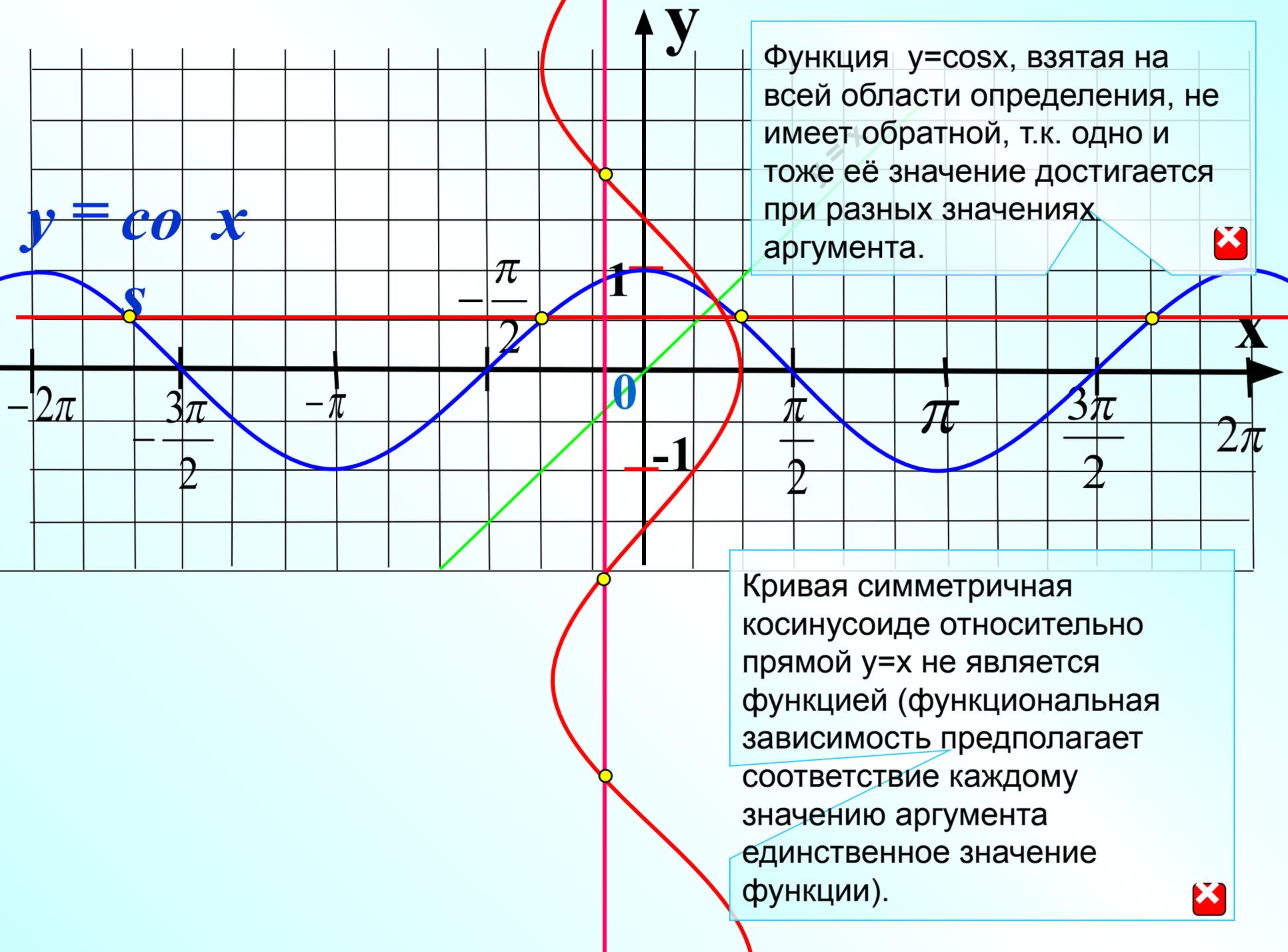


Методическая разработка Савченко Е.М.
МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

Функция

$$y = \arccos x$$

Алгебра и начала анализа. 10 класс.
УМК Мордкович А.Г. и др.



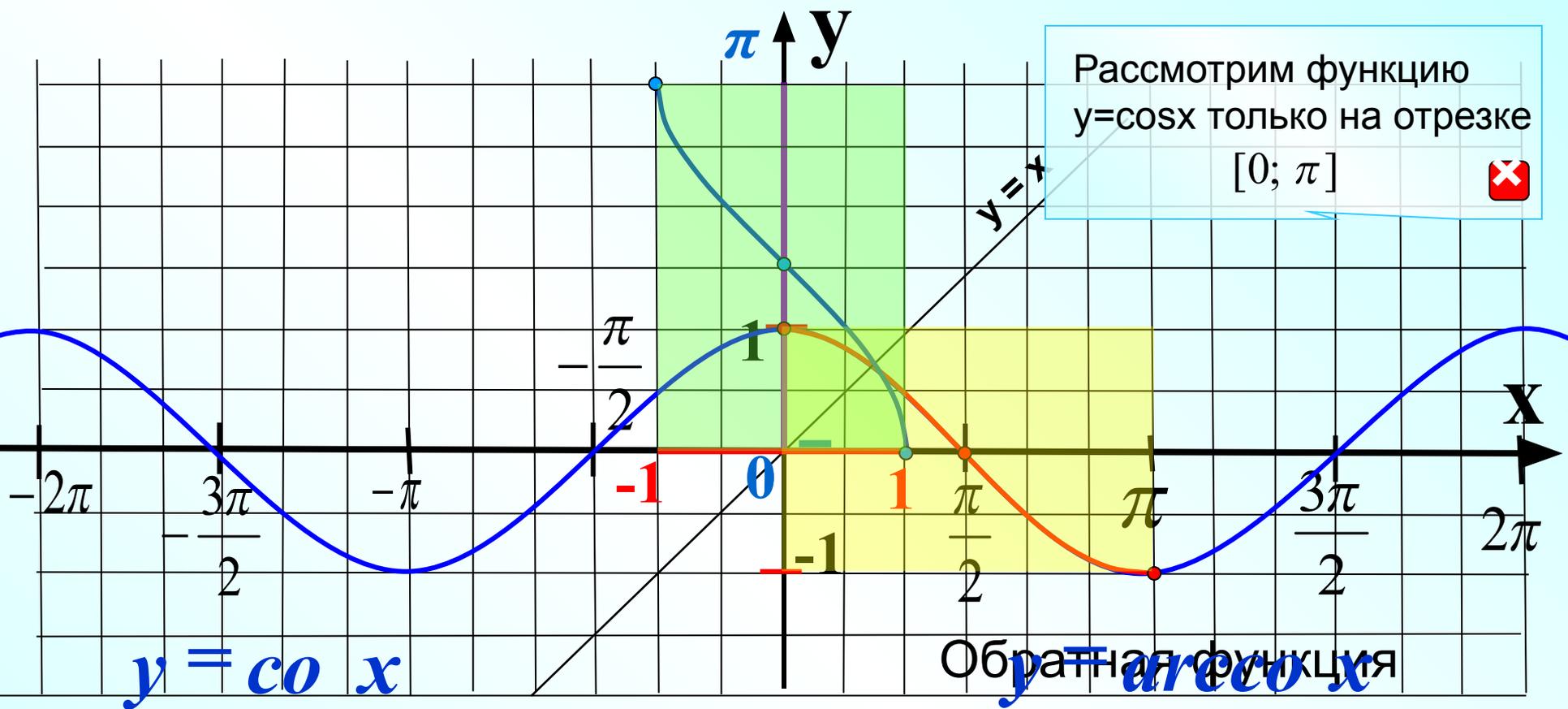
$y = \cos x$

Функция $y = \cos x$, взятая на всей области определения, не имеет обратной, т.к. одно и тоже её значение достигается при разных значениях аргумента.



Кривая симметричная косинусоиде относительно прямой $y = x$ не является функцией (функциональная зависимость предполагает соответствие каждому значению аргумента единственное значение функции).



