

# \* Гидродинамика

**ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ  
ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ**

# ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ

По методике расчёта трубопроводные системы делятся на две группы простые и сложные.

**Простые** системы состоят, как правило, из одной трубы, возможно соединение нескольких труб сравнительно небольшой длины (примерно до 100 м), в которых учитываются все виды гидравлических сопротивлений, но, главное, с **постоянным расходом**.

**Сложные** системы состоят из труб разной длины и разных диаметров, соединённых по определённой гидравлической схеме, причём **расход жидкости** на каждом участке **различный** в соответствии с расходами потребителей. Эти системы, как правило, большой длины. Главными гидравлическими сопротивлениями являются потери по длине. Потери напора в местных сопротивлениях принимаются равными (5÷10) % от потерь напора по длине, т. е.  $\sum h_r = (0,05 \div 0,1) h_r$

# Расчёт простых трубопроводных систем

При расчёте простых трубопроводов в зависимости от поставленной задачи, известных и определяемых параметров выделяют *три типа расчётов*.

1 Определение *напора ( $H$ ) или давления ( $p$ )* при известных: расходе жидкости ( $Q$ ), геометрических размерах трубопровода (длине  $l$ , диаметре  $d$ ), местных сопротивлениях на трубопроводе.

2 Определение *расхода ( $Q$ )*, или пропускной способности трубопровода, при известных: действующем напоре ( $H$ ) или давлении ( $p$ ) в системе; геометрических размерах и установленных местных сопротивлениях.

3 Определение *геометрических размеров* трубопроводов ( $l$ ;  $d$ ), *характеристик местных сопротивлений* при известном расходе ( $Q$ ), действующем напоре ( $H$ ) или давлении ( $p$ ). Наиболее трудоёмкой считается задача по определению диаметра ( $d$ ) трубопровода, так как такой расчёт проводится методом подбора и пересчёта нескольких вариантов.

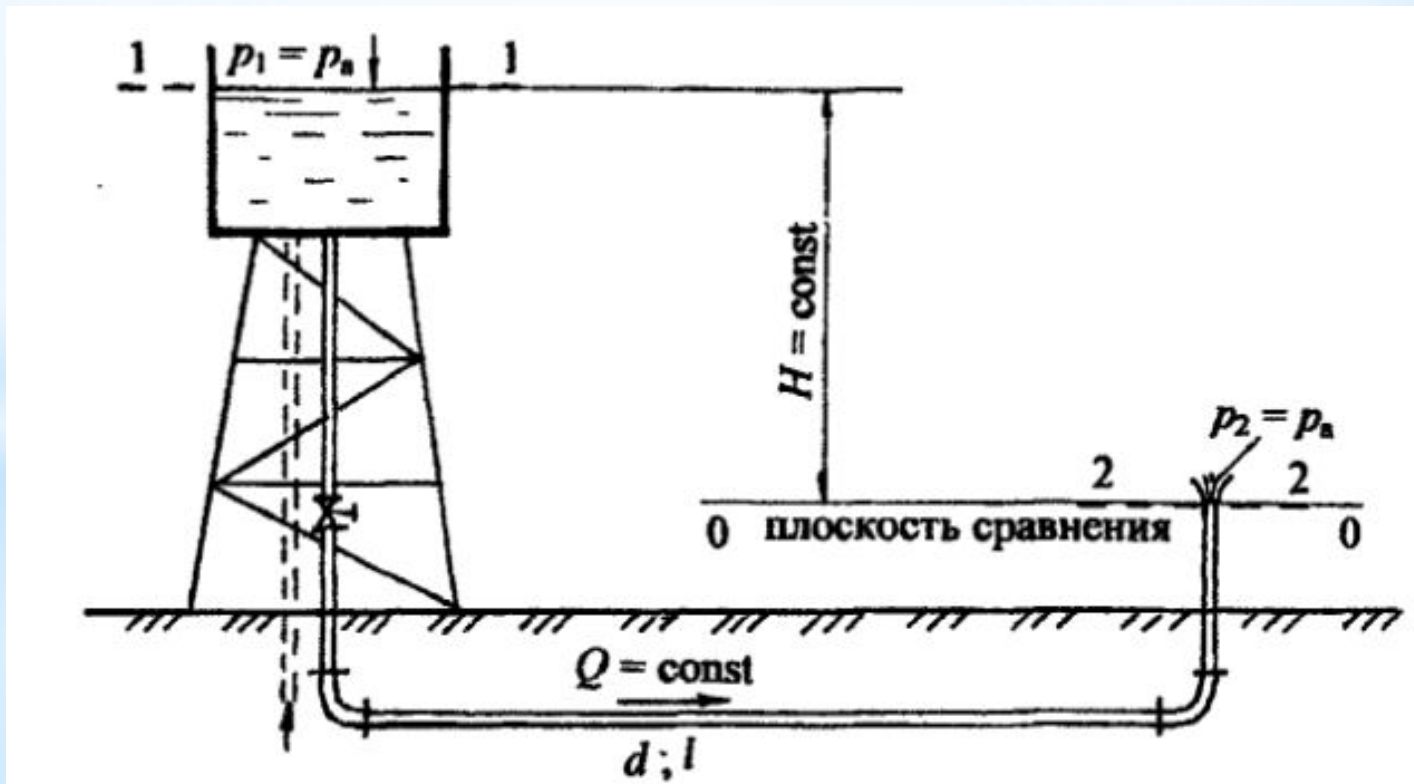
Рассмотрим расчёт простого трубопровода. Здесь возможны *два случая: истечение жидкости в атмосферу и истечение подуровень.*

Расчёты простых трубопроводных систем основаны на использовании основного уравнения гидродинамики - уравнения Бернулли.

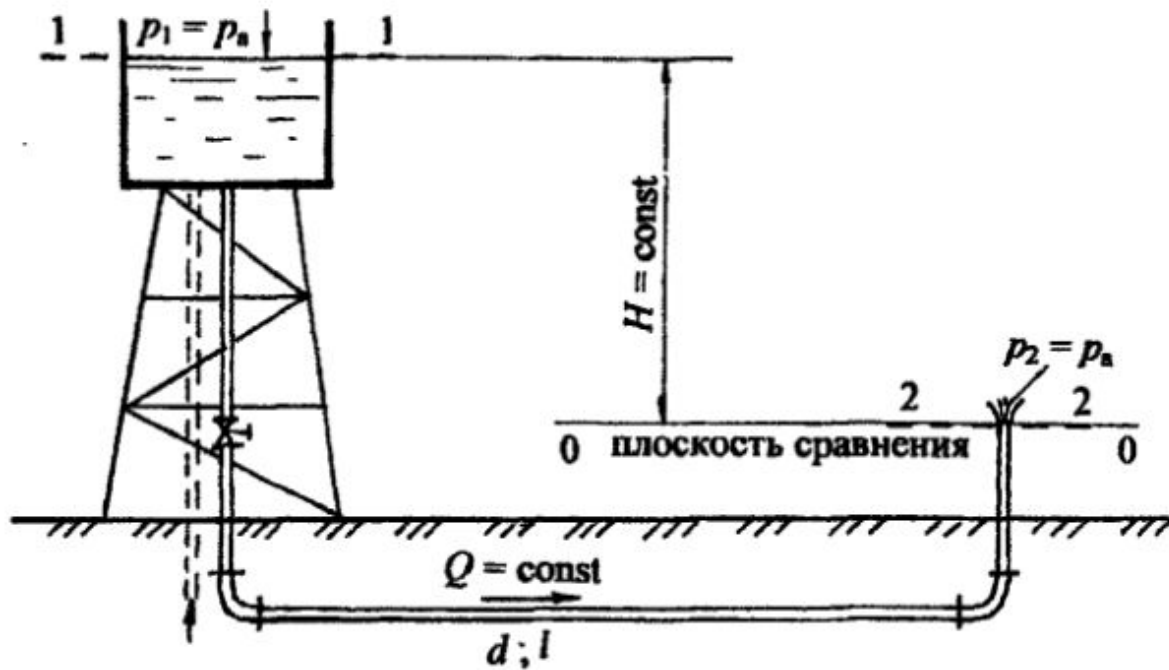
# Расчёт простой трубопроводной системы с истечением жидкости в атмосферу

На рисунке представлена схема простого водопровода с водонапорной башней, создающей постоянный напор  $H$ . Известны длина трубопровода  $l$ , диаметр  $d$ , местные сопротивления в виде входа в трубу, вентиля и двух колен (отводов).

Давление на поверхности воды в баке атмосферное ( $p_a$ ), выход воды в конце трубы также в атмосферу ( $p_a$ )







В представленной схеме действующий напор  $H$  считается постоянным, уровень жидкости в напорном баке поддерживается на постоянном горизонте за счёт подачи воды (или другой жидкости) в бак, например, из скважины или от насосной установки, так, чтобы автоматически регулировался приток в бак, равным расходу жидкости в системе. Постоянная подача жидкости показана по трубопроводу, обозначенному пунктирной линией.

