

***Пара сил и ее действие на  
тело***

# Пара сил и ее действие на тело

- Две равные и параллельные силы, направленные в противоположные стороны и не лежащие на одной прямой, называются *парой сил*.

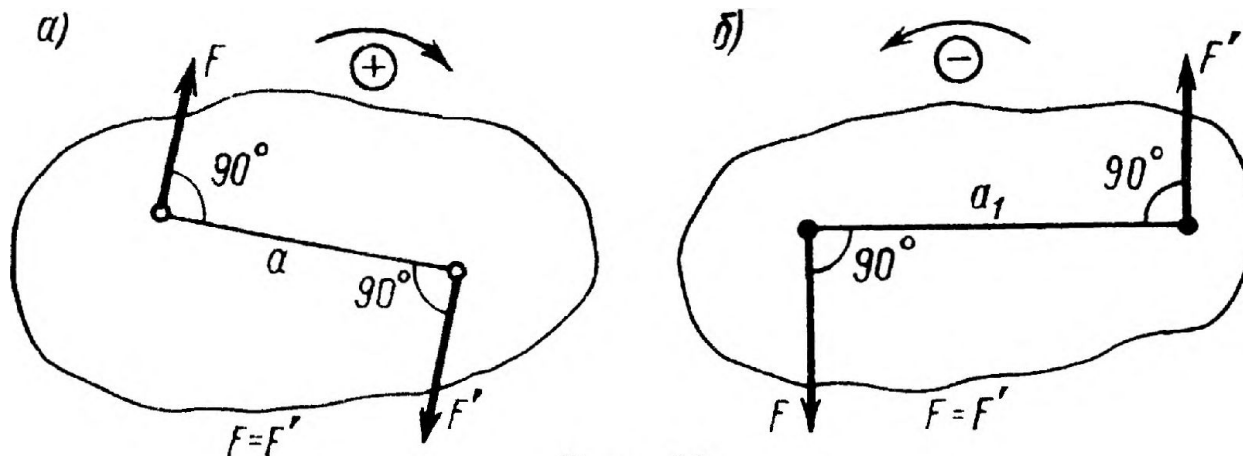


Рис. 19

# Пара сил и ее действие на тело

- Сумма проекций пары сил на ось  $x$  и на ось  $y$  равна нулю, поэтому пара сил не имеет равнодействующей.

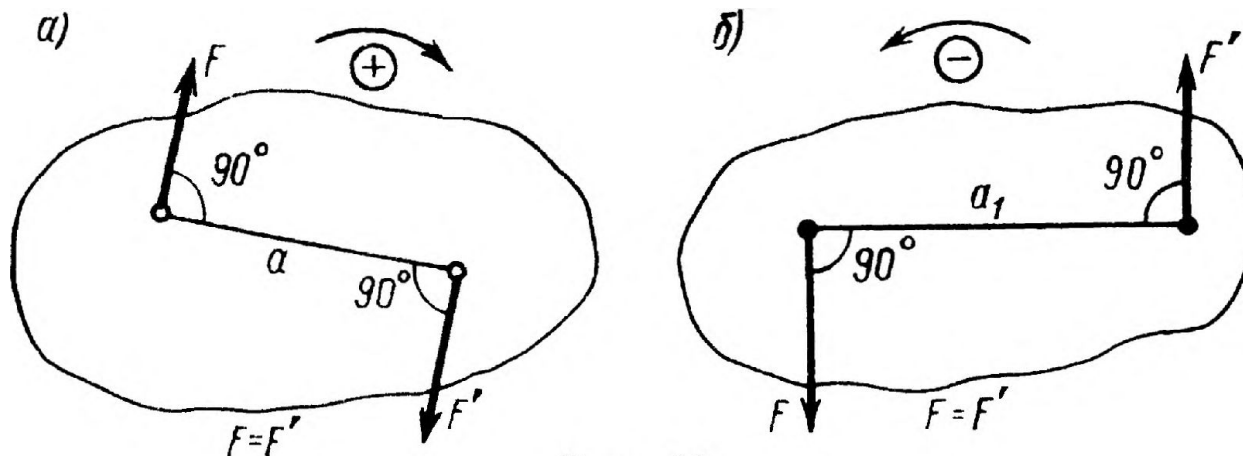


Рис. 19

# Пара сил и ее действие на тело

Способность пары сил производить вращение определяется моментом пары, равным произведению силы на кратчайшее расстояние (взятое по перпендикуляру к силам) между линиями действия сил. Обозначим момент пары  $M$ , а кратчайшее расстояние между силами  $a$ , тогда абсолютное значение момента