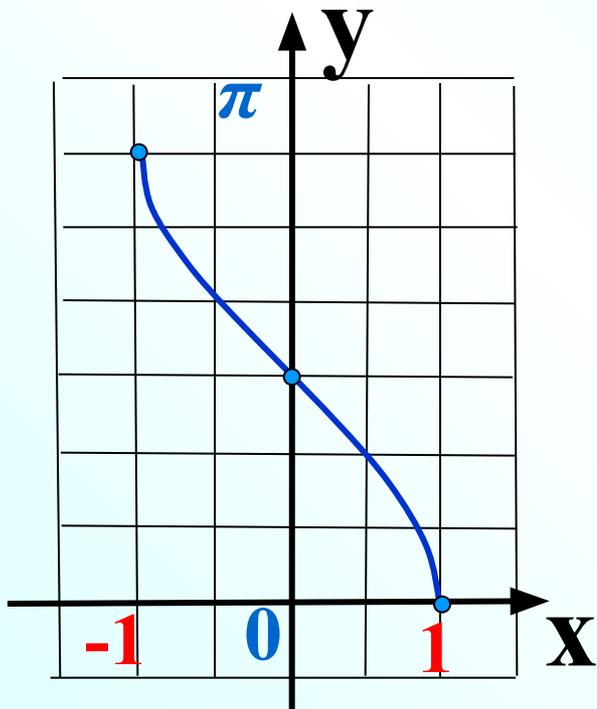


$$D(y) : x \in [0; \pi]$$

$$D(y) : x \in [-1; 1]$$

$$\left(\begin{array}{c} \pi \\ 0 \\ \frac{\pi}{2} \\ 1 \\ 0 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \pi \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\pi}{2} \\ \pi \end{array} \right)$$



$$y = \arccos x$$

$$D(y) : x \in [-1; 1]$$

$$E(y) : y \in [0; \pi]$$

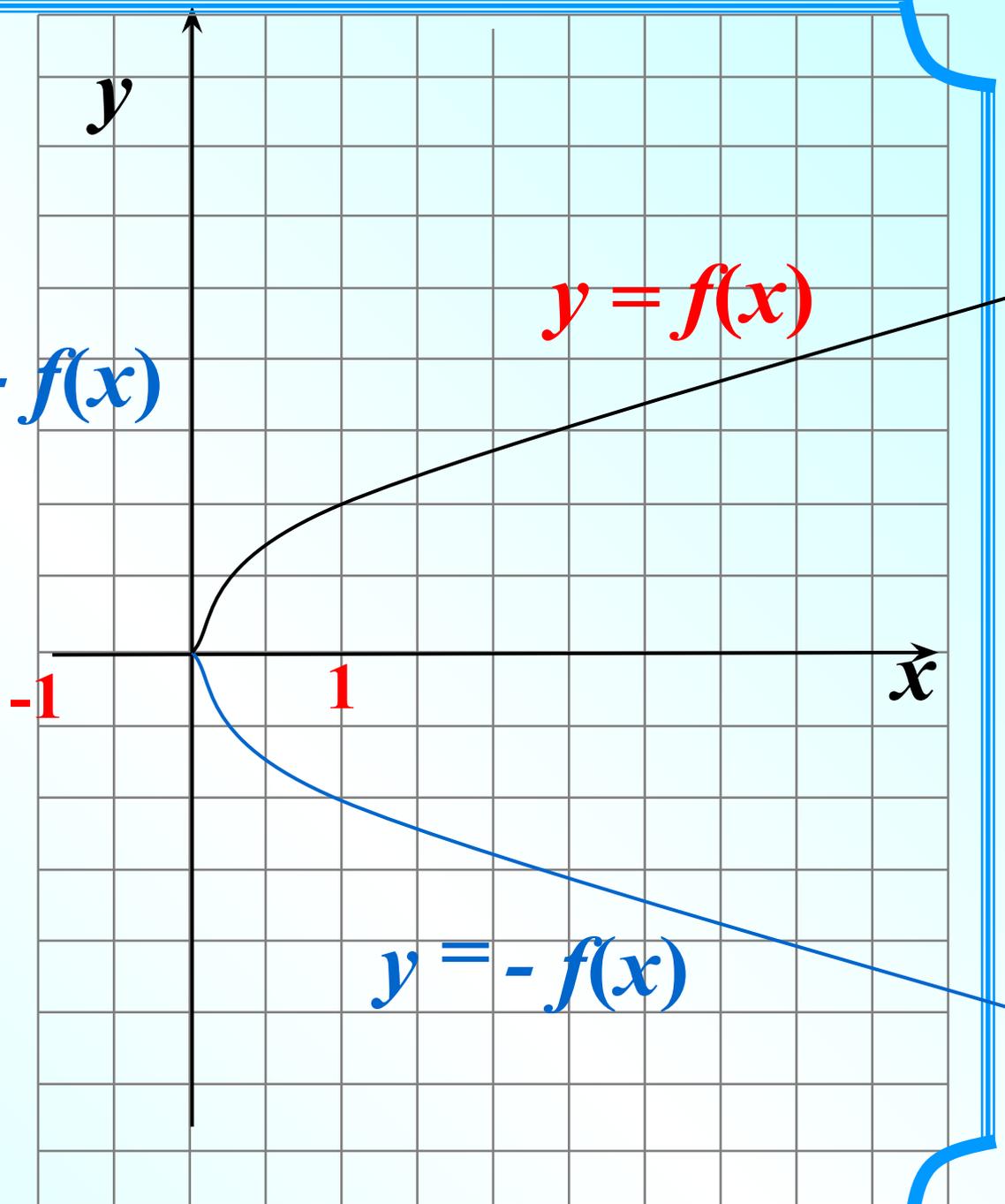
Функция ни четная ни нечетная

Функция убывает

Функция непрерывна

Повторим

$$y = f(x) \longrightarrow y = -f(x)$$



$$y = -x$$

$$D(y) : x \in [-1; 1]$$

Найдем $E(y)$ методом оценки

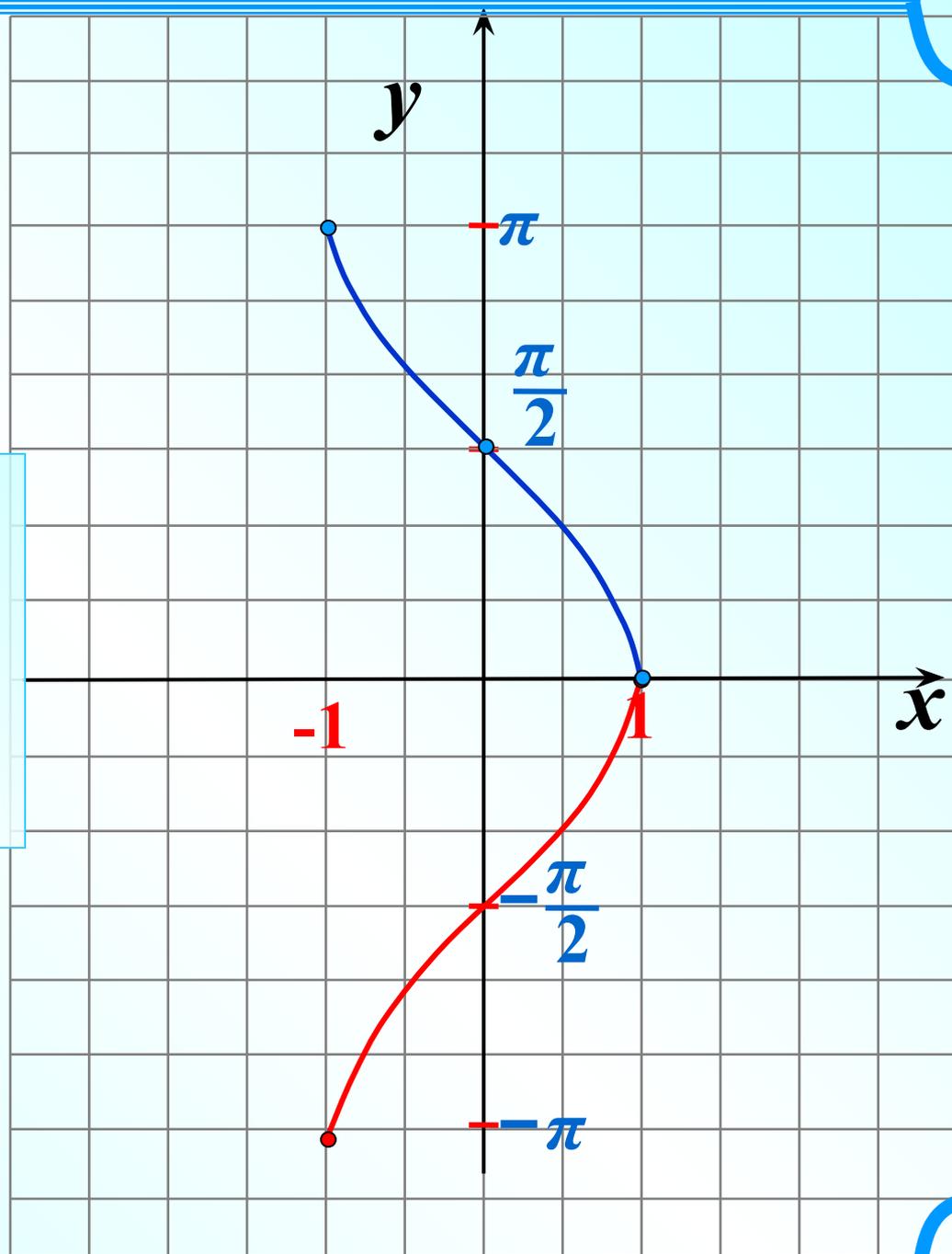
$$0 \leq \arccos x \leq \pi \quad / \cdot (-1)$$