**В дальнейших схемах трубопроводных систем** приток жидкости в систему не обозначается, но всегда подразумевается **установившееся движение**, т. е. скорость движения жидкости в трубе не изменяется во времени.

Расчёт простой системы проведём путём применения уравнения Бернулли.

Согласно методике составления уравнения, выполним следующие пункты.

1 Выбираем два сечения: **одно** сечение проводим **по свободной поверхности в напорном баке** (башне), где скорость допустимо считать равной нулю (уровень жидкости постоянный, движения нет), **другое - на выходе жидкости из трубы**, где существует определённая скорость движения.

2 Сечения 1-1 и 2-2 **нумеруем по направлению движения жидкости**.

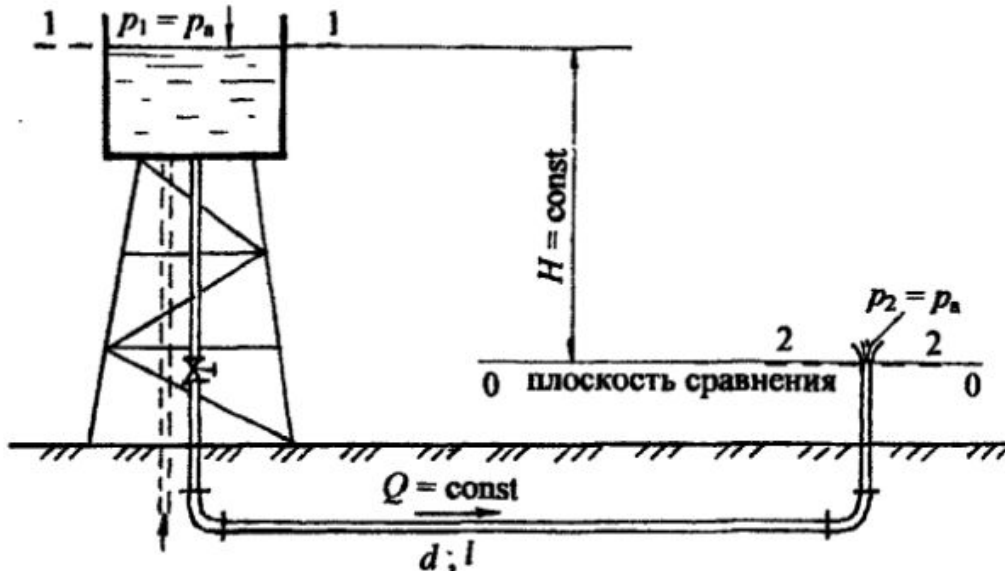
3 В выбранных сечениях учитываем **абсолютное давление**, т. е. давление, рассчитанное с учётом атмосферного:  $p_1 = p_a$ ,  $p_2 = p_a$ .

4 Плоскость сравнения 0-0 совместим с сечением 2-2, тогда  $z_1 = H$ ;  $z_2 = 0$ . Если бы плоскость сравнения совместили с сечением 1-1, тогда  $z_1 = 0$ ;  $z_2 = -H$ . Помним, что отсчёты от плоскости сравнения вверх считаются положительными, вниз - отрицательными.

Записываем уравнение Бернулли в общем виде и расписываем значение всех параметров:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 u_2^2}{2g} + h'_{w1}$$

$$\begin{aligned} z_1 &= H; & z_2 &= 0 \\ p_1 &= p_a & p_2 &= p_a \\ v_1 &= 0 & \alpha_2 &= 1,0; & v_2 &= v; \end{aligned}$$



для коэффициента  $\alpha_2$  предполагаем турбулентный режим в круглой трубе.



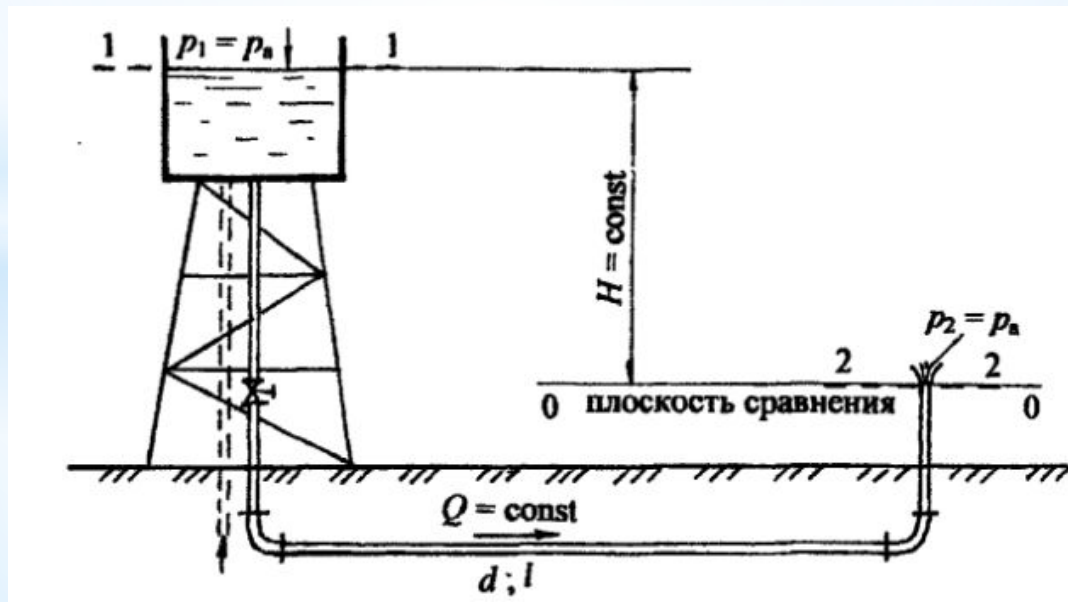
Получим: 
$$H + \frac{p_a}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} + h_w$$

В этом уравнении у потерь напора в гидравлических сопротивлениях ( $h_w$ ) индекс 1-2 опускаем, поскольку вся расчётная схема системы входит между выбранными сечениями.

После сокращений получим:

$$H = \frac{u^2}{2g} + h_w$$

**Вывод:** при истечении жидкости в атмосферу действующий напор затрачивается на создание скоростного напора и преодоление гидравлических сопротивлений.



Представим в уравнении  $H = \frac{u^2}{2g} + h_w$  гидравлические сопротивления согласно формуле  $h_w = \sum h_r + h_l$

С учётом формул  $\sum h_r = \sum \zeta \frac{v^2}{2g}$  и  $h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$ :

Получим  $H = \frac{u^2}{2g} + \sum \zeta \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$

Или  $H = \frac{u^2}{2g} \left( 1 + \sum \zeta + \lambda \frac{l}{d} \right)$

Таким образом, по данной формуле рассчитывается *действующий напор простой системы при истечении жидкости в атмосферу*.

Из нее можно получить расчётную формулу для расхода.

Скорость движения жидкости в трубе

$$v = \sqrt{\frac{1}{1 + \sum \zeta + \lambda \frac{l}{d}}} \sqrt{2gH}$$

Расход  $Q = v\omega$ , где  $\omega$  - площадь живого сечения:  $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$

$$Q = \omega \sqrt{\frac{1}{1 + \Sigma\zeta + \lambda \frac{1}{d}}} \sqrt{2gH}$$

В данной формуле величина  $\sqrt{\frac{1}{1 + \Sigma\zeta + \lambda \frac{1}{d}}}$  постоянная для

заданной системы, влияет на величину расхода и называется “*коэффициентом расхода*”, обозначается  $\mu_{\text{сист}}$

