



Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московской области

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени дважды Героя Советского Союза, летчика-космонавта А.А. Леонова

Системы массового обслуживания с отказом

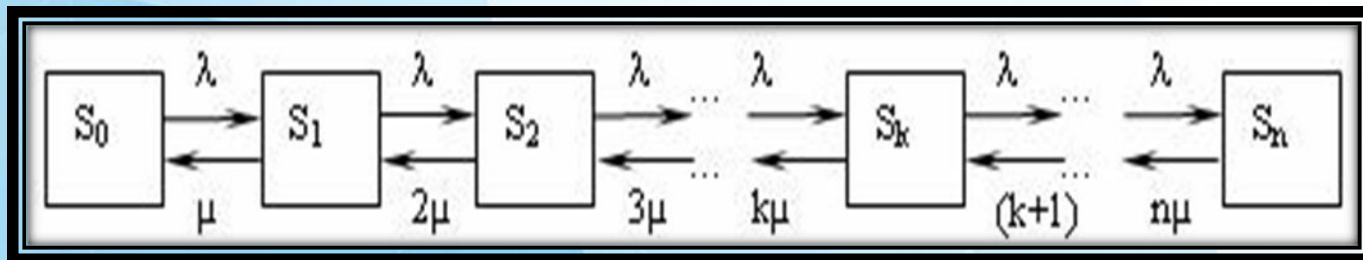
Подготовил: Магистрант группы УУМО-19
Федотов Вячеслав Константинович

СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОТКАЗОМ

В системах с отказами заявка, поступившая в момент, когда все каналы обслуживания заняты, немедленно получает отказ, покидает систему и в дальнейшем процессе обслуживания не участвует.



СМО состоит из n каналов обслуживания, на которые поступает поток заявок с интенсивностью λ .



Поток обслуживания имеет интенсивность μ (величина, обратная среднему времени обслуживания t).

Формула
интенсивность потока
заявок ρ : $\rho = \lambda / \mu$

Состояния СМО:

S_0 – все каналы свободны;

S_1 – один канал занят,
остальные свободны;

S_2 – два канала заняты,
остальные свободны;

S_k – занято k каналов,
остальные свободны;

S_n – заняты все n каналов.

- вероятность простоя каналов обслуживания

Требование, поступающее в систему, получает отказ в том случае, когда все узлы обслуживания заняты. Вероятность отказа исчисляется по формуле:

$$P_{отк} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} C_n^i \rho^i}{\sum_{i=0}^{n-1} C_n^i \rho^i + C_n^n \rho^n}$$


Пример одноканальной СМО с отказами

■ Пусть известно, что заявки на телефонные переговоры в телевизионном ателье поступают с интенсивностью λ , равной 90 заявок в час, а средняя продолжительность разговора по телефону $t_{об} = 2$ мин.

■ Тогда интенсивность потока обслуживания $\mu = 1/t_{об} = 1/2 = 0,5$ (1/мин) = 30 (1/ч); относительная пропускная способность СМО $Q = 30/(90+30) = 0,25$, т.е. в среднем только 25% поступающих заявок осуществляют переговоры по телефону; соответственно вероятность отказа в обслуживании составит $P_{отк} = 0,75$; абсолютная пропускная способность СМО $A = 90 \cdot 0,25 = 22,5$, т.е. в среднем в час будут обслужены 22,5 заявки на переговоры.

■ Очевидно, что при наличии только одного телефонного номера СМО будет плохо справляться с потоком заявок.

МНОГОКАНАЛЬНАЯ СМО С ОТКАЗОМ

Пример многоканальной СМО с отказами

Стол заказов магазина «Продукты» принимает заказы по двум телефонам. Среднее число поступающих заказов в течение часа – 80, среднее время оформления заказа – 3 минуты. Оцените качество работы данной системы.

Решение:

1. Интенсивность потока обслуживания:

$$\mu = 60 / 3 = 20$$

2. Интенсивность нагрузки.

$$\rho = \lambda \cdot t_{\text{обс}} = 80 \cdot 3/60 = 4$$

3. Вероятность, что канал свободен (доля времени простоя каналов).

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^K \frac{\rho^k}{k!}} = \frac{1}{\frac{4^0}{0!} + \frac{4^1}{1!} + \frac{4^2}{2!}} = 0,0769$$

Следовательно, 7.69% в течение часа канал будет не занят, время простоя равно $t_{\text{пр}} = 4.6$ мин.

МНОГОКАНАЛЬНАЯ СМО С ОТКАЗОМ

4. Вероятность отказа (Доля заявок, получивших отказ).

$$P_{\text{отк}} = \frac{p^n}{n!} \quad p_0 = \frac{4^2}{2!} * 0,0769 = 0,615$$

Значит, 62% из числа поступивших заявок не принимаются к обслуживанию.

5. Среднее число каналов, занятых обслуживанием (Среднее число занятых каналов).

$$n_3 = \rho * p_{\text{обс}} = 4 * 0,385 = 1,538 \text{ канала.}$$

Среднее число простаивающих каналов.

$$n_{\text{пр}} = n - n_3 = 2 - 1,538 = 0,5 \text{ канала.}$$

Значит, все каналы заняты обслуживанием.

6. Коэффициент занятости каналов обслуживанием.

$$K_3 = \frac{n_3}{n} = \frac{1,538}{2} = 0,8$$

Следовательно, система на 80% занята обслуживанием.

МНОГОКАНАЛЬНАЯ СМО С ОТКАЗОМ

Попробуем увеличить количество каналов обслуживания до 3.

1. Интенсивность потока обслуживания:

$$\mu = 60 / 3 = 20$$

2. Интенсивность нагрузки.

$$\rho = \lambda \cdot t_{\text{обс}} = 80 \cdot 3/60 = 4$$

3. Вероятность, что канал свободен (доля времени простоя каналов).

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k!} \frac{\rho^k}{k!}} = \frac{1}{\frac{4^0}{0!} + \frac{4^1}{1!} + \frac{4^2}{2!} + \frac{4^3}{3!}} = 0,0423$$

Следовательно, 4.23% в течение часа канал будет не занят, время простоя равно $t_{\text{пр}} = 2.5$ мин.

4. Вероятность отказа (Доля заявок, получивших отказ).

$$P_{\text{отк}} = \frac{\rho^n}{n!} P_0 = \frac{4^3}{3!} 0,0423 = 0,451$$

Значит, 45% из числа поступивших заявок не принимаются к обслуживанию.

5. Среднее число каналов, занятых обслуживанием (Среднее число занятых каналов).

$$n_z = \rho \cdot P_{\text{обс}} = 4 \cdot 0,549 = 2,197 \text{ канала.}$$

Среднее число простаивающих каналов.

$$n_{\text{пр}} = n - n_z = 3 - 2,197 = 0,8 \text{ канала.}$$

Значит 1 канал простаивает, а 2 канала заняты обслуживанием, поэтому мы можем сделать вывод, что двух телефонов будет достаточно.

СПАСИБО ЗА ПРОСМОТР!