

Квадратные уравнения

Для ТЭО-20

Определение квадратного уравнения.



Опр. 1. Квадратным уравнением называется уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где x - переменная, a , b и c - некоторые числа, причем $a \neq 0$.

Числа a , b и c - коэффициенты квадратного уравнения. Число a называют первым коэффициентом, b - вторым коэффициентом и c - свободным членом.





Квадратные уравнения

Полные

Неполные

Приведённые

Неприведённые

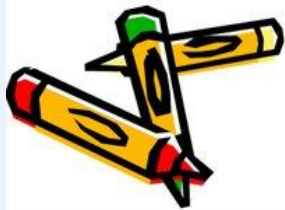


Полное квадратное уравнение - это уравнение, в котором присутствуют все три слагаемых.

$$\text{Например: } 4x^2 + 5x + 2 = 0$$

Неполное квадратное уравнение - это уравнение, в котором присутствуют не все три слагаемых; иными словами, это уравнение, у которого хотя бы один из коэффициентов b , c равен нулю

$$\text{Например: } 2x^2 + 3x = 0$$



Определение

Если в квадратном $ax^2 + bx + c = 0$ уравнении хотя бы один из коэффициентов b или c равен 0, то такое уравнение называется *неполным квадратным уравнением*.

Виды:

- Если $b = 0$, то уравнение имеет вид

$$ax^2 + c = 0$$

- Если $c = 0$, то уравнение имеет вид

$$ax^2 + bx = 0$$

- Если $b = 0$ и $c = 0$, то уравнение имеет вид

$$ax^2 = 0$$



Приведенное квадратное уравнение

Приведенное квадратное уравнение – это уравнение вида $x^2 + px + q = 0$.

$$x^2 + 14x + 24 = 0.$$

Для каждого квадратного уравнения можно записать равносильное ему приведенное уравнение, разделив обе части квадратного на старший коэффициент.

$$5x^2 + 3x - 2 = 0 \iff x^2 + 0,6x - 0,4 = 0.$$

Решение полного квадратного уравнения.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

дискриминант
квадратного уравнения

$D < 0$ - корней нет

$D = 0$ - один корень

$D > 0$ - два корня

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Полное квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Приведенное
кв. уравнение

$$x^2 + px + q = 0$$

Неполное
кв. уравнение

$$a \neq 0, b \neq 0, c = 0$$

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } ax + b = 0$$

$$ax = -b$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

два корня

$$a \neq 0, b = 0, c \neq 0$$

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

нет корней
или

два корня

$$a \neq 0, b = 0, c = 0$$

$$ax^2 = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

один корень

Решение полного квадратного уравнения

$$x^2 - 70x + 600 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -70 \quad c = 600$$

$$D = b^2 - 4ac = (-70)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 600 = 2500$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-70) + \sqrt{2500}}{2 \cdot 1} = \frac{120}{2} = 60$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-70) - \sqrt{2500}}{2 \cdot 1} = \frac{20}{2} = 10$$

Ответ: 10; 60

Неполные квадратные уравнения

Способы решения неполных квадратных уравнений

- $ax^2 + c = 0$

Пример №1

$$-3x^2 + 75 = 0$$

$$-3x^2 = -75$$

$$x^2 = -75 : (-3)$$

$$x^2 = 25$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = -5$$

Ответ: $x_1 = 5 \quad x_2 = -5$

Пример №2

$$4x^2 + 8 = 0$$

$$4x^2 = -8$$

$$x^2 = -8 : 4$$

$$x^2 = -2$$

Ответ: корней нет

- $ax^2 + bx = 0$

Пример №1

$$4x^2 + 12x = 0$$

$$x(4x + 12) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } 4x + 12 = 0$$

$$4x = -12$$

$$x = -12 : 4$$

$$x = -3$$

Ответ: $x_1 = 0 \quad x_2 = -3$

- $ax^2 = 0$

Пример №1

$$0,2x^2 = 0$$

$$x^2 = 0 : 0,2$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

Ответ: $x = 0$



29.09.2014

Приведенные квадратные уравнения

Теорема Виета

Если x_1 и x_2 корни
приведенного квадратного
уравнения $x^2 + bx + c = 0$,
То выполняются равенства:

