, y – координаты вектора \vec{p}

$$\vec{p} \{x; y\}$$

Правила нахождения координат

суммы векторов

$$\vec{a} \{x_1; y_1\} \quad \vec{b} \{x_2; y_2\}$$
$$\vec{a} + \vec{b} \{x_1 + x_2; y_1 + y_2\}$$

Каждая координата суммы двух и более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов.

разности векторов

$$\vec{a} \{x_1; y_1\} \quad \vec{b} \{x_2; y_2\}$$
$$\vec{a} - \vec{b} \{x_1 - x_2; y_1 - y_2\}$$

Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат данных векторов.

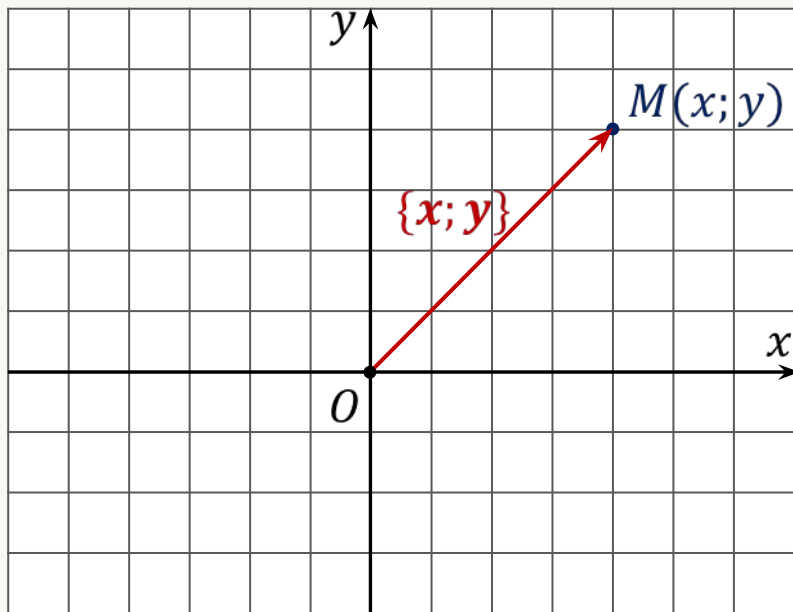
произведения вектора на число

$$\vec{a} \{x_1; y_1\}, k$$
$$k\vec{a} \{kx_1; ky_1\}$$

Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число.

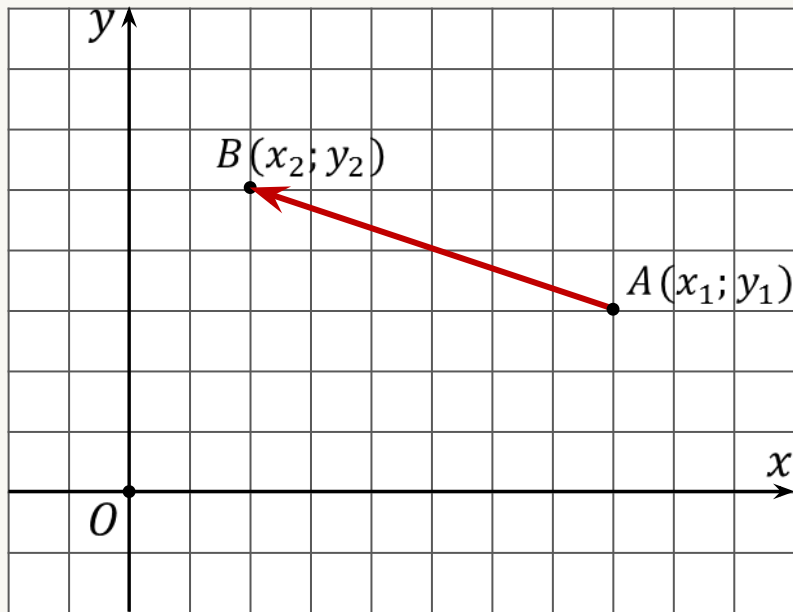


Позволяют определять координаты любого вектора, представленного в виде алгебраической суммы данных векторов с известными координатами.