$$M = Fa = Fa.$$

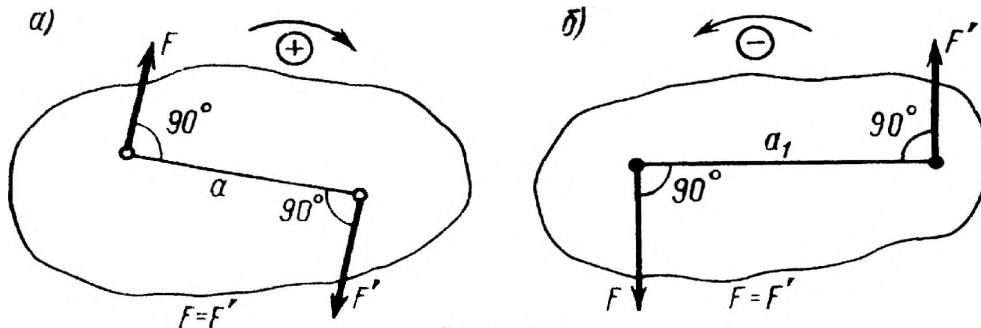


Рис. 19

# *Пара сил и ее действие на тело*

$$M = Fa = Fa.$$

Кратчайшее расстояние между линиями действия сил называется *плечом пары*, поэтому можно сказать, что *момент пары сил по абсолютному значению равен произведению одной из сил на ее плечо*

# *Пара сил и ее действие на тело*

Момент пары в СИ измеряется в ньютонметрах (Нм) или в единицах, кратных ньютонметру: кНм, МНм и т. д.

# Пара сил и ее действие на тело

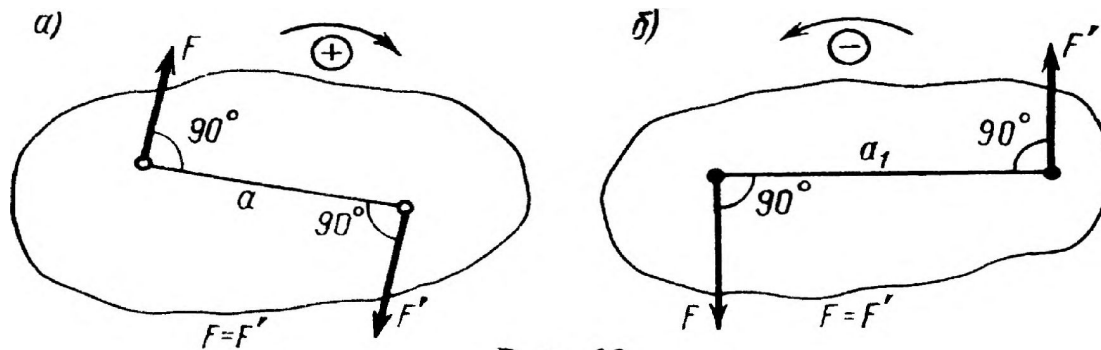


Рис. 19

Момент пары сил будем считать положительным, если пара стремится повернуть тело по направлению хода часовой стрелки (а), и отрицательным, если пара стремится вращать тело против хода часовой стрелки (рис. б). Принятое правило знаков для моментов пар условно: можно было бы принять противоположное правило

# Эквивалентность пар

*Две пары сил считаются **эквивалентными** в том случае, если после замены одной пары другой парой механическое состояние тела не изменяется, т. е. не изменяется движение тела или не нарушается его равновесие.*



# *Эквивалентность пар*

- Эффект действия пары сил на твердое тело не зависит от ее положения в плоскости. Таким образом, *пару сил можно переносить в плоскости ее действия в любое положение.*

# **Эквивалентность пар**

*Не нарушая состояния тела, можно как угодно изменять модули сил и плечо пары, только бы момент пары оставался неизменным*