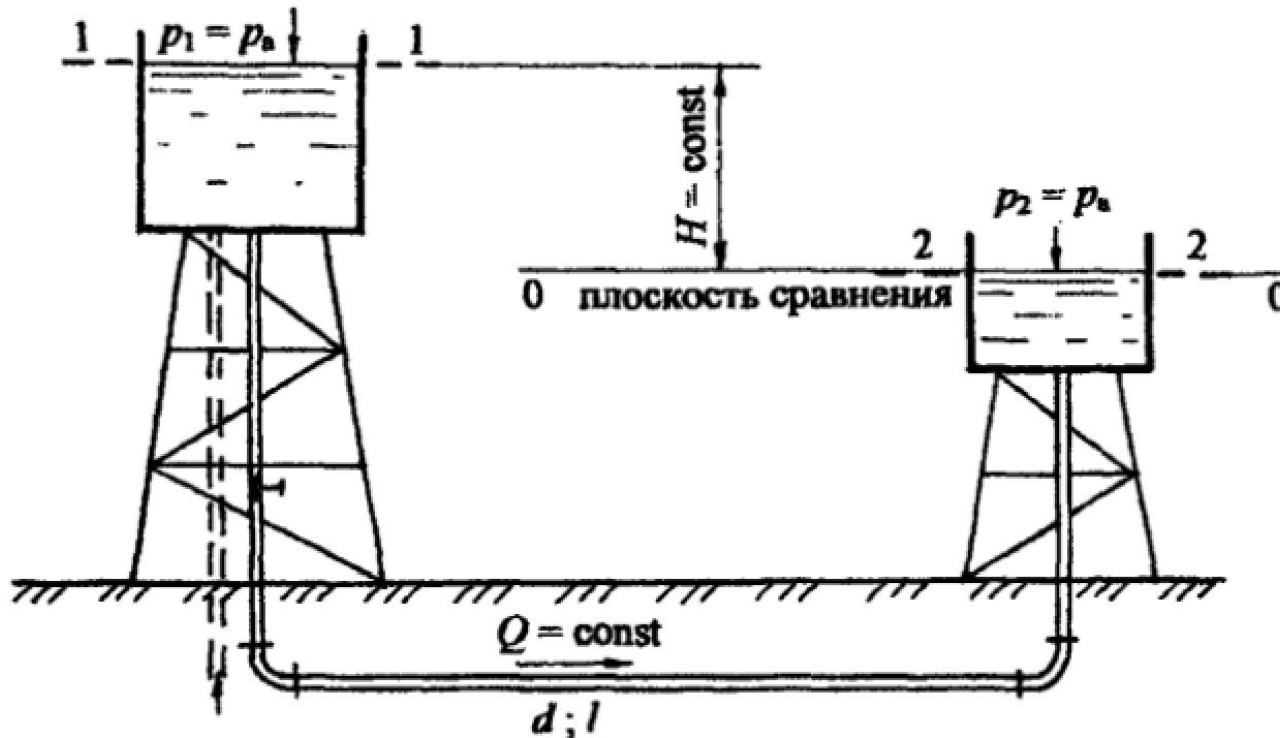
$$Q = \mu_{\text{сист}} \omega \sqrt{2gH}$$

Это формула является обобщённой формулой *для расхода жидкости в простых системах*, а значение коэффициента  $\mu$  рассчитывается для каждой системы.

# Расчёт простой трубопроводной системы при истечении жидкости под уровень

*Истечением подуровень* считается случай, когда жидкость поступает в резервуар, заполненный жидкостью, т. е. под уровень жидкости. Схема трубопровода с истечением под уровень представлена на рисунке, но выход жидкости направлен в другой открытый резервуар.

Для расчёта простой системы с истечением под уровень воспользуемся также уравнением Бернулли:



1 Выберем *два сечения* по свободным поверхностям жидкости в резервуарах, где скорости жидкости равны нулю.



2 Сечения 1-1 и 2-2 пронумеруем по направлению движения жидкости.

3 Учтём абсолютные давления в выбранных сечениях:  $p_1 = p_a$ ;  $p_2 = p_a$

4 Плоскость сравнения 0-0 совместим с сечением 2-2, тогда  $z_1 = H$ ;

$z_2 = 0$ .

5 Запишем уравнение Бернулли в общем виде и покажем подстановку параметров:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha u_2^2}{2g} + h'_{w1}.$$

$$z_1 = H;$$

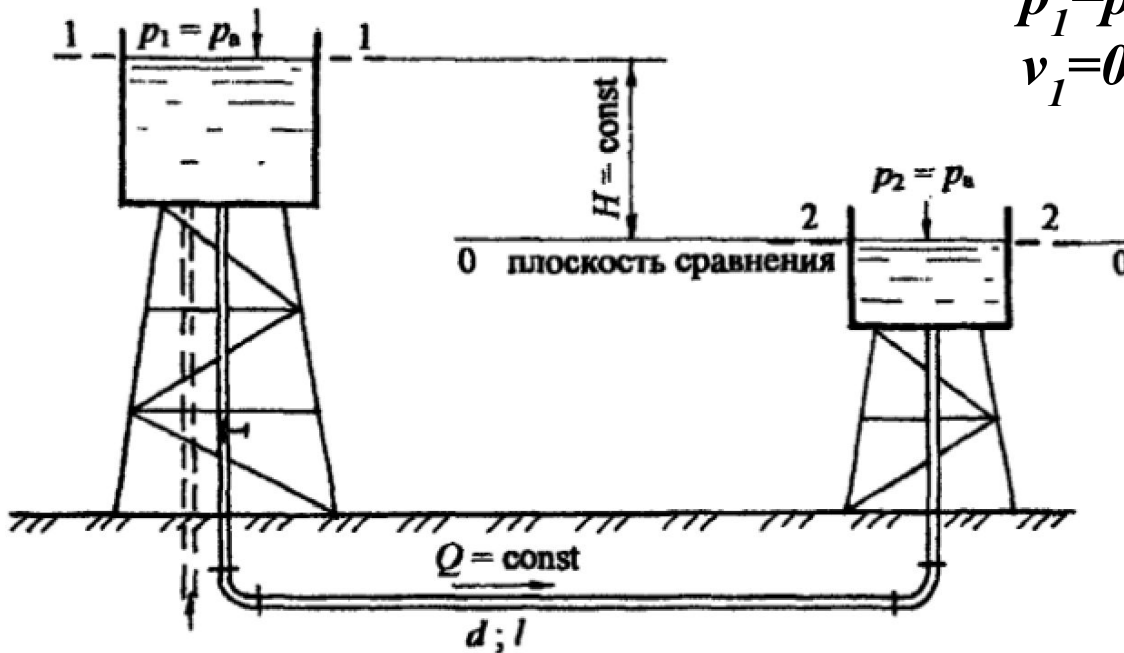
$$z_2 = 0$$

$$p_1 = p_a$$

$$p_2 = p_a$$

$$v_1 = 0$$

$$v_2 = 0;$$



После подстановки параметров и сокращений получим:

$$H = h_w$$



**Вывод:** в простой трубопроводной системе при истечении жидкости под уровень действующий напор затрачивается на преодоление гидравлических сопротивлений.

С учётом формул  $h_w = \sum h_r + h_l$ ;  $\sum h_r = \sum \zeta \frac{v^2}{2g}$  и  $h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$ : формула принимает вид:

$$H = \frac{v^2}{2g} \left( \sum \zeta + \lambda \frac{l}{d} \right)$$

Гидравлический расчёт двух рассмотренных систем аналогичен, а формулы расчета действующего напора тождественны. Различие в формулах состоит в том, что при истечении в атмосферу единица в скобках учитывает единичную кинетическую энергию на выходе (или скоростной напор  $v^2/2g$ ).

При истечении под уровень единица в скобках входит в сумму коэффициентов местных сопротивлений, а именно  $\zeta_{\text{вых}} = 1,0$ .

По аналогии с предыдущим выводом получим формулу для расхода:

$$Q = \omega \sqrt{\frac{1}{\Sigma \zeta + \lambda \frac{1}{d}}} \sqrt{2gH}$$

Обозначим:  $\sqrt{\frac{1}{\Sigma \zeta + \lambda \frac{1}{d}}} = \mu_{\text{сист. под ур.}}$

$$\text{Тогда } Q = \mu_{\text{сист. под ур}} \omega \sqrt{2gH}$$

Данная формула подтверждает обобщённость применения формулы  $Q = \mu_{\text{сист.}} \omega \sqrt{2gH}$

В технике имеют место различные схемы трубопроводных систем в виде водопроводов, нефтепроводов, газопроводов и им подобные. Движение жидкости происходит не только за счёт напорного бака (башни), разности напоров в резервуарах, но и за счёт давления, создаваемого насосом.

# Методика расчёта простых трубопроводных систем

Расчёт простых систем *первого типа* по определению *напора (H)* или *давления (p)* включает следующие этапы.

1 Составляется уравнение Бернулли для характерных сечений.

2 Производится подстановка всех параметров *в буквенном выражении для определения неизвестного напора или давления.*

3 Определяется *скорость движения* жидкости в трубе при известном расходе.

4 Рассчитываются потери напора в *местных сопротивлениях* ( $\Sigma h_r$ ).

5 Определяются потери напора *по длине* ( $h_l$ ) по схеме.

6 Производится *численный расчёт* напора или давления.



Простые системы *второго типа* по определению *расхода* ( $Q$ ) рассчитываются в следующей последовательности:

1 Составляется уравнение Бернулли для выбранных сечений.

2 Производится подстановка входящих параметров и уравнение решается *в буквенном выражении относительно скорости движения жидкости*.