$$x_1 \cdot x_2 = c$$

$$x_1 + x_2 = -b$$



Устные приемы решения квадратных уравнений

Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$

$$a + b + c = 0, \text{ то } x_1 = 1, \quad x_2 = \frac{c}{a}$$

Если в квадратном уравнении $ax^2 + bx + c = 0$

$$a - b + c = 0, \text{ то } x_1 = -1, \quad x_2 = -\frac{c}{a}$$

Выпишите в правый столбик уравнения, которые являются полными, а в левый столбик - приведёнными.

1) $x^2 + 4x - 7 = 0$

6) $x^2 + 5x - 1 = 0$

2) $3x^2 - 5x + 19 = 0$

7) $2x^2 + 6x = 6$

3) $7x^2 - 14x - 5 = 0$

8) $x^2 + x - 20 = 0$

4) $x^2 + x - 72 = 0$

9) $4x^2 + 10x + 9 = 0$

5) $6x^2 + 11x + 24 = 0$

10) $x^2 - 13x = 0$

Проверь себя!

Сложное

$$3x^2 - 5x + 19 = 0$$

$$7x^2 - 14x - 5 = 0$$

$$6x^2 + 11x + 24 = 0$$

$$2x^2 + 6x = 6$$

$$4x^2 + 10x + 9 = 0$$

Приведенное

$$x^2 + 4x - 7 = 0$$

$$x^2 + x - 72 = 0$$

$$x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

Образец оформления в тетради

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 9 + 16 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm 5}{4} \begin{cases} \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5 \\ -2 \end{cases}$$

Ответ: $-2; 0,5$.

