Схема Горнера

Проверка выполненных заданий

№31.4 Выполните деление «уголком» многочлена:

4) $6x^4 - 2x + 3$ на многочлен $2x + 3$.

Решение:

$$
\begin{array}{l|l}
6x^4 - 2x + 3 & 2x + 3 \\ \cline{2-2}
-\ 6x^4 + 9x^3 & 3x^3 - 4{,}5x^2 + 6{,}75x - 11{,}125 \\ \cline{1-1}
\quad -9x^3 - 2x + 3 & \\
-\ -9x^3 - 13{,}5x^2 & \\ \cline{1-1}
\qquad 13{,}5x^2 - 2x + 3 & \\
-\ 13{,}5x^2 + 20{,}25x & \\ \cline{1-1}
\qquad\quad -22{,}25x + 3 & \\
-\ -22{,}25x - 33{,}375 & \\ \cline{1-1}
\qquad\qquad -36{,}375 &
\end{array}
$$

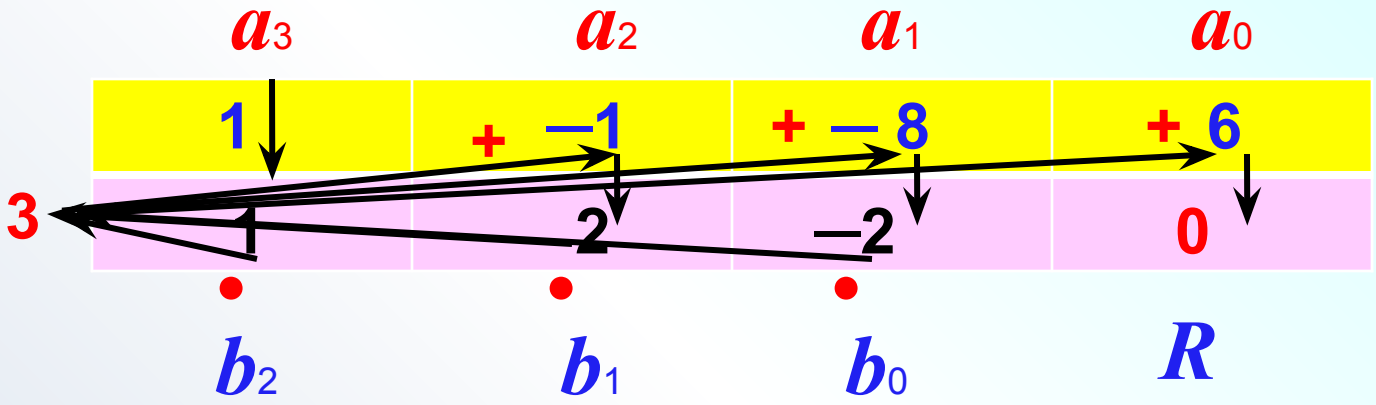
Дальнейшее деление невозможно, т.к. степень последнего остатка меньше степени делителя.

Схема Горнера.

Существенно сократить и упростить вычисления помогает один несложный приём сокращённого деления, называемый схемой Горнера (Горнер Вильямс Джордж – английский математик).

Покажем его практическое применение на конкретном примере, затем запишем алгоритм

Многочлен $x^3 - x^2 - 8x + 6$ 1) разделить на $x - 3$
2) представить в виде произведения.



Построенная таблица и называется схемой Горнера.

В n первых клетках второй её строки получаем коэффициенты частного, расположенные в порядке убывания степеней x;
в $(n + 1)$ - й клетке получаем остаток от деления.

$$x^3 - x^2 - 8x + 6 = (x - 3) \cdot (x^2 + 2x - 2).$$

Схема Горнера.

1. В верхней строке таблицы записываем коэффициенты при x, располагая их в порядке убывания степеней , если соответствующая порядку степень отсутствует, то соответствующий коэффициент равен 0.

2. Перед таблице записываем известный целый корень многочлена.

3. Нижнюю строку таблицы заполняем по правилу:

а) значение первого коэффициента переписываем;

б) в каждой следующей клетке записываем число, равное сумме коэффициента, стоящего над ним и произведения числа, расположенного перед таблицей, на число находящееся в соседней слева клетке.

Разделите многочлен $3x^5+5x^4+11x^2+2x$ на двучлен $x+1$.

Решение:

	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
	3	5	0	11	2	0
-1	3	2	-2	13	-11	11
	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0	*остаток*

$$3x^5+5x^4+11x^2+2x=(x+1)(3x^4+2x^3-2x^2+13x-11)+11$$

Найдите целые корни многочлена $x^4-2x^3-6x^2+5x+2$

Решение: Корнями многочлена являются делители свободного члена: D(2): -1; 1; -2; 2

	1	**-2**	**-6**	**5**	**2**	
-1	1	-3	-3	8	-6	
1	1	-1	-7	-2	0	$x_1=1$
-2	1	-4	2	1	0	$x_2=-2$
2	1	0	-6	-7	-12	

Ответ: -2; 1