3 *В расчётную формулу скорости* входит коэффициент гидравлического сопротивления ( $\lambda$ ), формула для которого выбирается в соответствии со значением числа Рейнольдса ( $Re$ ). Но в формулу  $Re = \frac{vd}{\nu}$  для ( $Re$ ) также входит неизвестная скорость, поэтому при заданной шероховатости трубы ( $\Delta_s$ ) при движении воды предполагается турбулентный режим, зона квадратичного сопротивления, для которой  $\lambda$  не зависит от числа Рейнольдса  $Re$ . Коэффициент  $\lambda$  рассчитывается по формуле Шифринсона, а затем определяется скорость движения жидкости.

4 *Проверяется режим движения жидкости и зона сопротивления* (по схеме). Если подтверждается квадратичная зона сопротивления, рассчитывается расход жидкости ( $Q$ ).

Если режим движения и зона сопротивления не подтвердится, проводится повторный расчёт коэффициента  $\lambda$  в соответствии с числом *Re* по схеме.

После окончательного уточнения режима движения и области сопротивления определяется коэффициент  $\lambda$  *и рассчитывается расход Q*.

Как правило, при движении воды в шероховатых трубах имеет место турбулентный режим, зона квадратичного сопротивления.

Расчёт простых систем *третьего типа* по определению *длины* или значений *коэффициентов местных сопротивлений* различных устройств (кранов, задвижек, диафрагм и им подобных) не представляет трудности.

Составляется уравнение Бернулли для характерных сечений, затем оно преобразуется в буквенное выражение для расчёта предельной длины трубопровода или для определения коэффициента местного сопротивления какого-либо устройства. В буквенное выражение подставляется значение заданных или рассчитанных параметров.



Трудной представляется задача по *определению диаметра трубопровода ( $d$ )* при заданных расходе, напоре и длине ( $Q; H$  и  $l$ ).

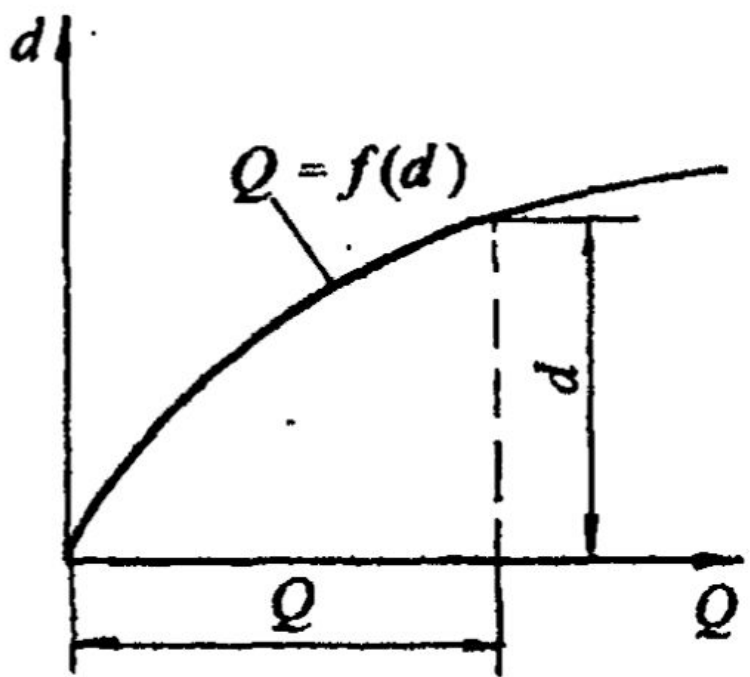
Наиболее просто такую задачу решить графически. Расчёт проводим путём нескольких приближённых решений.

Как и ранее, предполагаем квадратичную область сопротивления, рассчитывая коэффициент  $\lambda$  по формуле  $\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta_{\text{э}}}{d}\right)^{0,25}$  при заданной шероховатости -  $\Delta_{\text{э}}$ , задаём ряд значений диаметра ( $d_1; d_2; d_n$ ).

Пользуясь формулой для расхода в буквенном выражении, например формулой:

$$Q = \omega \sqrt{\frac{1}{\Sigma \zeta + \lambda \frac{1}{d}}} \sqrt{2gH}$$

просчитываем несколько вариантов значений расхода ( $Q_1 Q_2 \dots Q_n$ ) для принятых диаметров и строим графическую зависимость  $Q=f(d)$ .



Эта зависимость квадратичная и в общем виде представлена на рисунке. По графику для заданного значения расхода  $Q$  определяется диаметр трубопровода  $d$ .

Для ориентировочного определения наиболее выгодного диаметра трубопровода ( $d$ ) при заданном расходе ( $Q$ ) можно пользоваться также формулой В. Г. Лобачёва:

$$d = (0.8 - 1.2)Q^{0.42}$$

**На практике** для расчёта диаметра трубопровода пользуются **оптимальными** значениями скоростей: при движении в водопроводных системах скорость  $v = (0,8 - 1,2)$  м/с, реже до 1,5 м/с; для шахтных водоотливных трубопроводов  $v - (2,0 - 2,5)$  м/с.

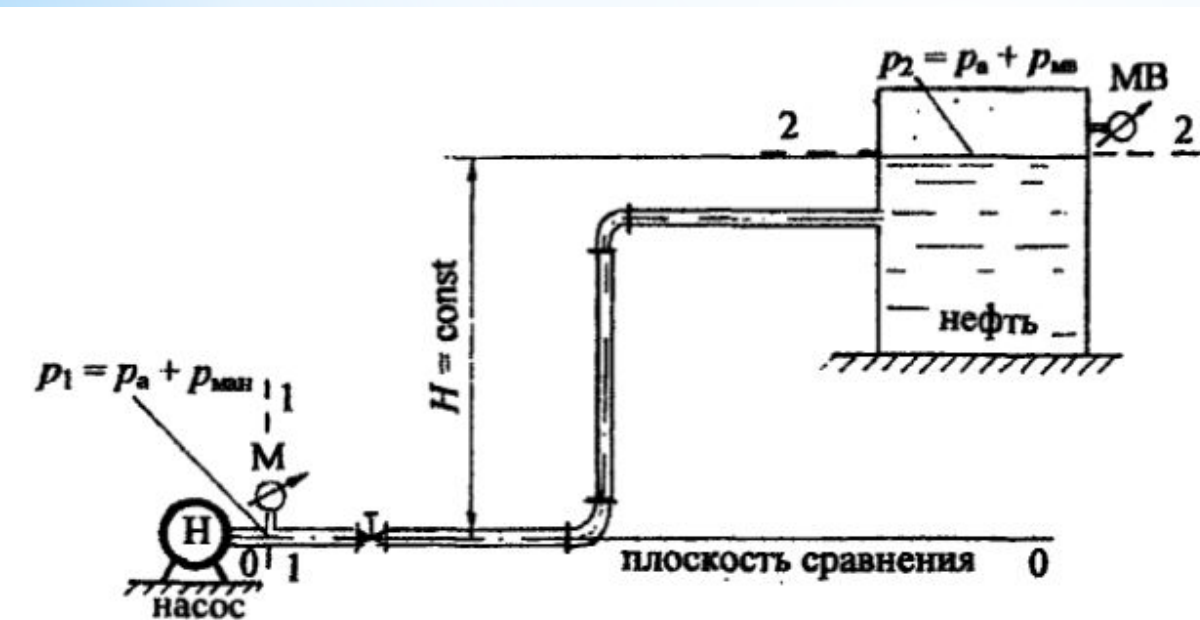
Следует отметить, что для технико-экономических расчётов по определению оптимальных значений диаметров трубопроводов следует пользоваться специальной литературой и таблицами.

**Пример 1.** С помощью насоса по трубе диаметром  $d = 50$  мм и длиной  $l = 70$  м нефть подаётся в закрытый резервуар на высоту  $H = 15$  м. Считать  $H = \text{const}$ .

Определить показание мановакуумметра ( $p_{\text{МВ}}$ ), установленного на поверхности нефти в закрытом резервуаре, если показание манометра после насоса  $p_{\text{ман}} = 1,3$  ат. Расход нефти  $Q = 1,2$  л/с, плотность нефти  $\rho_{\text{н}} = 900$  кг/м<sup>3</sup>, относительная вязкость по Энглеру  $^{\circ}E = 4,0$ . В системе установлен пробковый кран с углом закрытия  $\alpha = 40^{\circ}$  и два колена с коэффициентом сопротивления  $\zeta_{\text{кол}} = 0,8$ .

**Решение.** Представленная трубопроводная система относится к *первому типу* простых систем.

Следует вспомнить, что *мановакуумметр* - это прибор, который может измерять, как манометрическое (избыточное) давление, так и вакуум. При решении задачи давление на поверхности нефти будем обозначать  $p_{\text{ма}}$ .