$$0 \geq -\arccos x \geq -\pi$$

$$-\pi \leq -\arccos x \leq 0$$

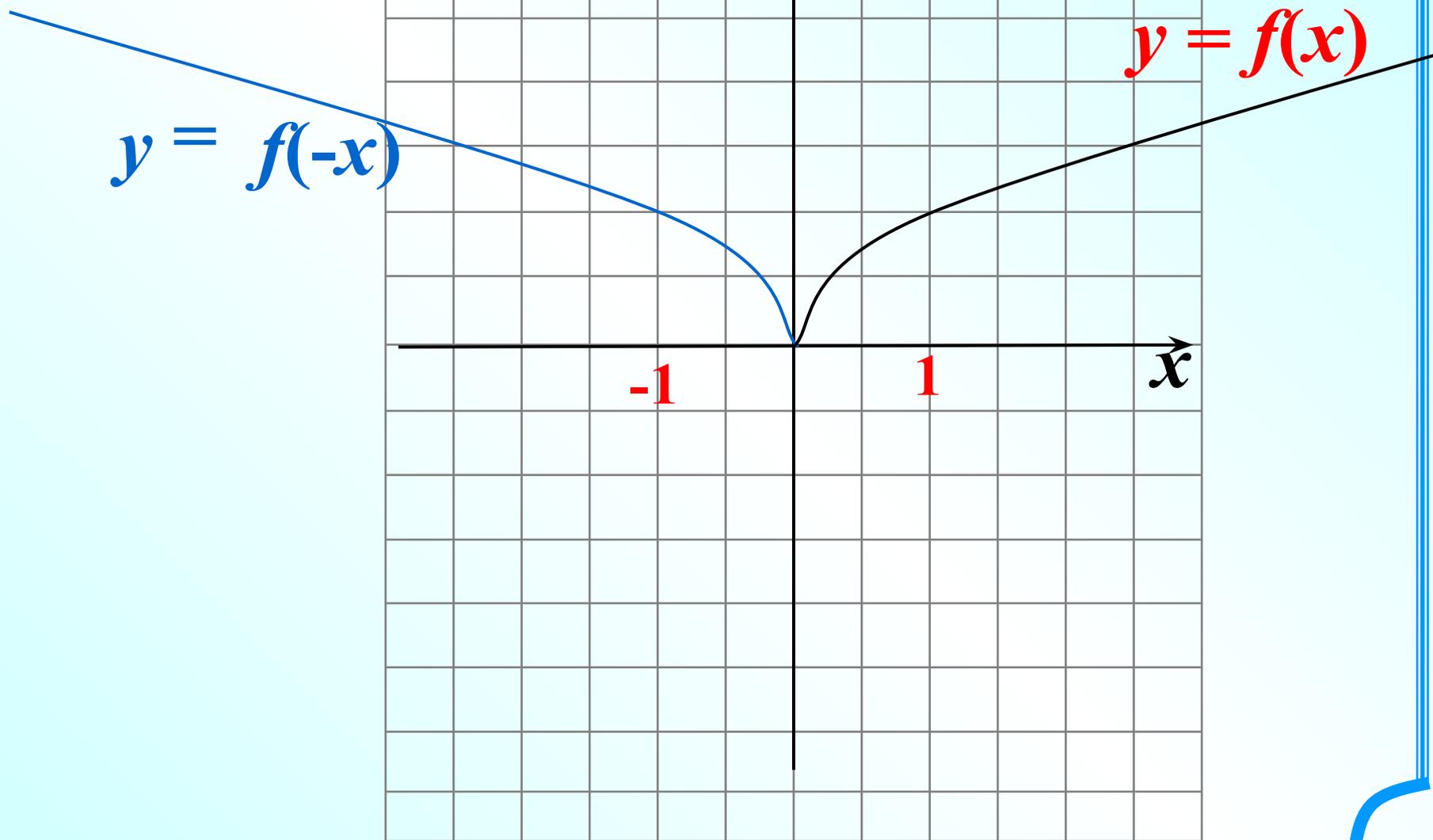


$$E(y) : y \in [-\pi; 0]$$



Повторим

$$y = f(x) \longrightarrow y = f(-x)$$



$$y = \arccos(-x)$$

Найдем $D(y)$ методом оценки

$$-1 \leq -x \leq 1 \quad / \cdot (-1)$$

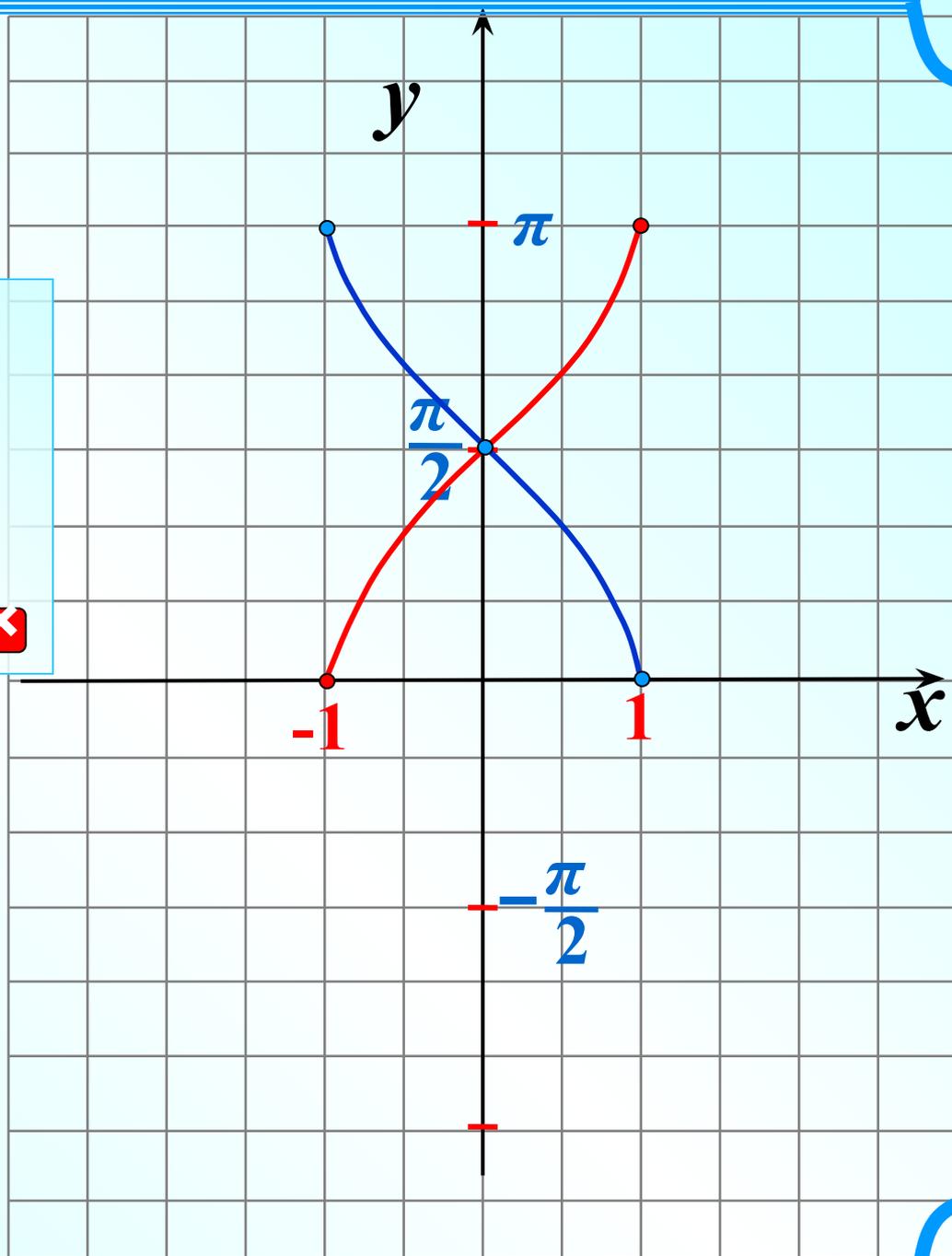
$$1 \geq x \geq -1$$

$$-1 \leq x \leq 1$$



$$D(y) : x \in [-1; 1]$$

$$E(y) : y \in [0; \pi]$$



$$y = 2\arccos x$$

$$D(y) : x \in [-1; 1]$$

Найдем $E(y)$ методом оценки

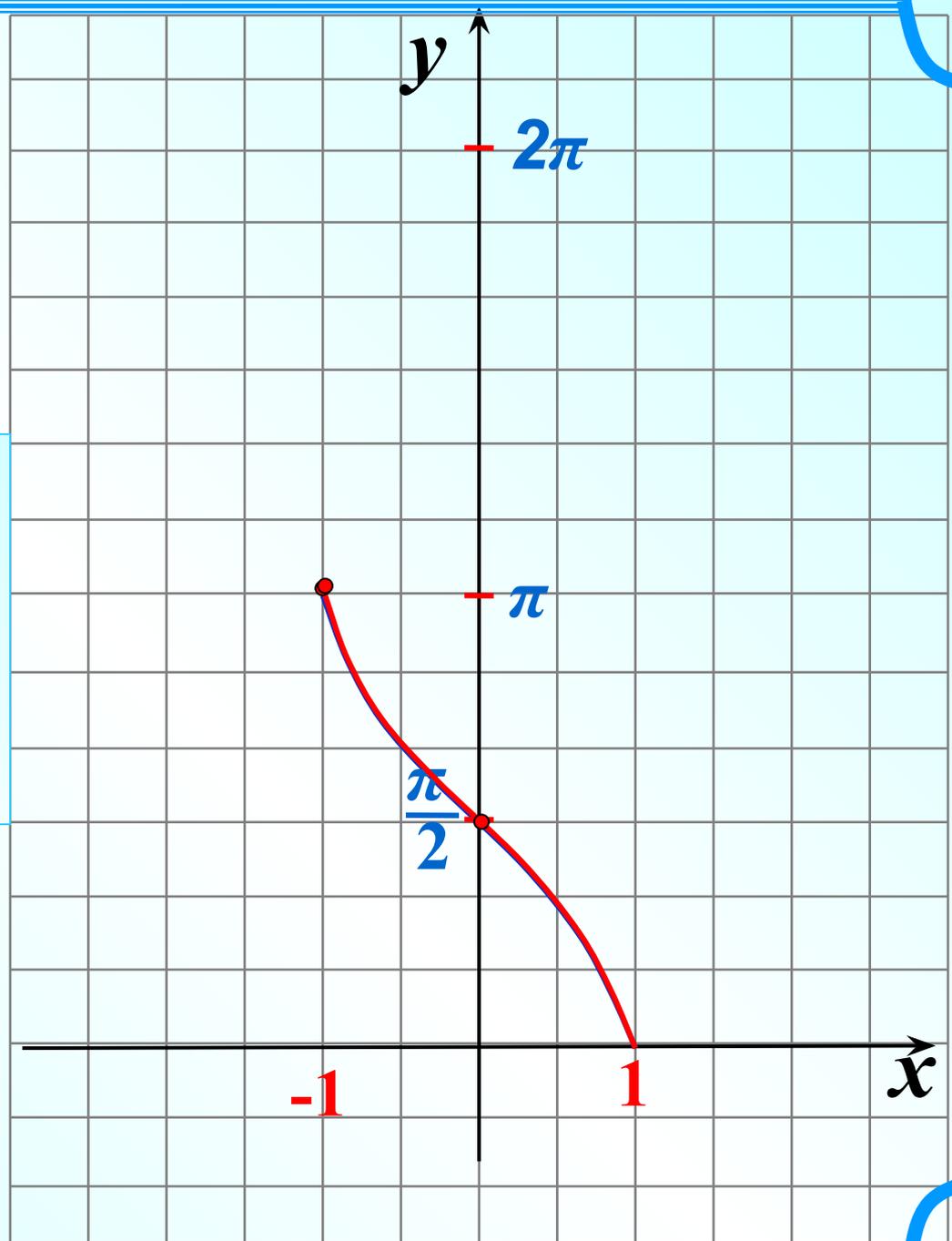
$$0 \leq \arccos x \leq \pi \quad / \cdot 2$$