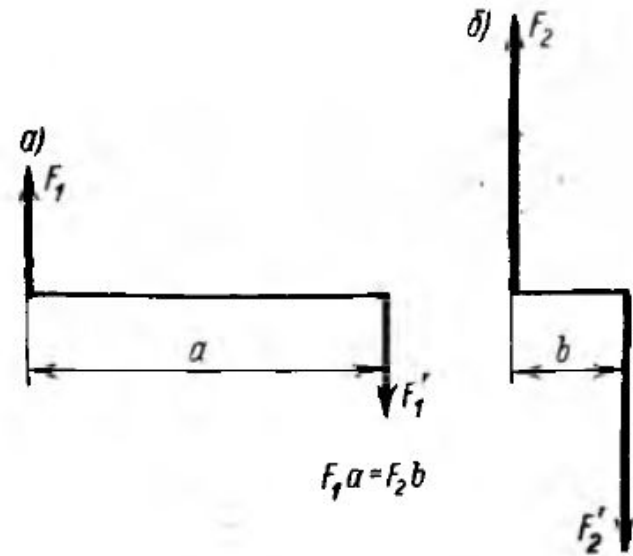
# Эквивалентность пар

Заменяем пару сил  $\vec{F}_1\vec{F}'_1$  с плечом  $a$  (рис. а)

новой парой  $\vec{F}_2\vec{F}'_2$  с плечом  $b$  (рис. б) так, чтобы момент пары оставался тем же.

Момент заданной пары сил  $M_1 = F_1a$ .

Момент новой пары сил  $M_2 = F_2b$ .



# Эквивалентность пар

По определению пары сил эквивалентны, т. е. производят одинаковое действие, если их моменты равны.

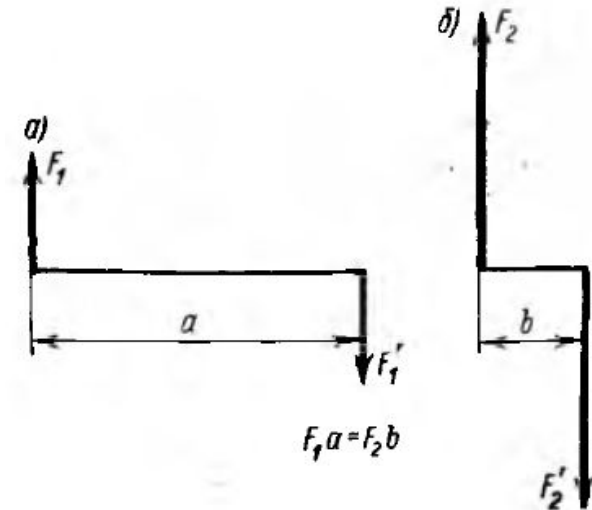
Если изменив значения сил и плечо новой пары, мы сохраним равенство их моментов

$$M_1 = M_2 \text{ или } F_1 a = F_2 b$$

то состояние тела от такой замены **не нарушится**.

Итак, вместо заданной пары  $\vec{F}_1 \vec{F}'_1$  с плечом  $a$

мы получили эквивалентную пару  $\vec{F}_2 \vec{F}'_2$  с плечом  $b$



# ***Сложение и равновесие пар сил на плоскости***

Пара, заменяющая собой действие данных пар, называется *результатирующей*.

*Момент результирующей пары равен алгебраической сумме моментов составляющих пар.*

# ***Сложение и равновесие пар сил на плоскости***

При произвольном числе слагаемых пар, лежащих в одной плоскости или параллельных плоскостях, момент результирующей пары определится по формуле

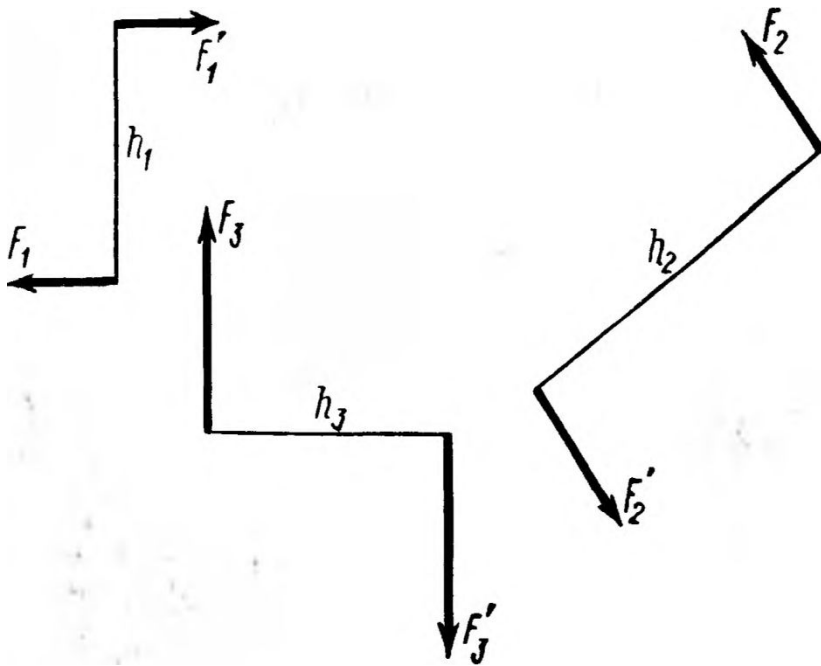
$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_n = \sum M_i,$$