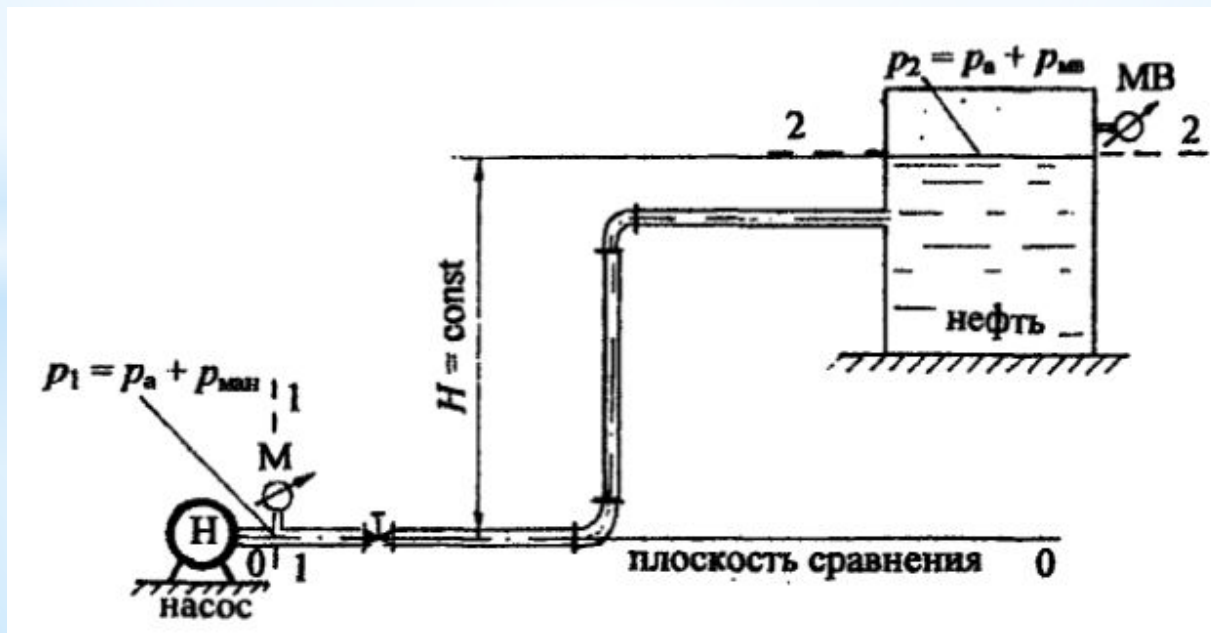
Если при решении задачи значение давления получится положительным, значит, мановакуумметр работает, как манометр; отрицательное значение давления означает, что мановакуумметр работает, как вакуумметр.

Для определения показания мановакуумметра воспользуемся уравнением Бернулли. Согласно методике составления уравнения:

1 Выбираем *два сечения*: *одно* - в месте установки манометра, это сечение проводим нормально к направлению движения жидкости, где скорость равна скорости движения нефти в трубе -  $v$ ; *другое* - по свободной поверхности в резервуаре, где давление определяется по мановакуумметру, а скорость равна нулю.

2 Сечения *1-1* и *2-2* нумеруем по направлению движения жидкости, чтобы в уравнении потери напора в гидравлических сопротивлениях учитывались со знаком "+".

3 В выбранных сечениях принимаем абсолютное давление, т. е. с учётом атмосферного:  $p_1 = p_a + p_{ман}$   $p_2 = p_a + p_{ма}$





4 Плоскость сравнения  $0-0$  проводим через ось первого сечения:  $z_1 = 0$ ;  $z_2 = H$ .

5 Записываем уравнение Бернулли в общем виде и производим подстановку всех

параметров: 
$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha u_2^2}{2g} + h'_{w1-2}.$$

$$z_1 = 0; \quad z_2 = H$$

$$p_1 = p_a + p_{ман} \quad p_2 = p_a + p_{ма} \quad v_{1сеч} = v \quad v_{2сеч} = 0 \quad \alpha_1 = 2,0$$

Движущаяся жидкость - нефть относится к вязким жидкостям, поэтому предполагаем ламинарный режим (коэффициент  $\alpha = 2,0$ ). В процессе решения задачи режим движения нефти будет проверен. Подставляем все параметры в

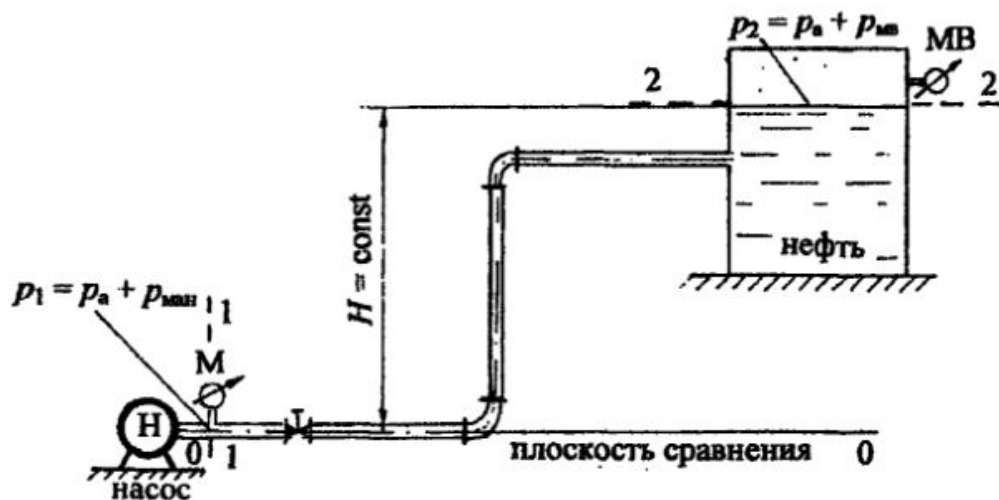
уравнение Бернулли: 
$$\frac{p_a}{\rho_H g} + \frac{p_{ман}}{\rho_H g} + \frac{2u^2}{2g} = H + \frac{p_a}{\rho_H g} + \frac{p_{МВ}}{\rho_H g} + h_w.$$

После сокращений и преобразования уравнения Бернулли получим:

$$\frac{p_{МВ}}{\rho_H g} = \frac{p_{ман}}{\rho_H g} + \frac{2u^2}{2g} - H - h_w.$$

Рассчитаем все слагаемые в уравнении :

$$\frac{p_{МВ}}{\rho_H g} = \frac{1,3 \cdot 98 \cdot 10^3}{900 \cdot 9,8} = 14,44 \text{ м.}$$





Скорость движения нефти в трубе ( $v$ ) рассчитываем через расход ( $Q$ ):

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

расход  $Q$  и диаметр  $d$  переводим:  $Q = 1,2$  л/с =  $1,2 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>/с;  $d = 0,05$  м;

$$v = \frac{4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,05^2} = 0,61 \text{ м/с}$$

скоростной напор  $\frac{v^2}{2g} = \frac{0,61^2}{2 \cdot 9,8} = 0,019$  м (достаточно малая величина).

Рассчитаем потери напора в гидравлических сопротивлениях по формуле

$$h_w = \sum h_r + h_l$$

потери напора в местных сопротивлениях по формуле

$$\sum h_r = \sum \zeta \frac{v^2}{2g}$$

где  $\sum \zeta$  - сумма коэффициентов местных сопротивлений. Учитываем потери напора в двух коленах и в пробковом кране:  $\sum \zeta = 2\zeta_{\text{кол}} + \zeta_{\text{кр.}} + \zeta_{\text{вых.}}$

по таблице находим:  $\zeta_{\text{кр.}} = 17,3$  при угле закрытия  $\alpha - 40^\circ$ ,  $\zeta_{\text{вых.}} = 1,0$ , тогда:

$$\sum \zeta = 2 \cdot 0,8 + 17,3 + 1,0 = 19,9$$

получим  $\sum h_r = 19,9 \cdot 0,019 = 0,38$  м.

Потери напора по длине определяем согласно формуле:

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Для выбора расчётной формулы коэффициента гидравлического сопротивления  $\lambda$  определим режим движения жидкости по критерию Рейнольдса:

$$Re = \frac{vd}{\nu}$$

В формулу входит коэффициент кинематической вязкости  $\nu$ . Для расчёта этого коэффициента воспользуемся значением относительной вязкости в градусах Энглера ( $^{\circ}E$ ). Определяется такая вязкость через калиброванное отверстие насадки по ГОСТ 6258-82 и выражается отношением времени истечения 200 мл данного нефтепродукта при температуре  $t$  ко времени истечения такого же объема дистиллированной воды при  $20^{\circ}C$ .