$$0 \leq 2\arccos x \leq 2\pi$$

$$0 \leq y \leq 2\pi$$



$$E(y) : y \in [0; 2\pi]$$



$$y = -\frac{1}{2} \quad x$$

$$D(y) : x \in [-1; 1]$$

Найдем $E(y)$ методом оценки

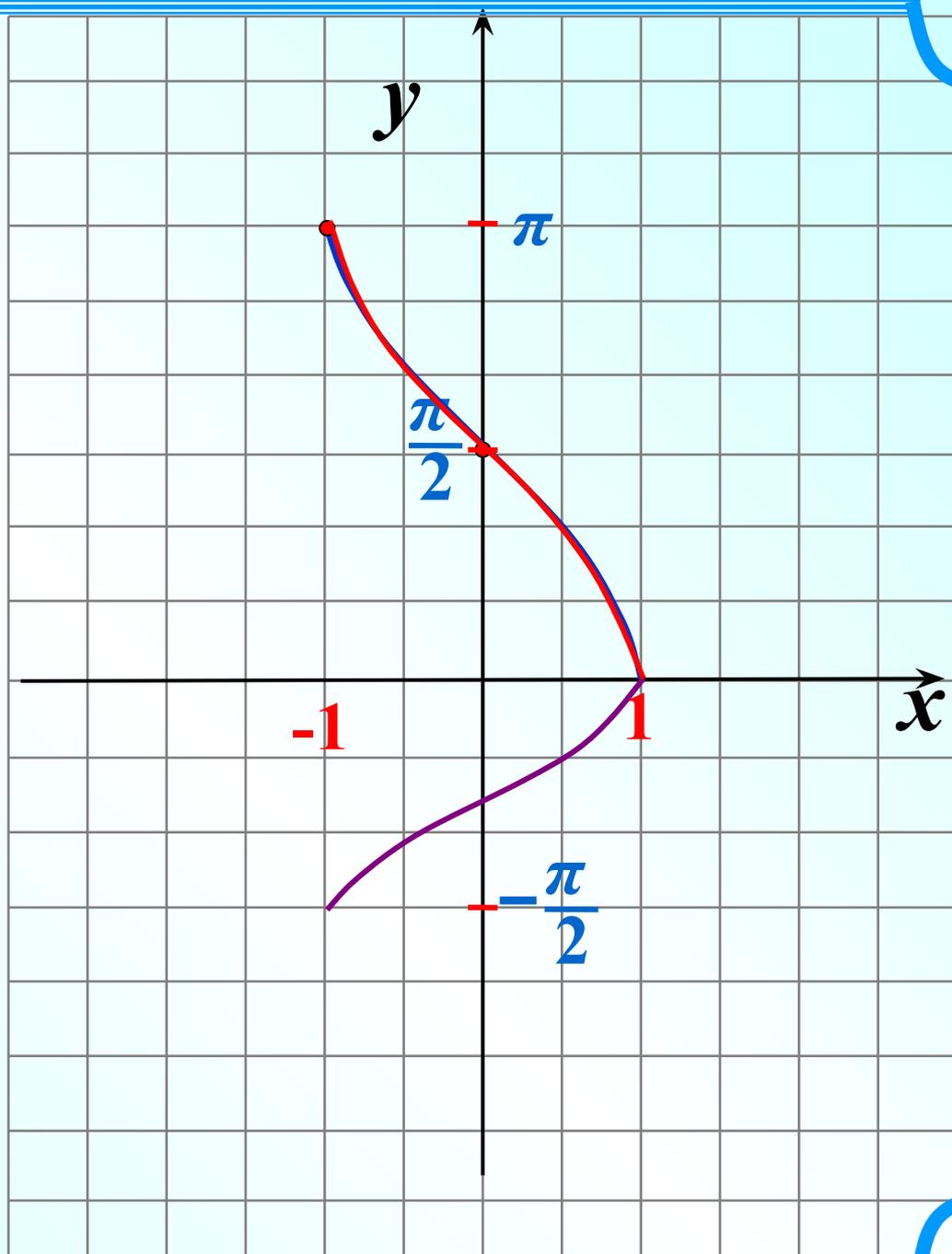
$$0 \leq \arccos x \leq \pi \quad / \cdot (-0,5)$$

$$0 \geq -0,5 \arccos x \geq -\frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq -0,5 \arccos x \leq 0$$



$$E(y) : y \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0 \right]$$



$$y = \arccos \frac{1}{2}x$$

s

Найдем $D(y)$ методом оценки

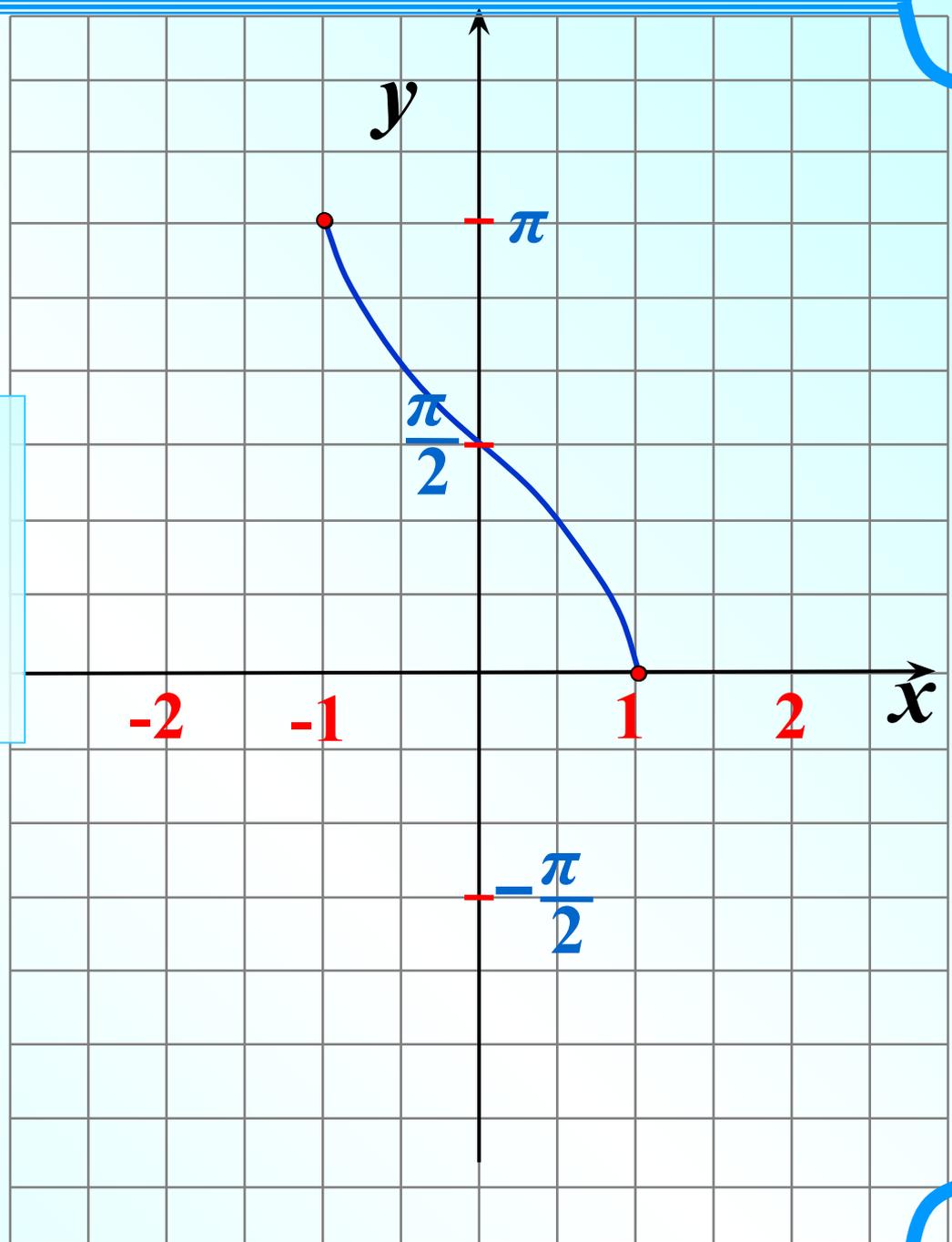
$$-1 \leq \frac{1}{2}x \leq 1 \quad / \cdot 2$$