\overrightarrow{OM}
радиус-вектор точки M

Координаты точки M равны соответствующим координатам её радиус-вектора.



$$\overrightarrow{AB} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$$

Каждая координата вектора равна
разности соответствующих координат его конца и начала.

координаты вектора

действия над векторами

понятие вектора

Задача. $ABCD$ — параллелограмм.

Найти координаты точки C , если $A(-8; -3)$, $B(-4; 5)$, $D(6; -3)$.

Решение.

1 способ

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$$

$$\vec{AB} \{4; 8\} \quad \vec{AD} \{14; 0\}$$

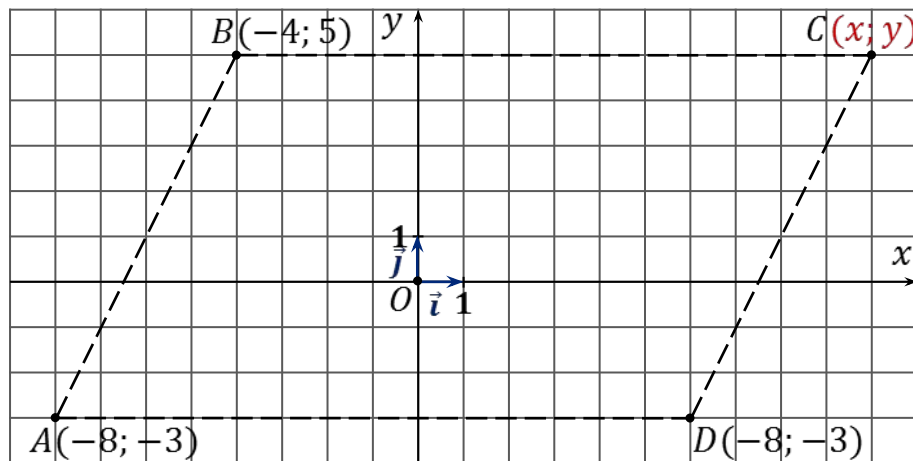
$$\vec{AC} \{4 + 14; 8 + 0\}$$

$$\vec{AC} \{18; 8\}$$

$$\vec{AC} \{x - (-8); y - (-3)\}$$

$$\begin{cases} 18 = x - (-8) \\ 8 = y - (-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases}$$

Ответ: $C(10; 5)$.



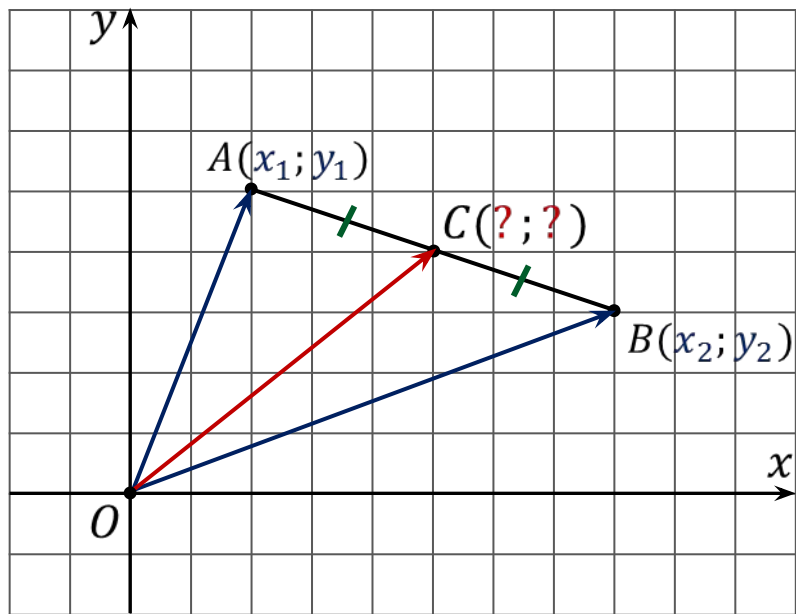
координаты вектора

действия над векторами

понятие вектора

*метод
координат*

1. Определение координат середины отрезка



$$\vec{OC} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$$

\vec{OA} – радиус-вектор точки A

\vec{OB} – радиус-вектор точки B

$$\vec{OA} \quad \{x_1; y_1\}$$

$$\vec{OB} \quad \{x_2; y_2\}$$

$$\vec{OA} + \vec{OB} \quad \{x_1 + x_2; y_1 + y_2\}$$

$$\frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB}) \quad \left\{ \frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2} \right\}$$