По формуле Уббелоде:

$$\nu = \left( 0,0731^{\circ}E - \frac{0,0631}{0E} \right) \cdot 10^{-4} = \left( 0,0731 \cdot 4,0 - \frac{0,0631}{4,0} \right) 10^{-4} = 0,277 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$$

Получим:

$$Re = \frac{0,61 \cdot 0,05}{0,277 \cdot 10^{-4}} = 1101 < Re_{кр} = 2300$$

Так как число  $Re$  меньше критического значения, заключаем, что имеет место *ламинарный режим движения нефти*. Принятое значение коэффициента  $\alpha_1 = 2,0$  верно.

Для ламинарного режима коэффициент гидравлического сопротивления  $\lambda$  рассчитывается по формуле

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

Рассчитаем потери напора по длине:

$$h_l = \frac{64}{Re} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \frac{64}{1101} \frac{70}{0,05} 0,019 = 1,54 \text{ м}$$

Потери напора в гидравлических сопротивлениях:  $h_l = 0,38 + 1,54 = 1,92 \text{ м}$ .

Подставим значение всех слагаемых в преобразованное уравнение Бернулли:

$$\frac{p_{\text{МВ}}}{\rho_{\text{H}} g} = 14,44 + 0,019 \cdot 2 - 15,0 - 1,92 = -2,44 \text{ м}$$

Получили отрицательное значение, значит, мановакуумметр работает как вакуумметр. Величина вакуума

$$p_{\text{МВ}} = p_{\text{вак.}} = 2,44 \cdot \rho_{\text{H}} = 2,44 \cdot 900 \cdot 9,8 = 21521 \text{ Па или } p_{\text{вак.}} = 0,22 \text{ ат.}$$

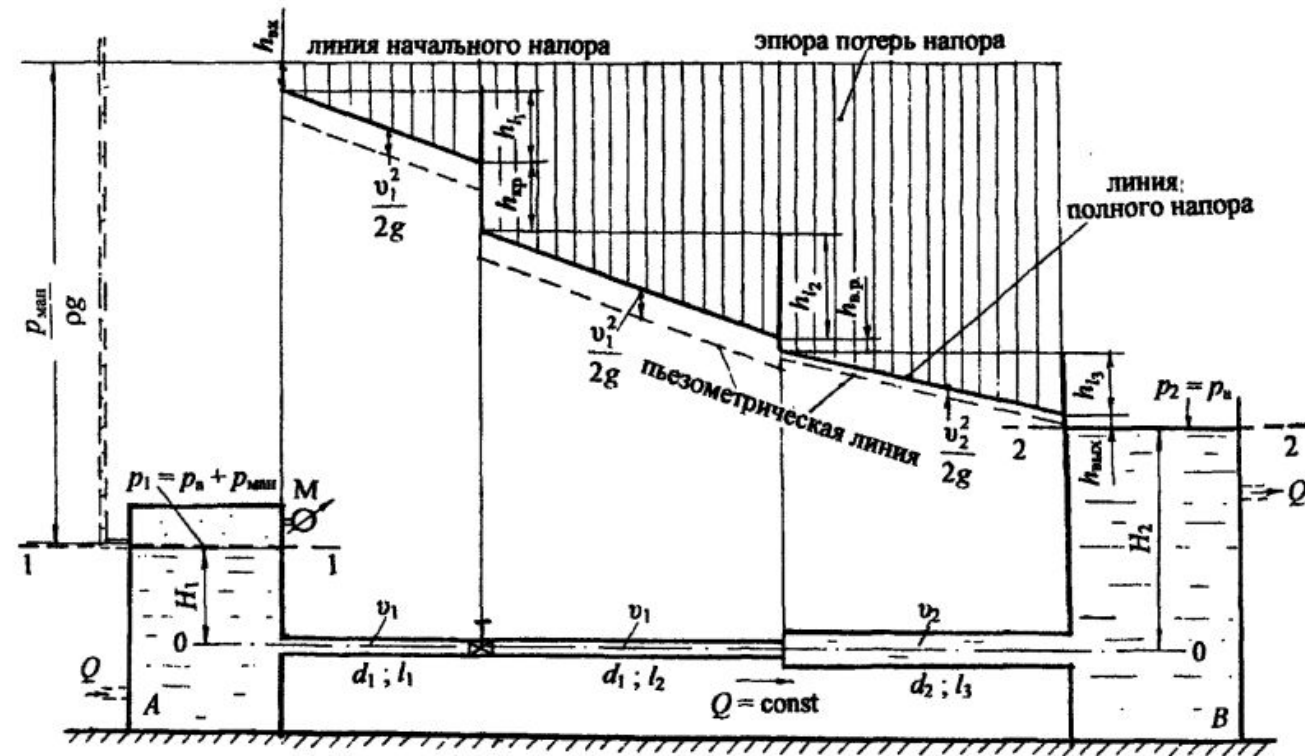
**Ответ.** Показание мановакуумметра соответствует вакуумметрическому давлению:  $p_{\text{мв}} = p_{\text{вак.}} = 0,22 \text{ ат.}$



**Пример 2.** Вода из закрытого резервуара  $A$  поступает в открытый резервуар  $B$  при пропускной способности системы  $Q = 15 \text{ л/с}$  по трубам:  $d_1 = 75 \text{ мм}$ ;  $l_1 = 8 \text{ м}$  и  $l_2 = 12 \text{ м}$ ;  $d_2 = 100 \text{ мм}$  и  $l_3 = 15 \text{ м}$ . Напоры воды в резервуарах постоянны относительно оси трубы:  $H_1 = 1,5 \text{ м}$ ;  $H_2 = 3,5 \text{ м}$ .

Определить показание манометра ( $p_{\text{ман}}$ ) на поверхности воды в закрытом резервуаре, а также соответствующий манометрический напор ( $H_{\text{ман}}$ ).

Принять абсолютную шероховатость труб:  $\Delta_1 = 0,5 \text{ мм}$ ;  $\Delta_2 = 0,2 \text{ мм}$ . Учесть местные сопротивления в системе: на входе в первую трубу; в пробковом кране при угле закрытия  $\alpha = 30^\circ$ ; при внезапном расширении и на выходе из второй трубы.



Движение воды в системе считать установившемся, т.е.  $Q = \text{const}$ . Построить линию полного напора (напорную линию), пьезометрическую линию, показать эпюру потерь напора.

**Решение.** Представленная схема относится к простым трубопроводным системам *первого типа с истечением подуровень*.

Для определения избыточного (манометрического) давления ( $p_{ман}$ ) на поверхности воды в резервуаре *A* воспользуемся уравнением Бернулли:

- 1 Выберем *два сечения* по свободным поверхностям в резервуарах, где скорость допустимо считать равной нулю.
- 2 Сечения *1-1* и *2-2* пронумеруем по направлению движения воды.
- 3 В выбранных сечениях учтём абсолютное давление:  $p_1 = p_a + p_{ман}$ ;  $p_2 = p_a$
- 4 Плоскость сравнения совместим с осью трубы, тогда  $z_1 = H_1$ ;  $z_2 = H_2$ .
- 5 Запишем уравнение Бернулли в общем виде и решим его:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_{w1-2}.$$

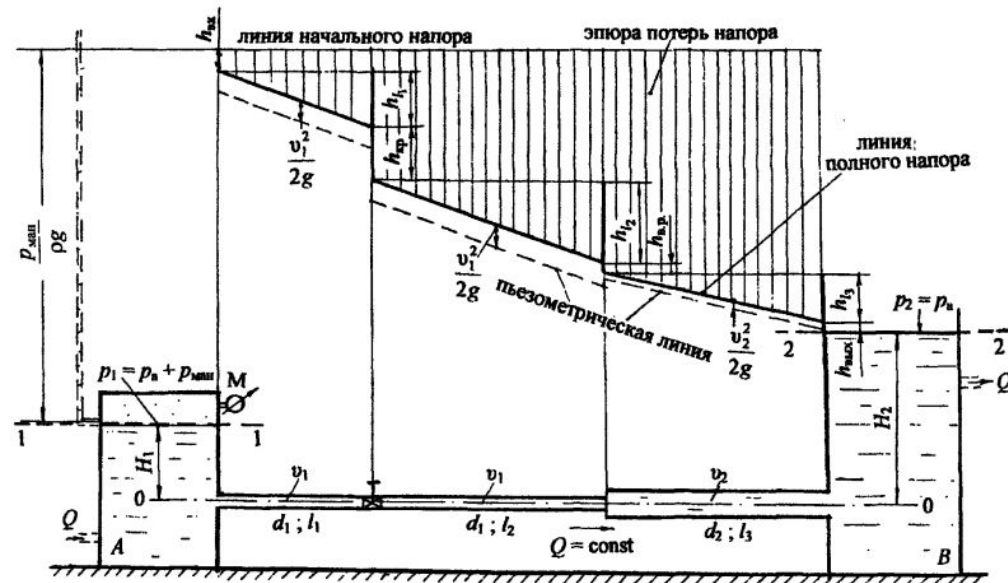
$$z_1 = H_1; \quad z_2 = H_2$$

$$p_1 = p_a + p_{ман} \quad p_2 = p_a \quad v_{1сеч} = 0 \quad v_{2сеч} = 0$$

после подстановки параметров и сокращения получим:

$$H_1 + \frac{p_{ман}}{\rho g} = H_2 + h_w \text{ отсюда,}$$

$$\frac{p_{ман}}{\rho g} = H_2 - H_1 + h_w$$





В формуле  $\frac{p_{\text{ман}}}{\rho g} = H_2 - H_1 + h_w$  следует определить величину потерь напора в гидравлических сопротивлениях ( $h_w$ ). Ввиду того, что по условию задачи необходимо *представить графически* распределение напора по длине системы, запишем потери напора по порядку по направлению движения воды:

$$h_w = h_{\text{вх}} + h_{l_1} + h_{\text{кр}} + h_{l_2} + h_{\text{в.р.}} + h_{l_3} + h_{\text{вых}}$$