$$-2 \leq x \leq 2$$



$$D(y) : x \in [-2; 2]$$

$$E(y) : y \in [0; \pi]$$



$$y = \arccos 2x$$

Найдем $D(y)$ методом оценки

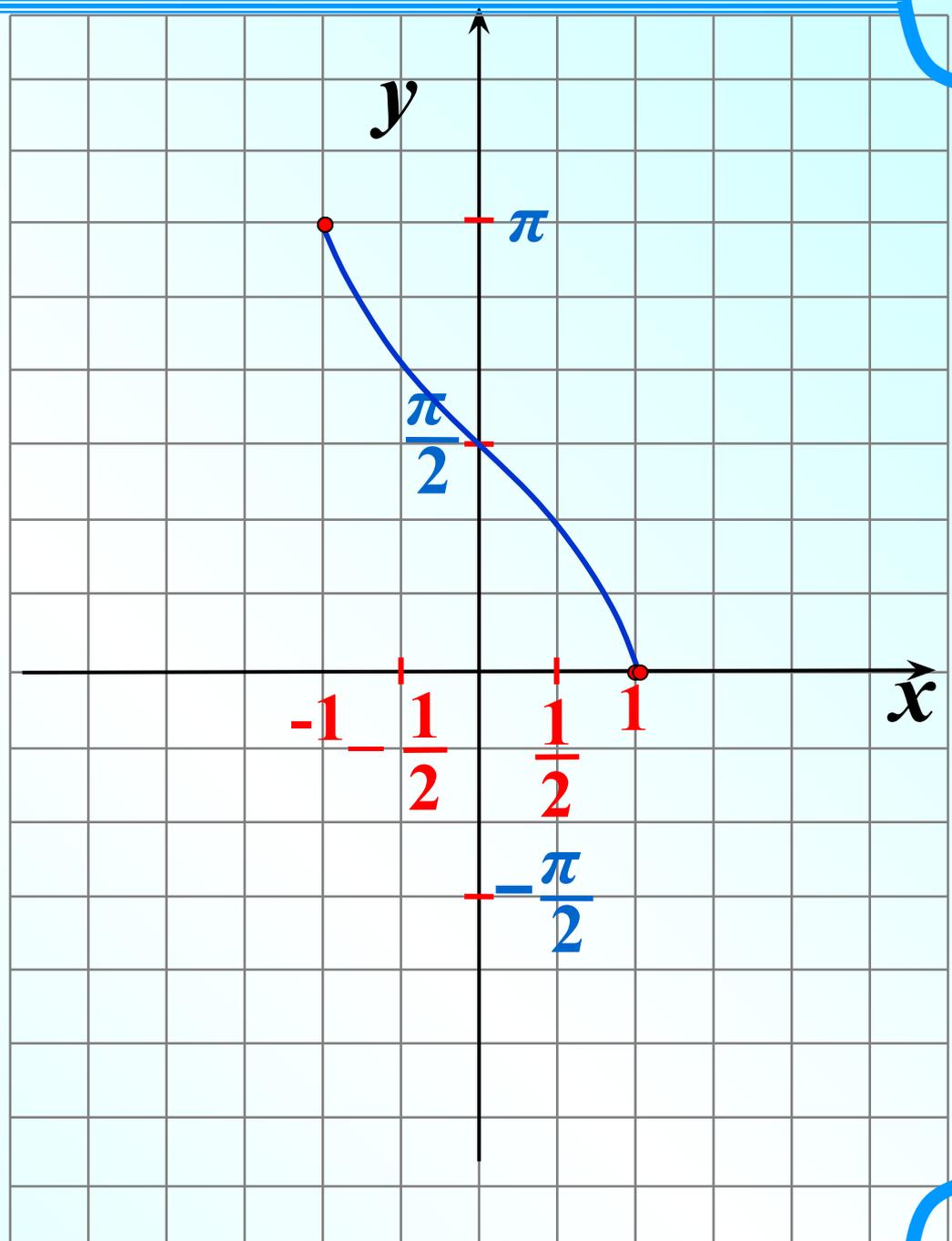
$$-1 \leq 2x \leq 1 \quad / : 2$$

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$$



$$D(y) : x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right]$$

$$E(y) : y \in [0; \pi]$$



$$y = 1,5 \arccos x + \frac{2\pi}{3}$$

$$D(y) : x \in [-1; 1]$$

Найдем $E(y)$ методом оценки

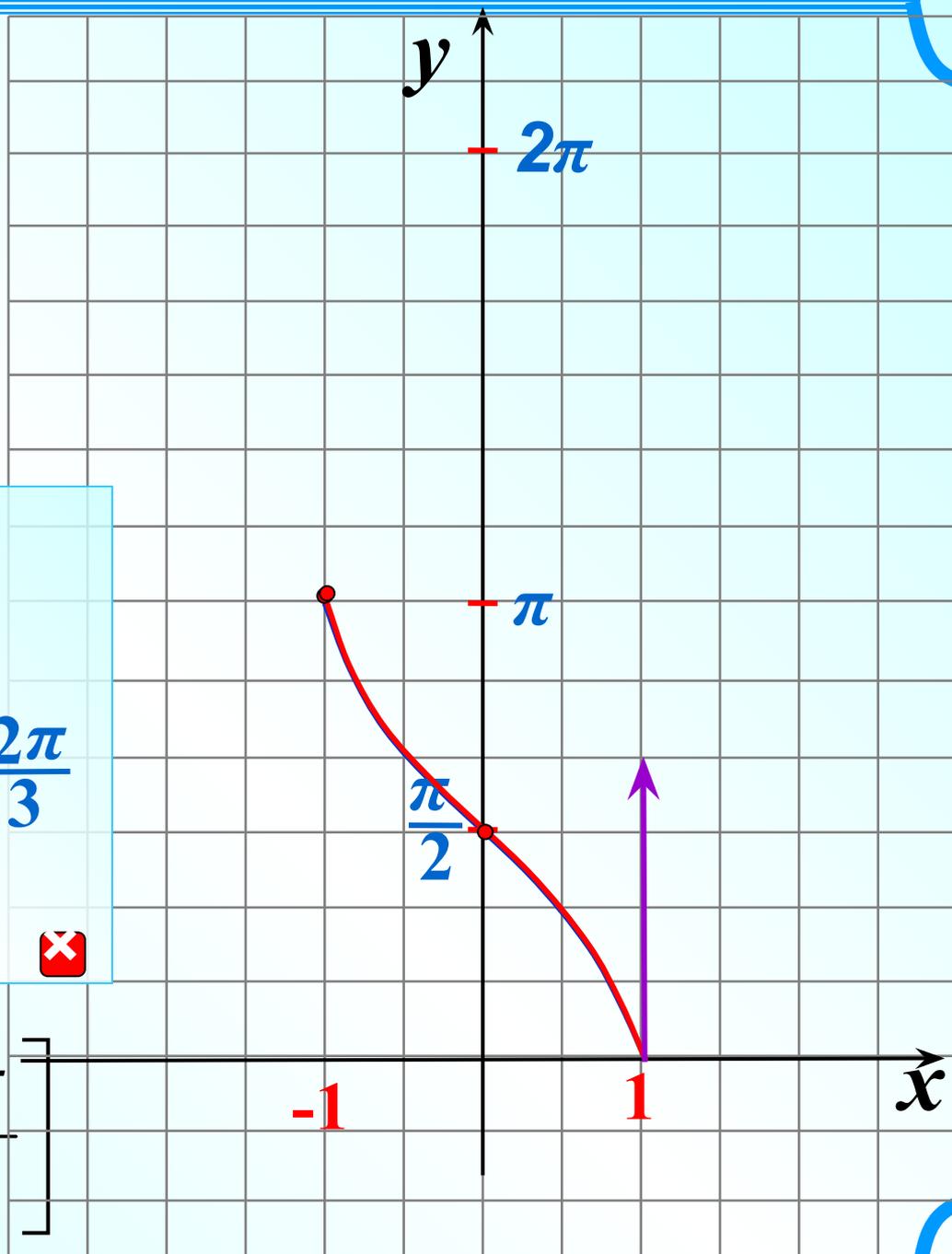
$$0 \leq \arccos x \leq \pi \quad / * 1,5$$