Практическая часть 1

I Решить уравнения, принять найденные корни за координаты точек

1. $x^2 - 11x + 18 = 0$ $(x_1; x_2)$

2. $x^2 - 4x + 4 = 0$ $(x_1; x_2)$

3. $2x^2 - 10x = 0$ $(x_2; x_1)$

4. $x^2 + 5x - 14 = 0$ $(x_2; x_1)$

5. $x^2 + 9x + 14 = 0$ $(x_2; x_1)$

6. $3x^2 + 15x = 0$ $(x_1; x_2)$

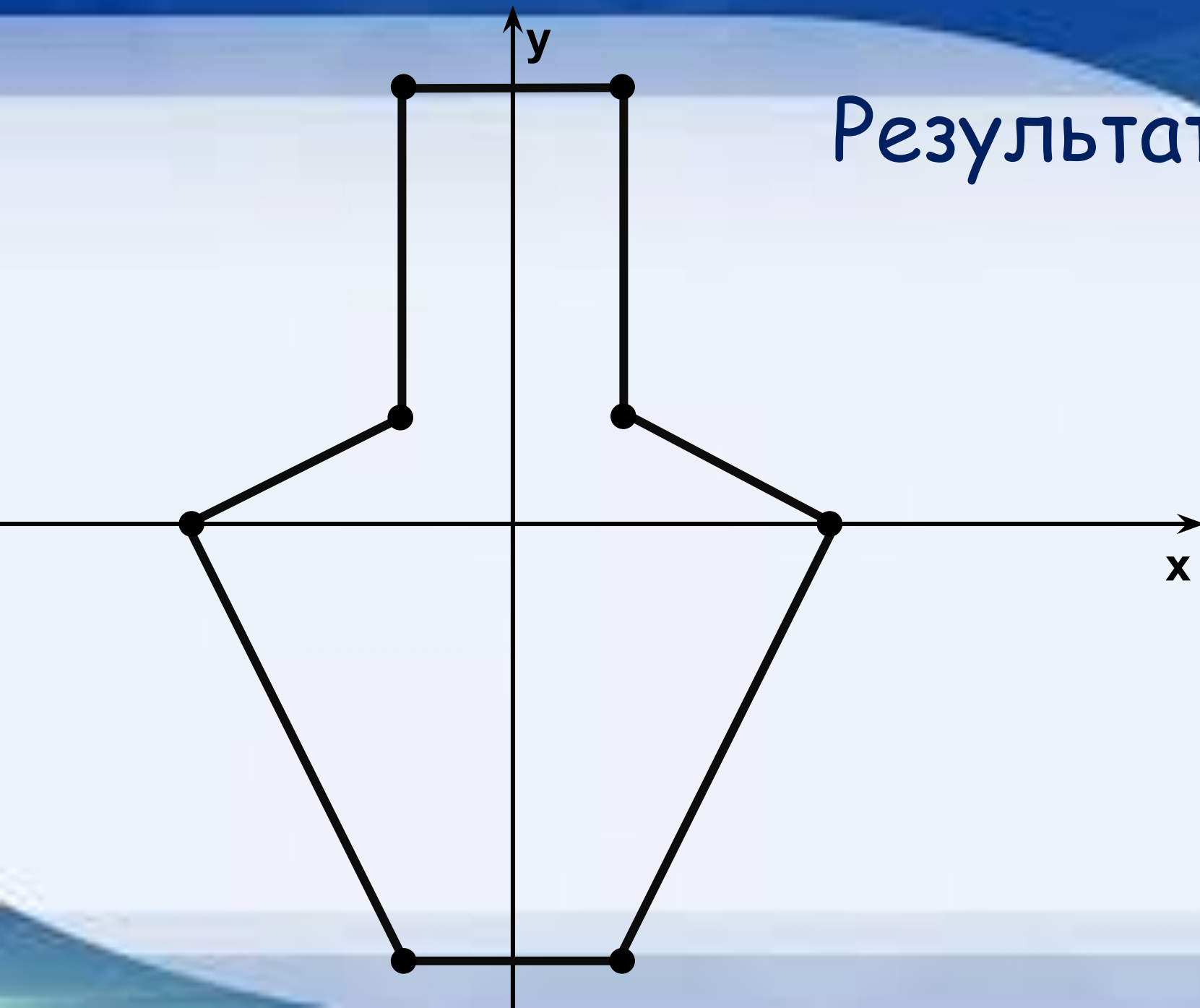
7. $3x^2 - 12 = 0$ $(x_1; x_2)$

8. $2x^2 - 14x - 36 = 0$ $(x_1; x_2)$

Изобразить на координатной плоскости получившиеся точки, соединить их последовательно,

причем $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$.

Результат



Практическая часть 2

Решить уравнения,
приняв найденные корни за координаты точек

$$x^2 + 10x - 11 = 0 \quad (x_1; x_2) \quad 1 \text{ блок}$$

$$x^2 + 7x - 44 = 0 \quad (x_1; x_2)$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \quad (x_1; x_2)$$

$$x^2 - 7x = 0 \quad (x_1; x_2)$$

$$x^2 - 14x + 49 = 0 \quad (x_1; x_2)$$

$$x^2 - 11x + 28 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \quad (x_1; x_2)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \quad (x_1; x_2)$$

$$x^2 + 10x - 11 = 0 \quad (x_1; x_2)$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0 \quad (x_2; x_1) \quad 2 \text{ блок}$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 + 14x + 45 = 0 \quad (x_1; x_2)$$

$$x^2 + 10x - 11 = 0 \quad (x_1; x_2)$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0 \quad (x_2; x_1) \quad 3 \text{ блок}$$

$$x^2 - 14x + 33 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 - 11x - 12 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 - 13x - 30 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 - 7x - 120 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 - x - 72 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 - 36 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 - 9x + 14 = 0 \quad (x_2; x_1) \quad 4 \text{ блок}$$

$$x^2 - 12x + 20 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 - 10x - 24 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 - 5x - 14 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 - 9x + 14 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 - 36 = 0 \quad (x_2; x_1) \quad 5 \text{ блок}$$

$$x^2 + 5x - 24 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 + 9x + 8 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 + 10x + 24 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 + 15x + 56 = 0 \quad (x_2; x_1)$$

$$x^2 + 13x + 40 = 0 \quad (x_1; x_2)$$

Изобразить на координатной плоскости получившиеся точки, соединить их последовательно, причем $x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.