Каждая координата середины отрезка
равна полусумме соответствующих координат его концов.

$$\vec{OC} \quad C \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Найти координаты точки C , являющейся серединой отрезка AB .

$$\begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{+}{2} \\ y = \frac{+}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{+}{2} \\ y = \frac{+}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{0,5 + 2,5}{2} \\ y = \frac{4 + 8}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-7 + 5}{2} \\ y = \frac{2 + (-2)}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

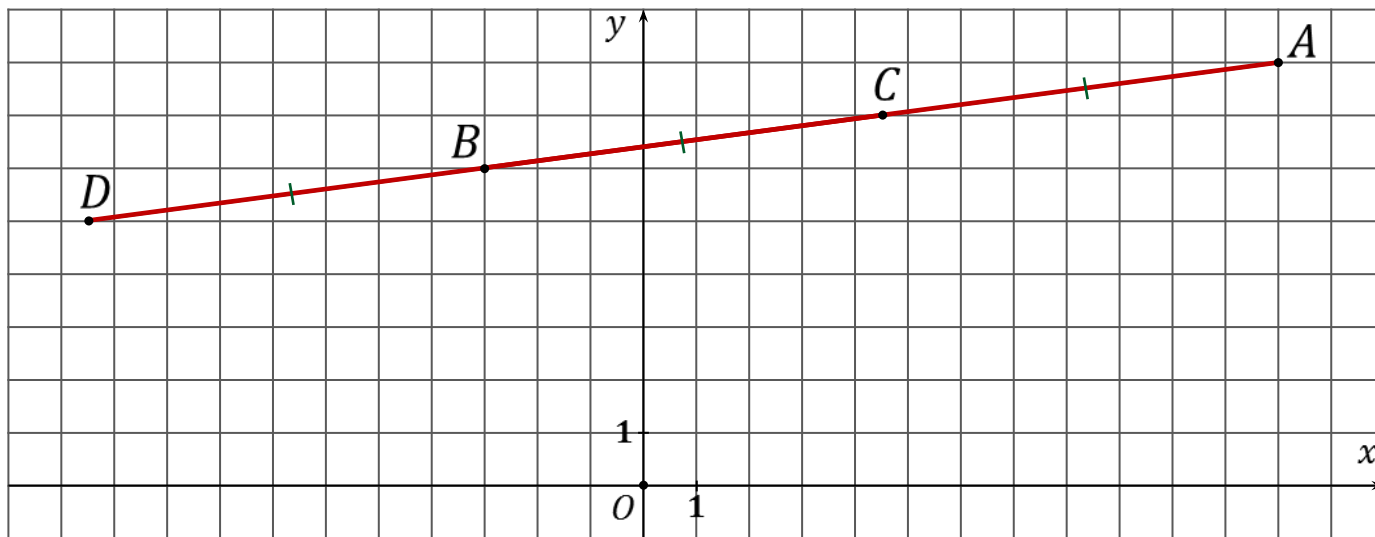
$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 7,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1,5 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$$

Задача. Даны точки $A(12; 8)$ и $B(-3; 6)$.

Найти координаты точек C и D , если C — середина AB , а B — середина CD .