$$0 \leq 1,5 \arccos x \leq 1,5\pi \quad / + \frac{2\pi}{3}$$

$$-\frac{2\pi}{3} \leq 1,5 \arccos x \leq \frac{13\pi}{6}$$

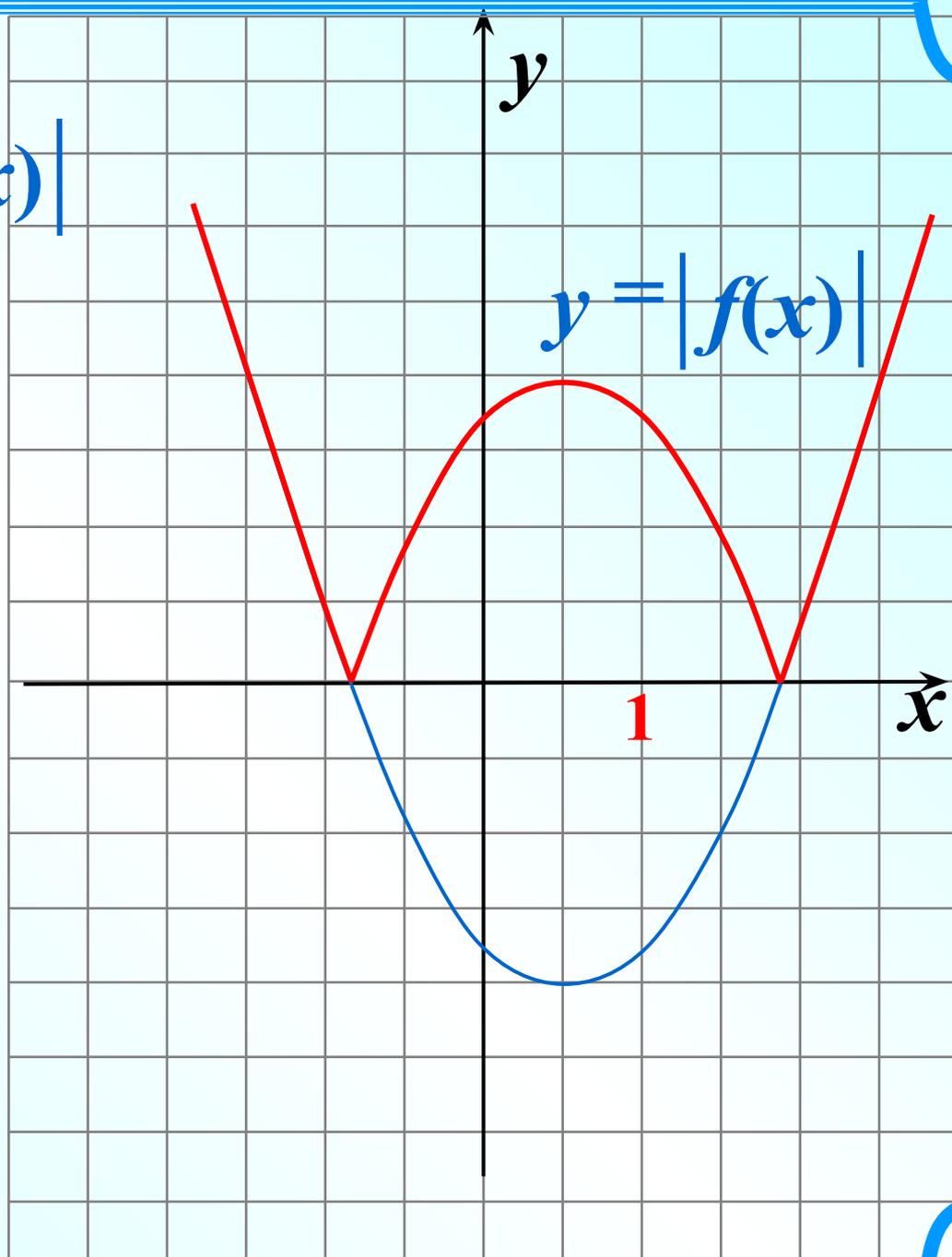


$$E(y) : y \in \left[-\frac{2\pi}{3}; \frac{13\pi}{6} \right]$$



Повторим

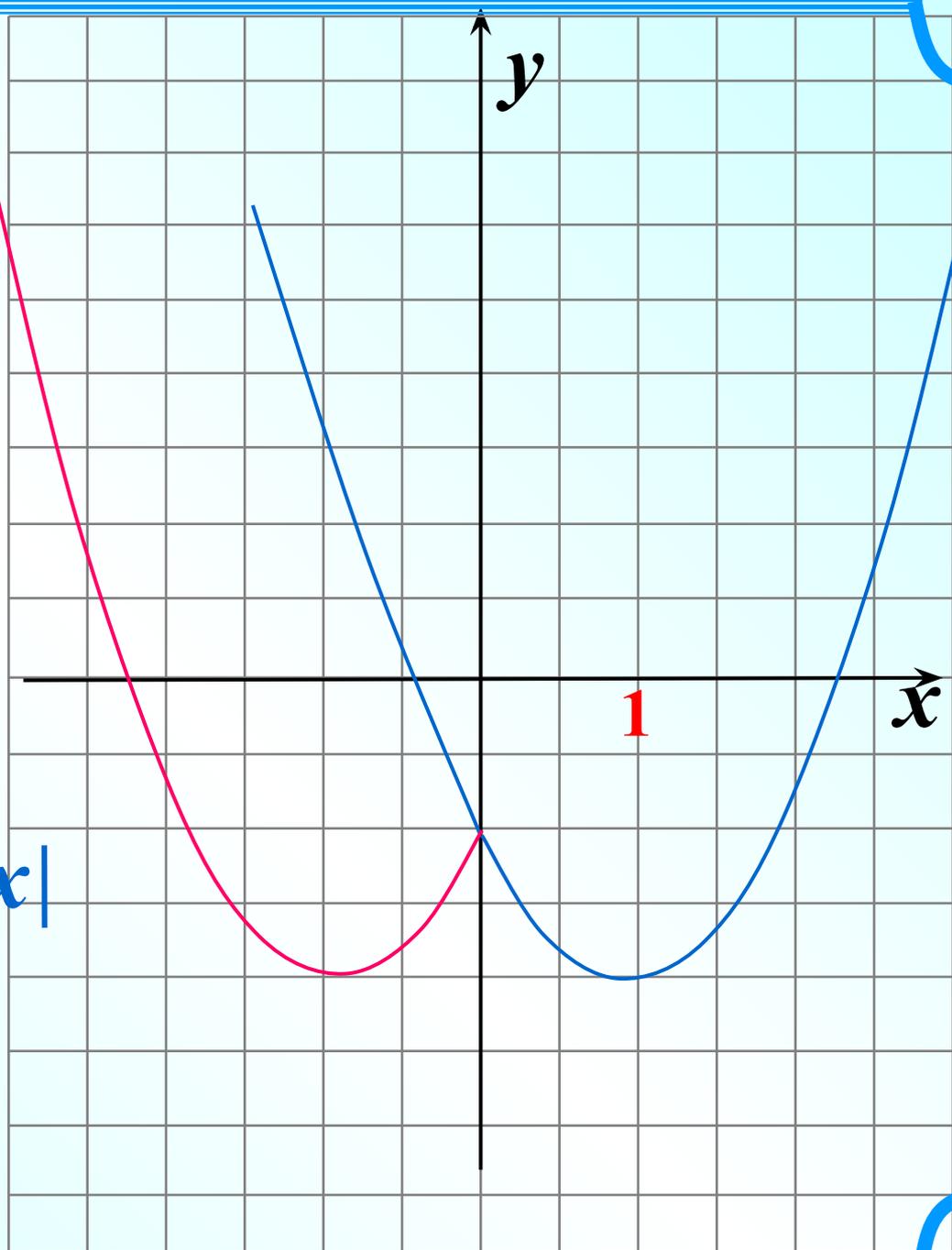
$$y = f(x) \rightarrow y = |f(x)|$$



Повторим

$$y = f(x) \longrightarrow y = f|x|$$

Функция четная
(график симметричен
относительно оси Oy)