Все потери напора в гидравлических сопротивлениях пропорциональны скоростному напору, поэтому потери напора в трубе диаметром  $d_1$  определим с учётом скоростного напора  $\frac{v_1^2}{2g}$ , а в трубе диаметром  $d_2$  -  $\frac{v_2^2}{2g}$ .

Скорости  $v_1$  и  $v_2$  рассчитаем через расход  $Q$  по формулам:

$$v_1 = \frac{Q}{\omega_1} = \frac{4Q}{\pi d_1^2} \quad \text{и} \quad v_2 = \frac{Q}{\omega_2} = \frac{4Q}{\pi d_2^2}$$

при подстановке данных учитываем:  $Q = 15 \text{ л/с} = 15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ ;

$d_1 = 75 \text{ мм} = 0,075 \text{ м}$ ;  $d_2 = 100 \text{ мм} = 0,1 \text{ м}$ .

После вычислений получим скорости:  $v_1 = 3,4 \text{ м/с}$ ;  $v_2 = 1,9 \text{ м/с}$ ;

соответственно скоростные напоры:  $\frac{v_1^2}{2g} = 0,6 \text{ м}$ ;  $\frac{v_2^2}{2g} = 0,2 \text{ м}$ .

Рассчитаем потери напора в устных **сопротивлениях**.

Потери напора **на входе в трубу** диаметром  $d_1$

$$h_{\text{вх}} = \zeta_{\text{вх}} \frac{v_1^2}{2g}, \text{ принимая } \zeta_{\text{вх}} = 0,5 \text{ (табл. значение) получим } h_{\text{вх}} = 0,6 \cdot 0,6 = 0,3 \text{ м.}$$

Потери напора **в пробковом кране**:

$$h_{\text{кр}} = \zeta_{\text{кр}} \frac{v_1^2}{2g}, \text{ принимая } \zeta_{\text{кр}} = 5,47 \text{ при } \alpha = 30^\circ \text{ (табл. значение) получим}$$
$$h_{\text{кр}} = 5,37 \cdot 0,6 = 3,3 \text{ м.}$$

Потери напора **при внезапном расширении**:

$$h_{\text{в.р.}} = \zeta_{\text{в.р.}} \frac{v_2^2}{2g}, \text{ принимая } \zeta_{\text{в.р.}} = \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2 = 0,6 \text{ (табл. значение) получим}$$
$$h_{\text{в.р.}} = 0,6 \cdot 0,2 = 0,12 \text{ м.}$$

Потери напора **на выходе из трубы**:

$$h_{\text{вых.}} = \zeta_{\text{вых.}} \frac{v_2^2}{2g}, \text{ принимая } \zeta_{\text{вых.}} = 1,0 \text{ (табл. значение) получим } h_{\text{вых.}} = 0,2 \text{ м.}$$

Переходим к определению **потерь напора по длине** по формуле  $h_l = \lambda \frac{l v^2}{d 2g}$ :

Для труб с диаметрами  $d_1$  и  $d_2$  следует рассчитать коэффициенты гидравлического сопротивления  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Выбор расчётной зависимости коэффициента  $\lambda$  зависит **от режима движения жидкости и шероховатости труб** (см. схему).

Рассчитаем числа Рейнольдса для каждой трубы по формуле:

$$Re_1 = \frac{v_1 d_1}{\nu} \quad Re_2 = \frac{v_2 d_2}{\nu}$$

значение коэффициента кинематической вязкости воды ( $\nu$ ) для воды  $\nu = 1,008 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Получим  $Re_1 = 255000$ ;  $Re_2 = 190000$ , следовательно, режим движения воды турбулентный, так как  $Re_1$  и  $Re_2$  больше  $Re_{кр} = 2300$ .

Рассчитаем граничные значения для чисел  $Re$ , чтобы установить область сопротивления для обеих труб при турбулентном режиме:

$$20 \frac{d_1}{\Delta_1} = 20 \frac{75}{0,5} = 3000$$

$$20 \frac{d_2}{\Delta_2} = 20 \frac{100}{0,2} = 10000$$

$$500 \frac{d_1}{\Delta_1} = 500 \frac{75}{0,5} = 75000$$

$$500 \frac{d_2}{\Delta_2} = 500 \frac{100}{0,2} = 250000$$

Для *первой трубы*  $Re_1 = 255000 > 500 \frac{d_1}{\Delta_1}$ , значит имеет место зона *квадратичного сопротивления*, коэффициент  $\lambda$  рассчитывается по формуле Шифринсона:

$$\lambda_1 = 0,11 \left( \frac{\Delta_1}{d_1} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{0,5}{75} \right)^{0,25} = 0,032$$

Потери напора по длине на первом и втором участках согласно формуле:

$$h_l = 0,032 \frac{8,0}{0,075} 0,6 = 2,0 \text{ м}$$

$$h_l = 0,032 \frac{12,0}{0,075} 0,6 = 3,0 \text{ м}$$

Для *второй трубы*  $20 \frac{d_2}{\Delta_2} < Re = 190000 < 500 \frac{d_2}{\Delta_2}$ , имеет место зона *доквадратичного сопротивления*, коэффициент  $\lambda$  рассчитываем по формуле Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{68}{Re} + \frac{\Delta_3}{d} \right)^{0,25}$$



$$\lambda_2 = 0,11 \left( \frac{68}{Re_2} + \frac{\Delta_2}{d_2} \right)^{0,25} = 0,024$$

Потери напора по длине на третьем участке:

$$h_{l_3} = \lambda_3 \frac{l_3 v_2^2}{d_2 2g} = 0,024 \frac{15,0}{0,1} 0,2 = 0,7 \text{ м}$$

Подставим значение всех потерь напора в формулу:

$$h_w = 0,3 + 2,0 + 3,3 + 3,0 + 0,12 + 0,7 + 0,2 = 9,62 \text{ м}$$

После подстановки слагаемых в формулу получим:

$$\frac{p_{\text{ман}}}{\rho g} = H_2 - H_1 + h_w = 3,5 - 1,5 + 9,62 = 11,62 \text{ м}$$