# Сложение и равновесие пар сил на плоскости

- Для равновесия системы пар необходимо и достаточно, чтобы момент результирующей пары равнялся нулю или чтобы алгебраическая сумма моментов пар равнялась 1

$$M = \sum_{i=1}^n M_i = 0.$$

# Задача



Определить момент результирующей пары, эквивалентной системе трех пар, лежащих в одной плоскости. Первая пара обр  $F_1 = F'_1 = 2$  кН

, имеет плечо  $h_1 = 1,25$  м и действует по часовой стрелке; вторая пара образована силами  $F_2 = F'_2 = 3$  кН, имеет плечо  $h_2 = 2$  м и действует против часовой стрелки; третья пара образована силами  $F_3 = F'_3 = 4,5$  кН, имеет плечо  $h_3 = 1,2$  м и действует по часовой стрелке



# Задача

Решение. Вычисляем моменты составляющих пар:

$$M_1 = F_1 h_1 = 2 \cdot 1,25 = 2,5 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = -F_2 h_2 = -3 \cdot 2 = -6 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

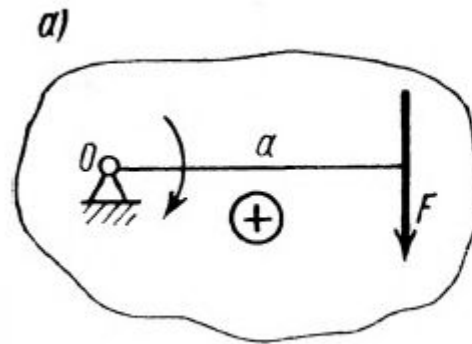
$$M_3 = F_3 h_3 = 4,5 \cdot 1,2 = 5,4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Для определения момента результирующей пары складываем алгебраически моменты заданных пар

$$M = \sum M_i = M_1 + M_2 + M_3 = 2,5 - 6 + 5,4 = 1,9 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

# Момент силы относительно точки и оси

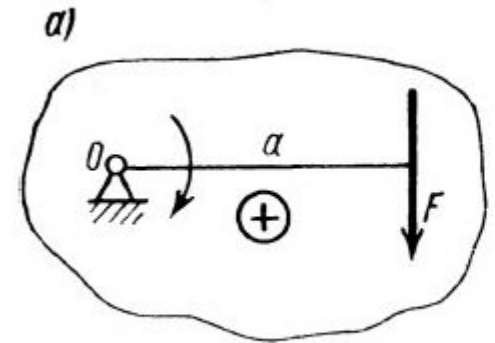
Момент силы относительно точки определяется произведением модуля силы на длину перпендикуляра, опущенного из точки на линию действия силы



# Момент силы относительно точки и оси

При закреплении тела в точке  $O$  сила  $F$  стремится поворачивать его вокруг этой точки. Точка  $O$ , относительно которой берется момент, называется **центром момента**, а длина перпендикуляра  $a$  — **плечом силы относительно центра момента**.

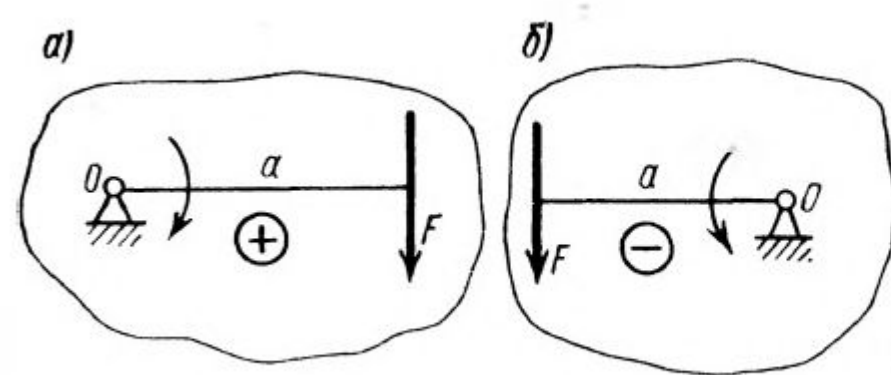
Момент силы  $F$  относительно точки  $O$  определяется произведением силы на плечо