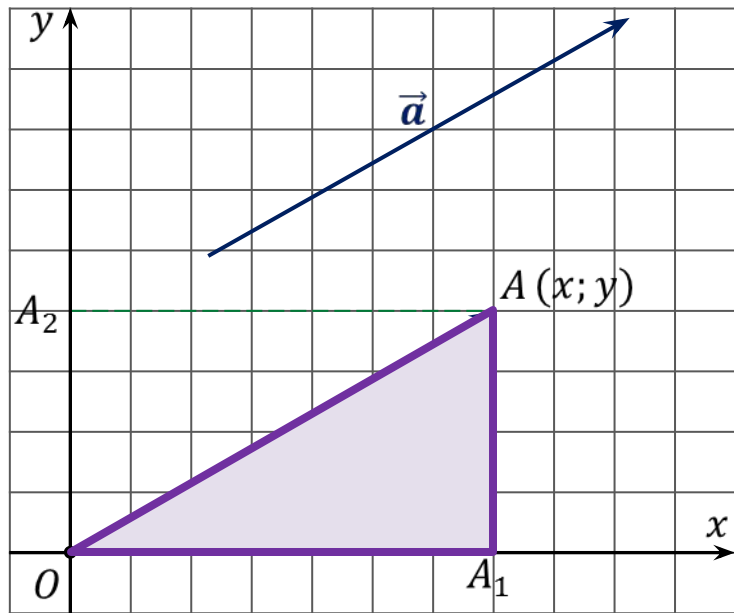


$$C\left(\frac{12 + (-3)}{2}; \frac{8 + 6}{2}\right)$$

$$C(4,5; 7)$$

$$B: \begin{cases} -3 = \frac{4,5 + x_D}{2} \\ 6 = \frac{7 + y_D}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = -10,5 \\ y_D = 5 \end{cases} \quad D(-10,5; 5)$$

2. Вычисление длины вектора по его координатам



$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$$

$$A(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{OA} \{x; y\}$$

$$\vec{a} \{x; y\}$$

$$OA_1 = |x|$$

$$A_1A = OA_2 = |y|$$

$$OA^2 = OA_1^2 + A_1A^2 \Rightarrow OA = \sqrt{OA_1^2 + A_1A^2}$$

$$OA = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a} \Rightarrow |\overrightarrow{OA}| = |\vec{a}| \Rightarrow OA = |\vec{a}|$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Длина вектора равна корню квадратному из суммы квадратов его координат.

Длина вектора равна корню квадратному из суммы квадратов его координат.

$$\vec{a} \{x; y\} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Вычислить длины векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} и \vec{d} .

$$\vec{a} \{1; 2\sqrt{2}\}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{2})^2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{1 + 8}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{9}$$

$$|\vec{a}| = 3$$

$$\vec{b} \{-1; 0\}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{1 + 0}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{1}$$

$$|\vec{b}| = 1$$

$$\vec{c} \{0; 0\}$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{0^2 + 0^2}$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{0 + 0}$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{0}$$

$$|\vec{c}| = 0$$

$$\vec{d} \{15; 20\}$$

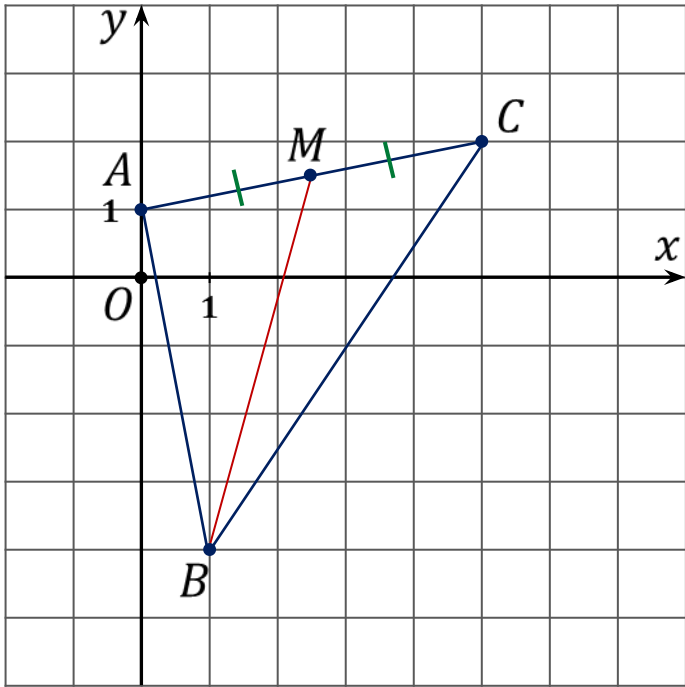
$$|\vec{d}| = \sqrt{15^2 + 20^2}$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{225 + 400}$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{625}$$

$$|\vec{d}| = 25$$

Задача. Найти длину медианы BM , треугольника ABC , если $A(0; 1)$, $B(1; -4)$, $C(5; 2)$.