$$y = |\arccos x|$$

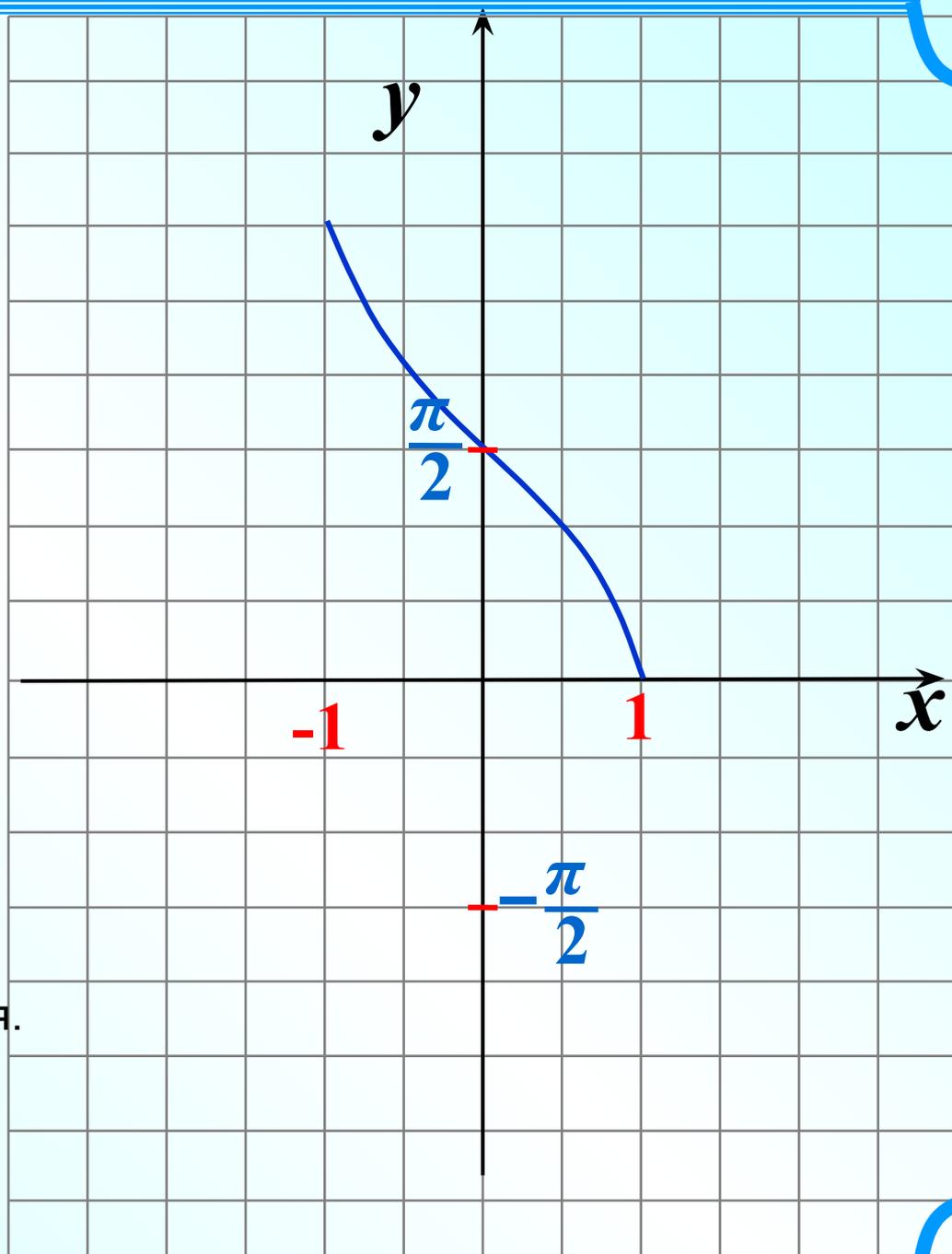


График $y = \arccos x$ не изменится.
Почему?

$$y = \left| \arccos |x| - \frac{\pi}{6} \right|$$

$$D(y) : x \in [-1; 1]$$

Найдем E(y) методом оценки

$$0 \leq \arccos x \leq \pi$$

$$0 \leq \arccos |x| \leq \frac{\pi}{2} \quad / \quad -\frac{\pi}{6}$$

$$-\frac{\pi}{6} \leq \arccos |x| - \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{3}$$

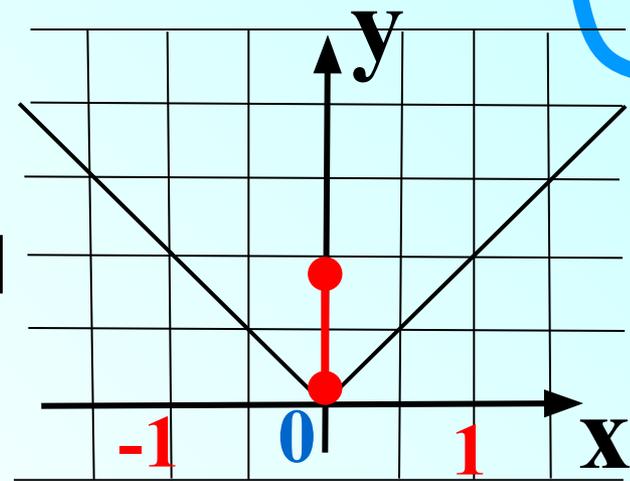
0

$$E(y) : y \in \left[0; \frac{\pi}{3} \right]$$

$$g(x) = |x|$$

При $x \in [-1; 1]$

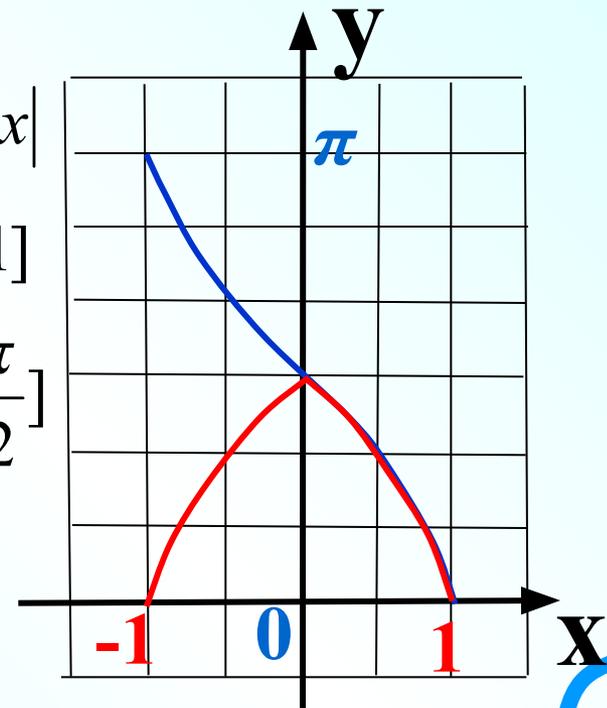
$$|x| \in [0; 1]$$



$$y(x) = \arccos |x|$$

При $|x| \in [0; 1]$

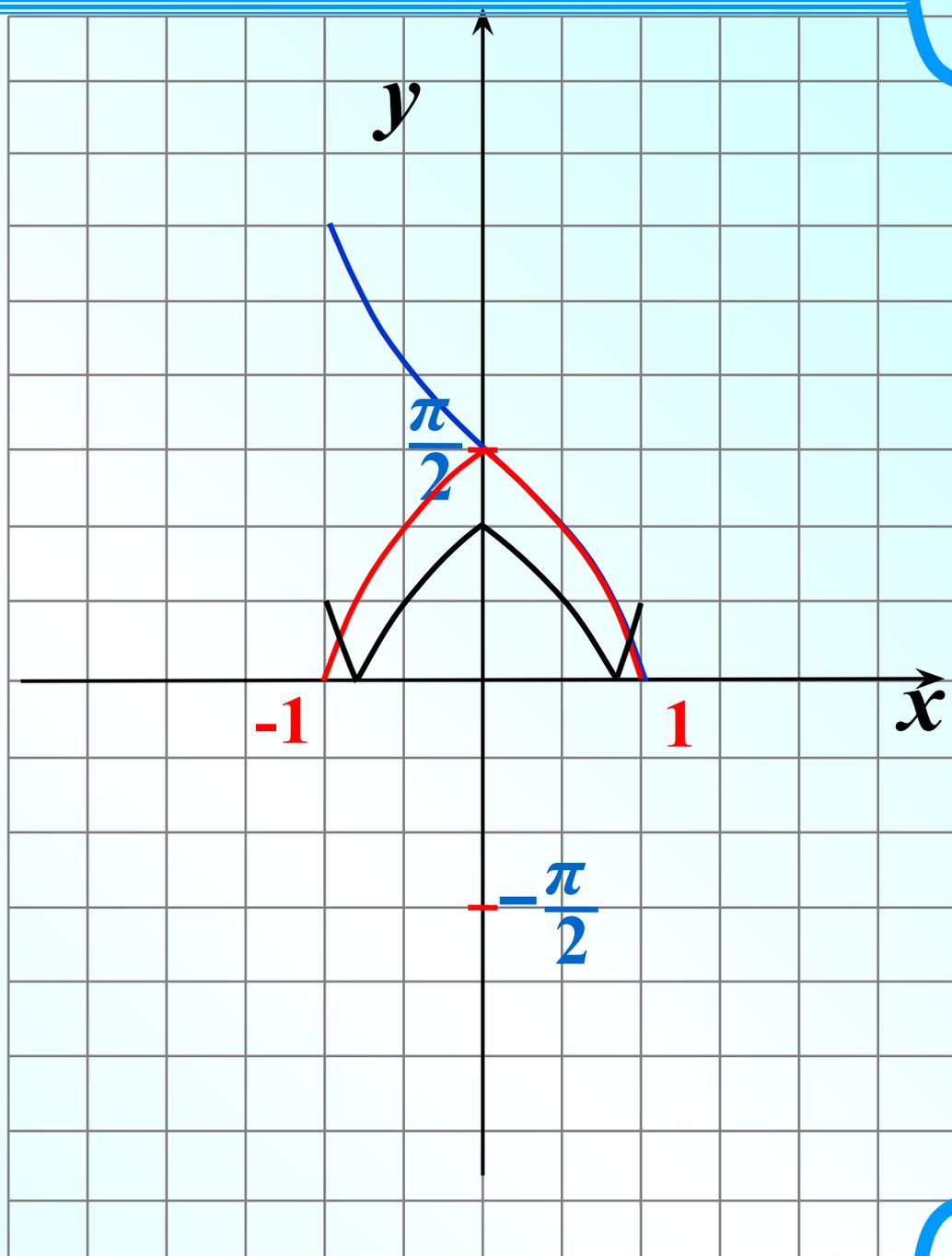
$$\arccos |x| \in \left[0; \frac{\pi}{2} \right]$$