# Момент силы относительно точки и оси

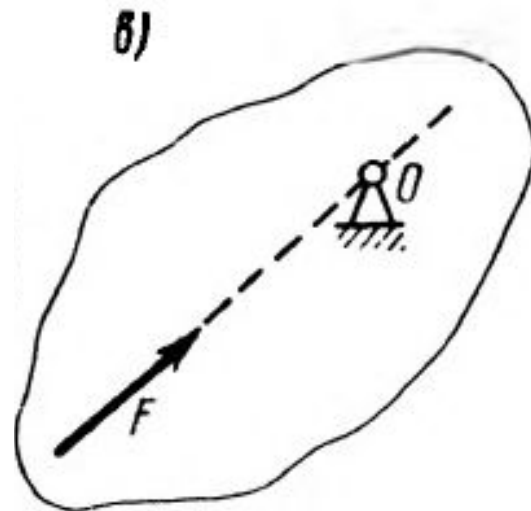
Измеряют **моменты сил**, как и моменты пар, в **ньютонометрах (Н·м)** или в соответствующих кратных и дольных единицах.

Момент принято считать **положительным**, если сил стремится вращать тело по часовой стрелке (рис. а), а **отрицательным** — против часовой стрелки (рис. б).



# Момент силы относительно точки и оси

Когда линия действия силы проходит через данную точку, момент силы относительно этой точки равен нулю, так как в рассматриваемом случае плечо  $a = 0$  (рис. в).



# ***Момент силы относительно точки и оси***

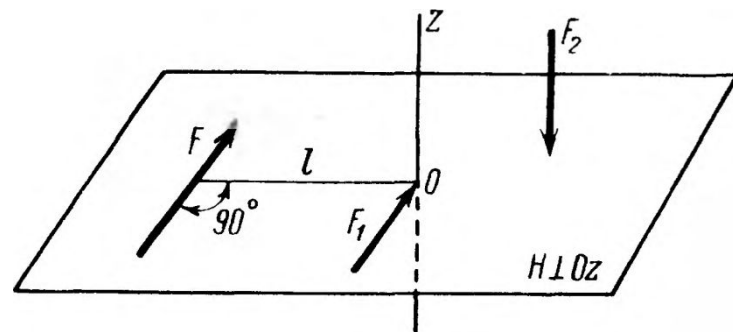
Между моментом пары и моментом силы есть одно существенное различие.

**Численное значение и направление момента пары сил не зависят от положения этой пары в плоскости.**

Значение и направление (знак) момента силы зависят от положения точки, относительно которой определяется момент.

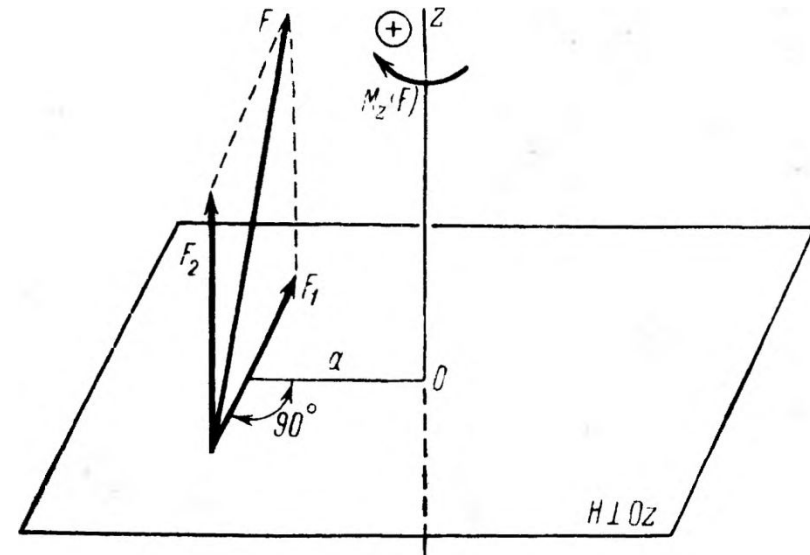
# Момент силы относительно точки и оси

Из опыта известно, что ни сила  $F_1$ , линия действия которой пересекает ось  $Oz$ , ни сила  $F_2$ , параллельная оси, не смогут повернуть тело вокруг этой оси, т. е. не дают момента.



