Технологический университет

Кафедра управления качеством и стандартизации

Предмет: Теория очередей в управлении качеством

Тема контрольной работы работы:

Основные технические характеристики очередей

Выполнял работу:

студент группы УУМО-19 Расторгуев Григорий

Проверил:

доцент, кандидат технических наук, Серегин Николай Григорьевич.

Технические характеристики очереди

среднее число клиентов в системе обслуживания

среднее время, которое клиент проводит в очереди

вероятность того, что система обслуживания окажется незанятой

среднее время, которое клиент проводит в системе обслуживания

вероятность определенного числа клиентов в системе

средняя длина очереди

Пример расчета

На строительном складе работают четыре кладовщика. Поток посетителей имеет пуассоновское распределение с интенсивностью 2 заявки в минуту. Время обслуживания имеет показательное распределение со средним значением 1,5 минуты на заявку. Определить показатели работы склада.

Имеем:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 3; \quad \chi = \frac{\rho}{n} = 0.75$$

$$P_0 = \left(1 + \frac{3}{1!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^3}{3!} + \frac{3^4}{4!\,(4-3)}\right)^{-1} = \frac{1}{19.75} = 0.05$$

Пример расчета

- Отсюда следует, что вероятность того, что все четыре кладовщика простаивают, равна 0,05. Определим другие показатели работы системы.

- Абсолютная пропускная способность склада, т. е. количество обслуживаемых в единицу времени требовании, $A = \lambda q = \lambda = 2$ (заявки в минуту). Среднее число занятых кладовщиков $\bar{z} = \rho = 3$. Вероятность образования очереди, т. е. вероятность того, что в момент обращения заказчика все четыре кладовщика заняты:

Пример расчета

$$\pi = \frac{3^4}{(4-1)!\,(4-3)} \cdot 0.05 = 0.6835$$

Среднее число заявок в очереди:

$$\bar{r} = \frac{3^5}{(4-1)!\,(4-3)} \cdot 0.05 = 2.05$$

Среднее время простаивания в очереди:

$$t_{оч} = \frac{\bar{r}}{\lambda} = \frac{2.05}{2} = 1.025 \text{ мин}$$

Среднее число заявок в системе: $\bar{k} = 2.05 + 3 = 5.05$

Среднее время пребывания заявки в системе:

$$\bar{t}_{сист} = \frac{5.05}{2} = 2.52\text{мин}$$

Среднее число простаивающих кладовщиков: $N = 4 - 3 = 1$

Пример 2

ЗАДАНИЕ. Система массового обслуживания — билетная касса с одним окошком и неограниченной очередью. Касса продает билеты в пункты А и В.
Пассажиров, желающих купить билет в пункт А, приходит в среднем трое за 20 мин, в пункт В — двое за 20 мин. Поток пассажиров простейший. Кассир в среднем обслуживает трех пассажиров за 10 мин. Время обслуживания — показательное. Вычислить финальные вероятности Р0, Р2, Р3, среднее число заявок в системе и в очереди, среднее время пребывания заявки в системе, среднее время пребывания заявки в очереди.

Пример 2

- РЕШЕНИЕ. Имеем систему массового обслуживания с одним каналом (однакасса) и неограниченной очередью. Интенсивность потока входящих заявок равна (2+3=5 пассажиров за 20 минут) = (15 пассажиров в час), то есть λ =15 .
- Интенсивность потока обслуживания равна (3 пассажира за 10 минут) = (18 пассажиров за час), то есть μ =18.
- Нагрузка системы $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$ нагрузка системы на один канал такая же: $\psi = \rho = 5/6 < 1$, поэтому предельный режим работы системы существует.
- Рассчитаем эффективность работы СМО в предельном режиме.

Пример 2

- Вычислим финальные вероятности:

$$p_0 = \psi^0(1-\psi) = 1 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \approx 0{,}167.$$

- Вероятность простоя системы: Вероятность того, что в системе одна заявка (один пассажир у кассы):

$$p_1 = \psi^1(1-\psi) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36} \approx 0{,}139.$$

Пример 2

- Вероятность того, что в системе две заявки (один пассажир у кассы и один пассажир в очереди):

$$p_2 = \psi^2(1-\psi) = \frac{25}{36}\cdot\frac{1}{6} = \frac{25}{216} \approx 0{,}116.$$

- Вероятность того, что в системе три заявки (один пассажир у кассы и два пассажира в очереди):

$$p_3 = \psi^3(1-\psi) = \frac{125}{216}\cdot\frac{1}{6} = \frac{125}{1296} \approx 0{,}096.$$

Пример 2

Среднее число заявок, находящихся в очереди (пассажиров в очереди) равно:

$$N_{line} = \frac{\psi^2}{(1-\psi)} = \frac{25/36}{1/6} = \frac{25}{216} \approx 0{,}116 \text{ человек.}$$

Среднее время ожидания в очереди равно:

$$T_{line} = \frac{N_{line}}{\lambda} = \frac{0{,}116}{15} \approx 0{,}0077\, \textit{часа} \approx 0{,}5\, \textit{минут}\,.$$

Пример 2

Среднее число пассажиров, покупающих билеты, равно:

$$N_s = \rho = \psi = 5/6 \approx 0{,}833$$

- Среднее время обслуживания равно:

$$T_s = \frac{N_s}{\lambda} = \frac{0{,}833}{15} \approx 0{,}0555 \text{ часа} \approx 3{,}3 \text{ минуты}$$

- Тогда среднее число заявок в системе:
- $N_{sys} = N_s + N_{line} = 0{,}116 + 0{,}833 = 0{,}949$ (пассажиров).
- Среднее время пребывания заявки в системе:
- $T_{sys} = T_s + T_{line} = 3{,}3 + 0{,}5 = 3{,}8$ (минут).

Спасибо за внимание