$$y = \left| \arccos |x| - \frac{\pi}{6} \right|$$

$$D(y) : x \in [-1; 1]$$

$$E(y) : y \in \left[0; \frac{\pi}{3} \right]$$



Функция четная
(график симметричен
относительно оси Oy)

Найдем область определения и множество значений, затем построим график.

$$y = -1,5 \arccos(x-2)$$

$$-1 \leq x - 2 \leq 1 \quad / +2$$

$$1 \leq x \leq 3$$

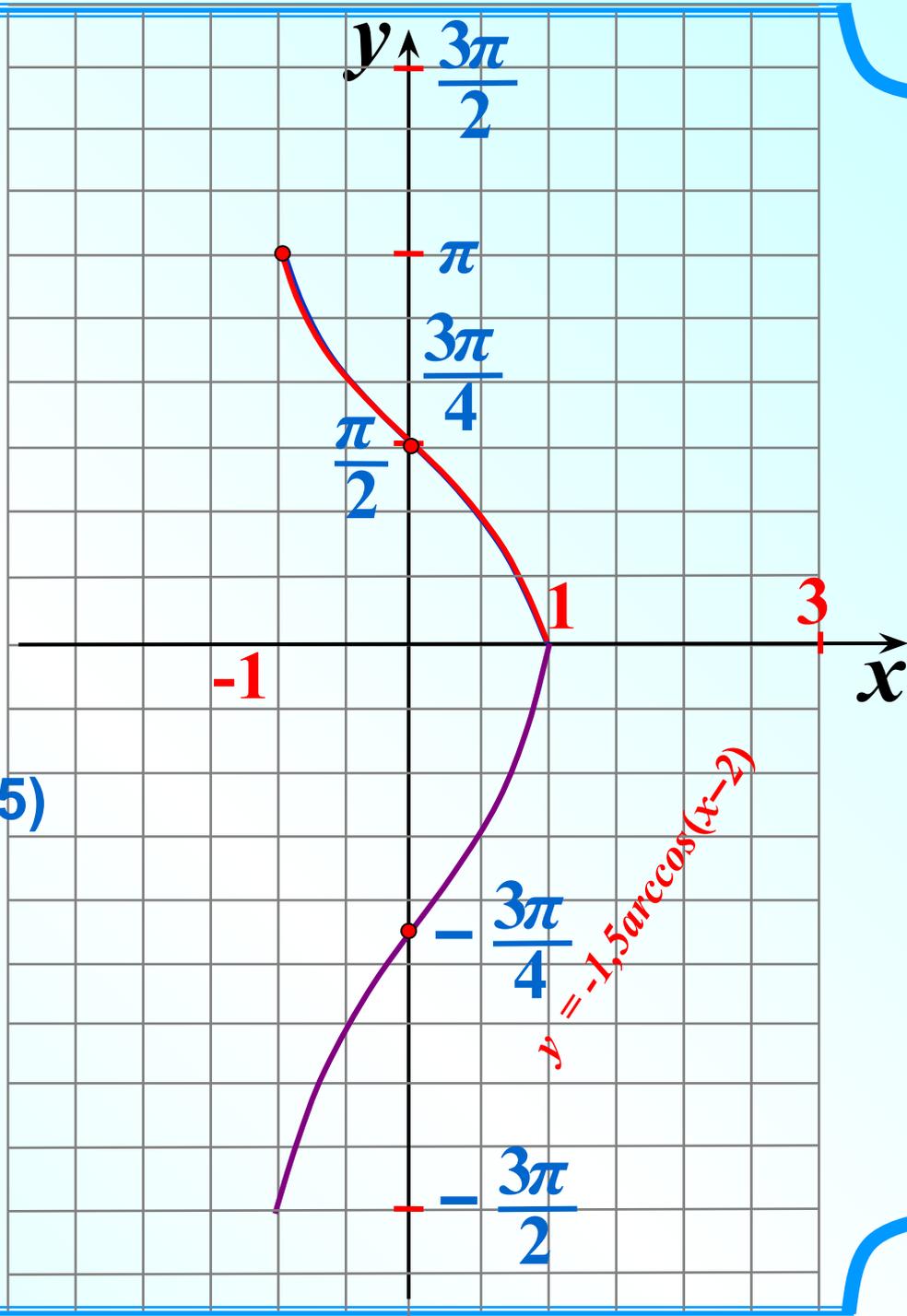
$$D(y) : x \in [1; 3]$$

$$0 \leq \arccos(x-2) \leq \pi \quad / \cdot (-1,5)$$

$$-1,5\pi \leq -2 \arccos(x-2) \leq 0$$

$$-1,5\pi \leq y \leq 0$$

$$E(y) : y \in [-1,5\pi; 0]$$



$$y = \arccos\left(|x| - \frac{3}{4}\right)$$

$D(y)$

$$-1 \leq |x| - \frac{3}{4} \leq 1 \quad / + \frac{3}{4}$$

$$-\frac{1}{4} \leq |x| \leq 1\frac{3}{4}$$

$$|x| \leq 1\frac{3}{4}$$

$$-1\frac{3}{4} \leq x \leq 1\frac{3}{4}$$

$$D(y) : x \in \left[-1\frac{3}{4}; 1\frac{3}{4}\right]$$

$E(y)$

$$y = \arccos\left(|x| - \frac{3}{4}\right)$$

$$g(x) = |x| - \frac{3}{4}$$

$$|x| \geq 0 \quad / \quad -\frac{3}{4}$$

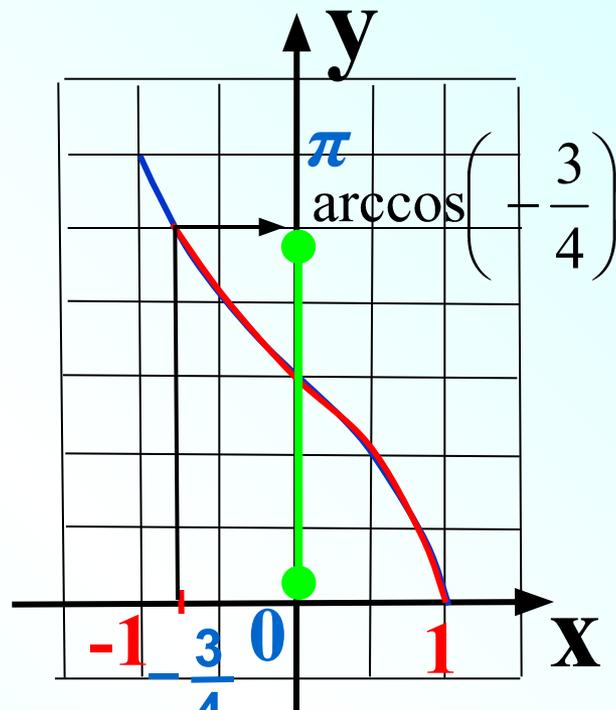
$$|x| - \frac{3}{4} \geq -\frac{3}{4}$$

$$-\frac{3}{4} \leq |x| - \frac{3}{4} \leq 1$$

$$-1 \leq |x| - \frac{3}{4} \leq 1$$

$$y(x) = \arccos(g(x))$$

$$\text{При } g(x) \in \left[-\frac{3}{4}; 1\right]$$



$$E(y) : y \in \left[0; \arccos\left(-\frac{3}{4}\right)\right]$$

$$y = \arccos\left(|x| - \frac{3}{4}\right)$$

$$D(y) : x \in \left[-1\frac{3}{4}; 1\frac{3}{4}\right]$$

$$E(y) : y \in \left[0; \arccos\left(-\frac{3}{4}\right)\right]$$

Функция четная
(график симметричен
относительно оси Oy)