# Момент силы относительно точки и оси

Пусть на тело в какой-то точке действует сила  $F$ .  
Проведем плоскость  $H$ , перпендикулярную оси  $Oz$  и проходящую через начало вектора силы. Разложим заданную силу  $F$  на две составляющие:  $F_1$  расположенную в плоскости  $H$ , и  $F_2$  параллельную оси  $Oz$ .

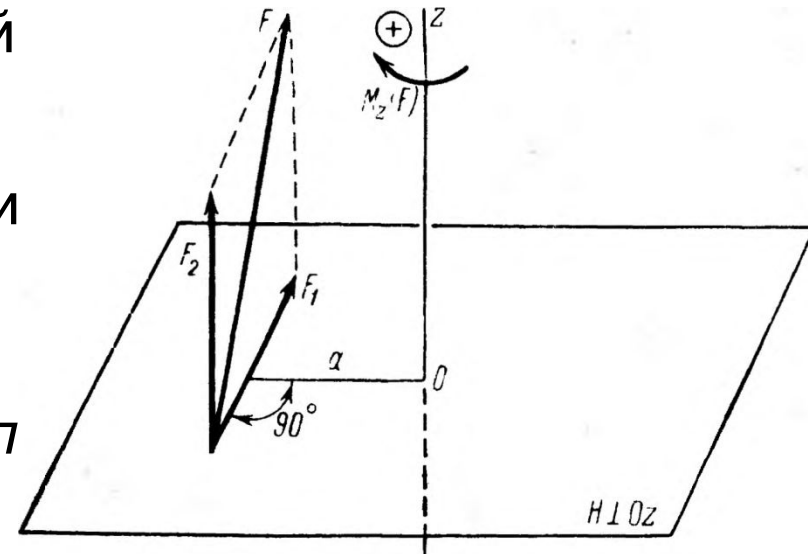




# Момент силы относительно точки и оси

Составляющая  $F_2$ , параллельная оси  $Oz$ , момента относительно этой оси не создает. Составляющая  $F_1$  действующая в плоскости  $H$ , создает момент относительно оси или, что то же самое, относительно точки  $O$ .

Момент силы  $F_1$  измеряется произведением модуля самой сил на длину  $a$  перпендикуляра, опущенного из точки  $O$  на направление этой силы, т. т.е.



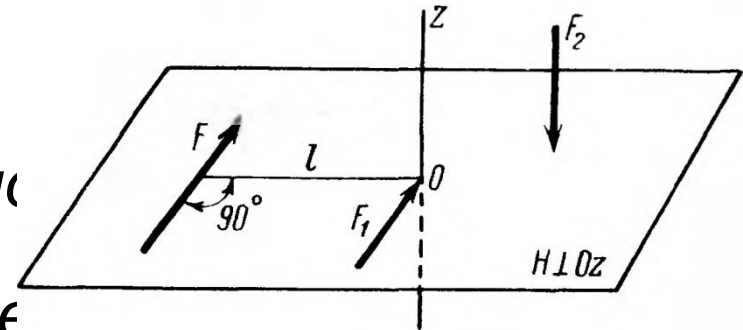
$$M_O(F) = F_1 a.$$

# ***Момент силы относительно точки и оси***

Знак момента по общему правилу определяется направлением вращения тела: плюс (+) — при движении по часовой стрелке, минус (—) — при движении против часовой стрелки.

# Момент силы относительно точки и оси

Если сила  $F$  расположена в плоскости  $H$ , перпендикулярной к оси  $Oz$ , момент этой силы определится произведением  $\epsilon$  величины на плечо  $l$  относительно точки пересечения оси  $Oz$  и плоскости  $H$ :



$$M_O(F) = Fl.$$

# ***Момент силы относительно точки и оси***

*Для определения момента силы относительно оси нужно спроектировать силу на плоскость, перпендикулярную оси, и найти момент проекции силы относительно точки пересечения оси с этой плоскостью.*

$$***M_o (F) = Fl.***$$