Математические методы в экономике

Лекция 8

Постановка и решение задач для стационарной модели межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

Автор: **Крянев Александр Витальевич**
Доктор физико-математических наук,
Профессор кафедры Прикладной математики НИЯУ МИФИ

Оглавление

- Стационарная модель межотраслевого баланса В. В. Леонтьева
- Решение задач для стационарной модели межотраслевого баланса В.В. Леонтьева
- Заключение
- Литература

Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

1. Основные допущения и предпосылки.

    1.1. Рассматривается производственный сектор экономики;

    1.2. Производственный сектор экономики разделен на отдельные отрасли;

    1.3. Каждая отрасль производит один агрегированный вид продукции.

2. Основные определения и постановка задачи.

    2.1. n – количество отраслей в рассматриваемом секторе экономики, ;

    2.2. $y= \{y_1, y_2, \ldots, y_n\}^T$ – вектор потребления конечной продукции;

    2.3. y_i - количество продукции i –й отрасли, которое необходимо для конечного потребления (потребления вне рассматриваемого сектора экономики населением и на экспорт).

Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

Обозначим $X=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}^T$ – вектор валового выпуска продукции отраслями экономики, входящими в рассматриваемый сектор, где x_i - количество производимой продукции i –й отрасли за расчетный период.

Прямая задача межотраслевого баланса - определение объема продукции $X=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}^T$ каждой отрасли рассматриваемого производственного сектора экономики по известному конечному спросу этой продукции за пределами рассматриваемого производственного сектора экономики $y = \{y_1,y_2,\ldots,y_n\}^T$.

Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

Пусть a_{ij} –доля продукции i-й отрасли, необходимой для производства единицы продукции j –й отрасли. Тогда $a_{ij} \cdot x_j$ - количество продукции i-й отрасли, необходимой для производства продукции j -й отрасли в количестве x_j .

Следовательно, суммируя $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j$ получаем общее количество продукции i-й отрасли, которое потребляется за расчетный период всем производственным сектором экономики.

Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

Тем самым объем выпуска продукции *i*-й отрасли удовлетворяет равенству:

$$x_i - \Sigma a_{ij} x_j = y_i,\ i=1,2,\ldots,n \qquad (1)$$

Определение. Система уравнений (1) называется точечной моделью «затраты-выпуск» (“input–output”) или статической моделью межотраслевого баланса.

Модель (1) впервые была предложена В.В. Леонтьевым и представляет собой систему из *n* линейных алгебраических уравнений с *n* неизвестными.

Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

В векторной форме система уравнений (1) имеет вид:

$$\mathbf{x} - A\mathbf{x} = \mathbf{y}, \qquad (2)$$

где A – $(n\text{x}n)$ – матрица, $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ – n - мерные векторы.

Определение. Система (2) называется канонической формой статической модели межотраслевого баланса Леонтьева.

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

Пусть a_{ij} –доля продукции i-й отрасли, необходимой для производства единицы продукции j –й отрасли. Тогда $a_{ij}\cdot x_j$ - количество продукции i-й отрасли, необходимой для производства продукции j -й отрасли в количестве x_j .

Следовательно, суммируя $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\cdot x_j$ получаем общее количество продукции i-й отрасли, которое потребляется за расчетный период всем производственным сектором экономики.

Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

Пусть a_{ij} –доля продукции i-й отрасли, необходимой для производства единицы продукции j –й отрасли. Тогда $a_{ij} \cdot x_j$ - количество продукции i-й отрасли, необходимой для производства продукции j -й отрасли в количестве x_j .

Следовательно, суммируя $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j$ получаем общее количество продукции i-й отрасли, которое потребляется за расчетный период всем производственным сектором экономики.

Решение задач для стационарной модели межотраслевого баланса В. В. Леонтьева

Решение задачи (2) получим в следующем виде:

$$\boldsymbol{x} = (E\text{-}A)^{-1}\boldsymbol{y} \qquad (4)$$

или

$$\boldsymbol{x} = B\boldsymbol{y}, \qquad (5)$$

где $B=(E\text{-}A)^{-1}$.

Определение. Равенство (4) называется приведенной формой модели «затраты-выпуск».

Определение. Элементы b_{ij} матрицы B называются коэффициентами полных материальных затрат, а матрица $B=\{b_{ij}\}$ мультипликатором Леонтьева.

Равенство (4) позволяет определить объем выпуска продукции отраслей рассматриваемого производственного сектора экономики по заданному конечному спросу.

Разложение Неймана

В случае выполнения неравенства (3) матрицу $B=(E-A)^{-1}$, дающей решение системы (2), можно представить в виде разложения Неймана:

$$B=(E-A)^{-1} = E+ A+ A^2 + A^3 +... \qquad (4)$$

и, тем самым, решение системы (2) можно представить в виде:

$$\mathbf{x} = B\mathbf{y} = \mathbf{y} + A\mathbf{y} + A^2\,\mathbf{y} +... \qquad (5)$$

Заключение

На лекции 8 дана постановка и решение задач для стационарной модели межотраслевого баланса В.В. Леонтьева.

Рассмотрен вопрос о сбалансированности стационарной модели межотраслевого баланса В.В. Леонтьева.

Дано представление решения системы уравнений межотраслевого баланса с помощью разложение Неймана.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Колемаев. Экономико-математическое моделирование. М.: ЮНИТИ, 2005.

2. Е.С. Кундышева. Экономико-математическое моделирование. Учебное пособие. М.: Дашков и К., 2008.

3. Крянев А.В. Основы финансового анализа и портфельного инвестирования в рыночной экономике.М.: Из-во МИФИ, 2002.

4. В.И. Степанов, А.Ф. Терпугов. Экономико-математическое моделирование. М.: Academia, 2009.

5. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике. Учебники МГУ им. М.В. Ломоносова. М.: Дело и Сервис, 2004.