

The background features a complex, colorful mosaic pattern. On the left, there are concentric, semi-circular bands of small, multi-colored squares (red, green, blue, yellow, purple) that create a tunnel-like effect. On the right, the pattern transitions into a more scattered, radial arrangement of similar colored squares and rectangles, appearing to radiate from the center. A dark gray rectangular box with a thin white border is positioned in the lower-left quadrant, containing the main title and subtitle in white text.

ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

ЧАСТЬ 3

Практическое занятие

Неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$

Если под знаком предела стоит дробно-рациональная функция, то для того чтобы раскрыть неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$, необходимо числитель и знаменатель дроби разделить на старшую степень переменной x .

Примеры

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x + 21}{2x^2 + x + 1} = \left| \frac{\infty}{\infty} \right| = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{5x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2} + \frac{21}{x^2}}{\frac{2x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - \frac{1}{x} + \frac{21}{x^2}}{2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} =$$

Учитывая, что $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x} = 0, a = \text{const}$, получим

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 0 + 0}{2 + 0 + 0} = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x + 21}{2x^3 + x + 1} = \left| \frac{\infty}{\infty} \right| = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{5x^2}{x^3} - \frac{x}{x^3} + \frac{21}{x^3}}{\frac{2x^3}{x^3} + \frac{x}{x^3} + \frac{1}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{5}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{21}{x^3}}{2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}} =$$

Учитывая, что $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x} = 0, a = \text{const}$, получим

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{0 - 0 + 0}{2 + 0 + 0} = \frac{0}{2} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^6 - x + 21}{2x^3 + x + 1} = \left| \frac{\infty}{\infty} \right| = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{5x^6}{x^6} - \frac{x}{x^6} + \frac{21}{x^6}}{\frac{2x^3}{x^6} + \frac{x}{x^6} + \frac{1}{x^6}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - \frac{1}{x^5} + \frac{21}{x^6}}{\frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^6}} =$$

Учитывая, что $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x} = 0, a = const$, получим

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 0 + 0}{0 + 0 + 0} = \infty.$$

$$\begin{aligned}
4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x^3 - 1)^5}{x^3(5x^4 - 1)^3} &= \left| \frac{\infty}{\infty} \right| = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(2x^3 \left(1 - \frac{1}{2x^3}\right)\right)^5}{x^3 \left(5x^4 \left(1 - \frac{1}{5x^4}\right)\right)^3} = \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^5 x^{15} \left(1 - \frac{1}{2x^3}\right)^5}{x^3 \cdot 5^3 \cdot x^{12} \left(1 - \frac{1}{5x^4}\right)^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{32 x^{15} \left(1 - \frac{1}{2x^3}\right)^5}{125 \cdot x^{15} \left(1 - \frac{1}{5x^4}\right)^3} = \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{32 \left(1 - \frac{1}{2x^3}\right)^5}{125 \left(1 - \frac{1}{5x^4}\right)^3} = \text{учитывая, что } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x} = 0, a = \text{const}, \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{32 \cdot (1 - 0)^5}{125 \cdot (1 - 0)^3} = \frac{32}{125}
\end{aligned}$$