



Математические методы в экономике

Лекция 8

Постановка и решение задач для стационарной модели межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

Автор: **Крянев Александр Витальевич**
Доктор физико-математических наук,
Профессор кафедры Прикладной математики НИЯУ МИФИ



Оглавление

- Стационарная модель межотраслевого баланса В. В. Леонтьева
- Решение задач для стационарной модели межотраслевого баланса В.В. Леонтьева
- Заключение
- Литература



Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

1. Основные допущения и предпосылки.

1.1. Рассматривается производственный сектор экономики;

1.2. Производственный сектор экономики разделен на отдельные отрасли;

1.3. Каждая отрасль производит один агрегированный вид продукции.

2. Основные определения и постановка задачи.

2.1. n – количество отраслей в рассматриваемом секторе экономики, ;

2.2. $y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}^T$ – вектор потребления конечной продукции;

2.3. y_i - количество продукции i –й отрасли, которое необходимо для конечного потребления (потребления вне рассматриваемого сектора экономики населением и на экспорт).



Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева



НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Обозначим $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ – вектор валового выпуска продукции отраслями экономики, входящими в рассматриваемый сектор, где x_i – количество производимой продукции i –й отрасли за расчетный период.

Прямая задача межотраслевого баланса – определение объема продукции $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ каждой отрасли рассматриваемого производственного сектора экономики по известному конечному спросу этой продукции за пределами рассматриваемого производственного сектора экономики $y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}^T$.



Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

Пусть a_{ij} –доля продукции i -й отрасли, необходимой для производства единицы продукции j –й отрасли. Тогда $a_{ij} \cdot x_j$ – количество продукции i -й отрасли, необходимой для производства продукции j -й отрасли в количестве x_j .

Следовательно, суммируя $\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j$ получаем общее количество продукции i -й отрасли, которое потребляется за расчетный период всем производственным сектором экономики.



Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

Тем самым объем выпуска продукции i -й отрасли удовлетворяет равенству:

$$x_i - \sum_{ij} a_{ij} x_j = y_i, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Определение. Система уравнений (1) называется точечной моделью «затраты-выпуск» (“input–output”) или статической моделью межотраслевого баланса.

Модель (1) впервые была предложена В.В. Леонтьевым и представляет собой систему из n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными.



Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

В векторной форме система уравнений (1)
имеет вид:

$$\mathbf{x} - A\mathbf{x} = \mathbf{y}, \quad (2)$$

где $A - (n \times n)$ – матрица, $\mathbf{x}, \mathbf{y} - n$ - мерные векторы.

Определение. Система (2) называется канонической формой статической модели межотраслевого баланса Леонтьева.



Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

Пусть a_{ij} –доля продукции i -й отрасли, необходимой для производства единицы продукции j –й отрасли. Тогда $a_{ij} \cdot x_j$ – количество продукции i -й отрасли, необходимой для производства продукции j -й отрасли в количестве x_j .

Следовательно, суммируя $\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j$ получаем общее количество продукции i -й отрасли, которое потребляется за расчетный период всем производственным сектором экономики.



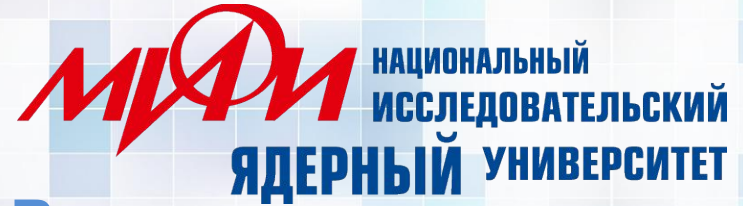
Стационарная модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева

Пусть a_{ij} –доля продукции i -й отрасли, необходимой для производства единицы продукции j –й отрасли. Тогда $a_{ij} \cdot x_j$ – количество продукции i -й отрасли, необходимой для производства продукции j -й отрасли в количестве x_j .

Следовательно, суммируя $\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j$ получаем общее количество продукции i -й отрасли, которое потребляется за расчетный период всем производственным сектором экономики.



Решение задач для стационарной модели межотраслевого баланса В. В. Леонтьева



Решение задачи (2) получим в следующем виде:

$$\mathbf{x} = (E-A)^{-1}\mathbf{y} \quad (4)$$

или

$$\mathbf{x} = B\mathbf{y}, \quad (5)$$

где $B=(E-A)^{-1}$.

Определение. Равенство (4) называется приведенной формой модели «затраты-выпуск».

Определение. Элементы b_{ij} матрицы B называются коэффициентами полных материальных затрат, а матрица $B=\{b_{ij}\}$ мультипликатором Леонтьева.

Равенство (4) позволяет определить объем выпуска продукции отраслей рассматриваемого производственного сектора экономики по заданному конечному спросу.



Разложение Неймана

В случае выполнения неравенства (3) матрицу $B=(E-A)^{-1}$, дающей решение системы (2), можно представить в виде разложения Неймана:

$$B=(E-A)^{-1} = E + A + A^2 + A^3 + \dots \quad (4)$$

и, тем самым, решение системы (2) можно представить в виде:

$$x = By = y + Ay + A^2 y + \dots \quad (5)$$



Заключение

На лекции 8 дана постановка и решение задач для стационарной модели межотраслевого баланса В.В. Леонтьева.

Рассмотрен вопрос о сбалансированности стационарной модели межотраслевого баланса В.В. Леонтьева.

Дано представление решения системы уравнений межотраслевого баланса с помощью разложение Неймана.



ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Колемаев. Экономико-математическое моделирование. М.: ЮНИТИ, 2005.
2. Е.С. Кундышева. Экономико-математическое моделирование. Учебное пособие. М.: Дашков и К., 2008.
3. Крянев А.В. Основы финансового анализа и портфельного инвестирования в рыночной экономике. М.: Из-во МИФИ, 2002.
4. В.И. Степанов, А.Ф. Терпугов. Экономико-математическое моделирование. М.: Academia, 2009.
5. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике. Учебники МГУ им. М.В. Ломоносова. М.: Дело и Сервис, 2004.