Решение.

$$M \left(\frac{5 + 0}{2}; \frac{2 + 1}{2} \right) \Leftrightarrow M(2,5; 1,5)$$

$$\overrightarrow{BM} \{2,5 - 1; 1,5 - (-4)\} \Leftrightarrow \overrightarrow{BM} \{1,5; 5,5\}$$

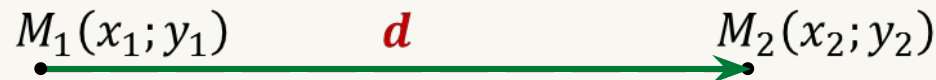
$$|\overrightarrow{BM}| = \sqrt{(1,5)^2 + (5,5)^2} = \sqrt{2,25 + 30,25} = \sqrt{32,5}$$

$$\sqrt{32,5} = \sqrt{25 \cdot 1,3} = 5\sqrt{1,3}$$

$$|\overrightarrow{BM}| = BM = 5\sqrt{1,3}$$

Ответ: $5\sqrt{1,3}$.

3. Определение расстояния между двумя точками



$$\overrightarrow{M_1M_2} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$$

$$|\overrightarrow{M_1M_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$|\overrightarrow{M_1M_2}| = M_1M_2 = d$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Найти расстояние между точками A и B .

1. $A(6; -5), B(10; -8)$

$$AB = \sqrt{(10 - 6)^2 + (-8 - (-5))^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

2. $A(-2; -1), B(6; 5)$

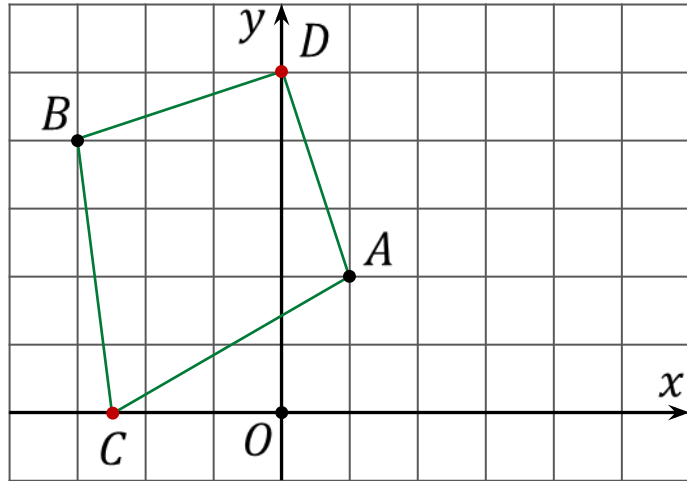
$$AB = \sqrt{(6 - (-2))^2 + (5 - (-1))^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$

3. $A(5; 13), B(5; 12)$

$$AB = \sqrt{(5 - 5)^2 + (12 - 13)^2} = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = \sqrt{1} = 1$$

Задача. На оси Ox и на оси Oy найти точки равноудалённые от точек $A(1; 2)$ и $B(-3; 4)$.

Решение.



Ответ: $C(-2,5; 0)$, $D(0; 5)$.

$$C(x; 0)$$

$$AC = BC$$

$$\sqrt{(x-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{(x-(-3))^2 + (0-4)^2}$$

$$(x-1)^2 + (0-2)^2 = (x-(-3))^2 + (0-4)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + 4 = x^2 + 6x + 9 + 16$$

$$-8x = 20 \quad \Rightarrow \quad x = -2,5$$

$$C(-2,5; 0)$$

$$D(0; y)$$

$$AD = BD$$

$$\sqrt{(0-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(0-(-3))^2 + (y-4)^2}$$

$$(0-1)^2 + (y-2)^2 = (0-(-3))^2 + (y-4)^2$$

$$1 + y^2 - 4y + 4 = +9 + y^2 - 8y + 16$$

$$4y = 20 \quad \Rightarrow \quad y = 5$$

$$D(0; 5)$$

Простейшие задачи в координатах