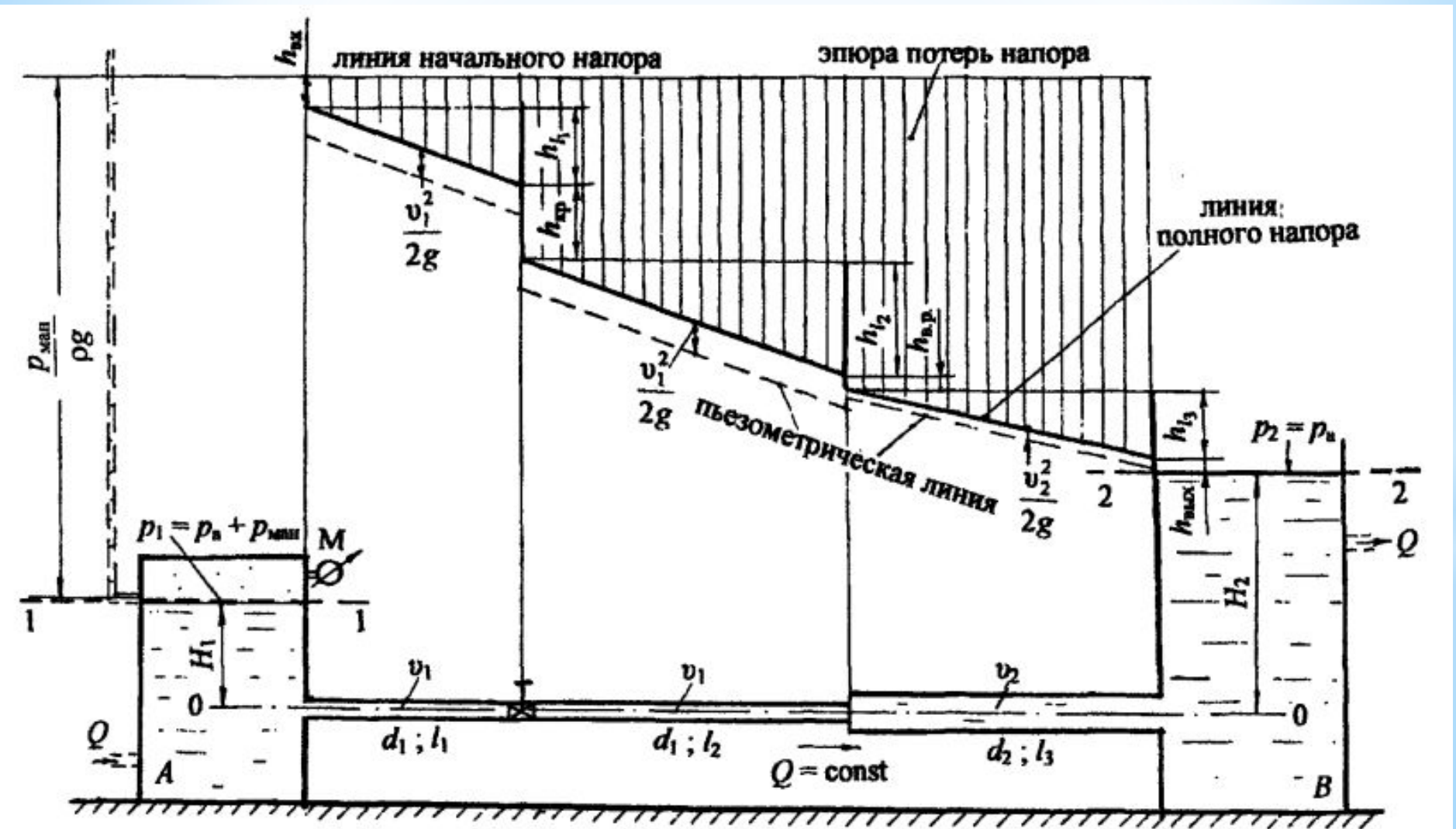
значит соответствующий манометрический напор  $H_{\text{ман}} = 11,62 \text{ м}$ .

Представим манометрическое давление ( $p_{\text{ман}}$ ) в кПа:

$$p_{\text{ман}} = 11,62 \cdot \rho g = 11,62 \cdot 10^3 \cdot 9,8 = 113,9 \cdot 10^3 \text{ Па} = 113,9 \text{ кПа}$$

Манометрическое давление в атмосферах  $p_{\text{ман}} = 1,16 \text{ ат}$ .

**Переходим к построению линии полного напора.** От уровня жидкости в резервуаре *A* пунктиром покажем пьезометр, показание которого соответствует величине  $\frac{p_{\text{ман}}}{\rho g}$ . По уровню жидкости в пьезометре проведём **горизонтальную линию начального напора**. До линии начального напора проводим **вертикальные линии** по характерным сечениям трубопровода: входа в трубу; крана; внезапного расширения; выхода из трубы.



Откладываем по порядку, начиная от линии начального напора, по вертикали потери напора:

на входе в виде скачка  $h_{вх} = 0,3 \text{ м}$ ;

по длине первого участка в виде наклонной прямой  $h_{l_1} = 2,0 \text{ м}$ ;

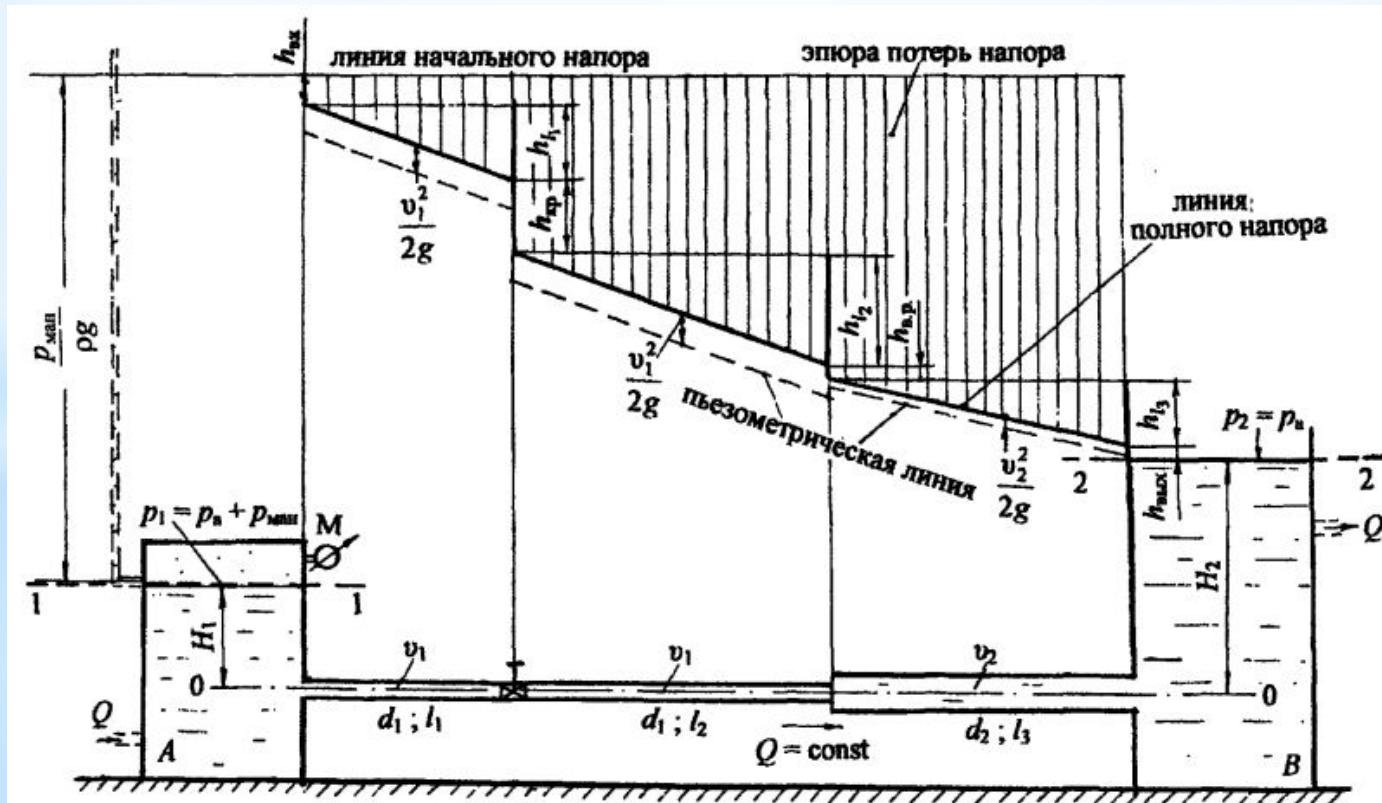
в кране в виде скачка  $h_{кр} = 3,3 \text{ м}$ ;

по длине второго участка в виде наклонной прямой  $h_{l_2} = 3,0 \text{ м}$ ;

при внезапном расширении в виде скачка  $h_{в.р.} = 0,12 \text{ м}$ ;

по длине третьего участка  $h_{l_3} = 0,7 \text{ м}$ ;

на выходе в резервуар **B** также в виде скачка  $h_{вых} = 0,2 \text{ м}$ .





Линия полного напора должна закончиться на свободной поверхности в резервуаре  $B$  ( на рис. масштаб не выдержан).

**Пьезометрическую линию** проводим ниже линии полного напора на величину  $\frac{v_1^2}{2g} = 0,6$  м для трубы диаметром  $d_1$  и на величину  $\frac{v_2^2}{2g} = 0,2$  м для трубы диаметром  $d_2$ . Пьезометрическая линия показана пунктиром.

Следует обратить внимание, что при внезапном расширении полный напор падает, а пьезометрический напор повышается.

**Строим эпюру потерь напора.** Показываем *вертикальные штриховые линии* от линии начального напора до линии полного напора. Каждая вертикальная штриховая линия соответствует потерям напора от начала трубопровода до выбранного сечения. Графическое представление распределения напоров закончено.

**Ответ:** показание манометра  $p_{\text{ман}} = 1,16$  ат, манометрический напор, соответствующий показанию манометра  $H_{\text{ман}} = \frac{p_{\text{ман}}}{\rho g} = 11,6$  м

