Гидродинамика

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ

По методике расчёта трубопроводные системы делятся на две группы простые и сложные.

Простые системы состоят, как правило, из одной трубы, возможно соединение нескольких труб сравнительно небольшой длины (примерно до 100 м), в которых учитываются все виды гидравлических сопротивлений, но, главное, с ***постоянным расходом.***

Сложные системы состоят из труб разной длины и разных диаметров, соединённых по определённой гидравлической схеме, причём ***расход жидкости*** на каждом участке ***различный*** в соответствии с расходами потребителей. Эти системы, как правило, большой длины. Главными гидравлическими сопротивлениями являются потери по длине. Потери напора в местных сопротивлениях принимаются равными (5÷10) % от потерь напора по длине, т. е. $\sum h_r = (0,05 \div 0,1)\, h_l$.

Расчёт простых трубопроводных систем

При расчёте простых трубопроводов в зависимости от поставленной задачи, известных и определяемых параметров выделяют ***три типа расчётов.***

1 Определение ***напора (H) или давления (p)*** при известных: расходе жидкости (***Q***), геометрических размерах трубопровода (длине ***l***, диаметре ***d***), местных сопротивлениях на трубопроводе.

2 Определение ***расхода (Q),*** или пропускной способности трубопровода, при известных: действующем напоре (***H***) или давлении ***(p)*** в системе; геометрических размерах и установленных местных сопротивлениях.

3 Определение ***геометрических размеров*** трубопроводов (***l***; ***d***)***,*** ***характеристик местных сопротивлений*** при известном расходе ***(Q),*** действующем напоре (***H***) или давлении ***(p).*** Наиболее трудоёмкой считается задача по определению диаметра (***d***) трубопровода, так как такой расчёт проводится методом подбора и пересчёта нескольких вариантов.

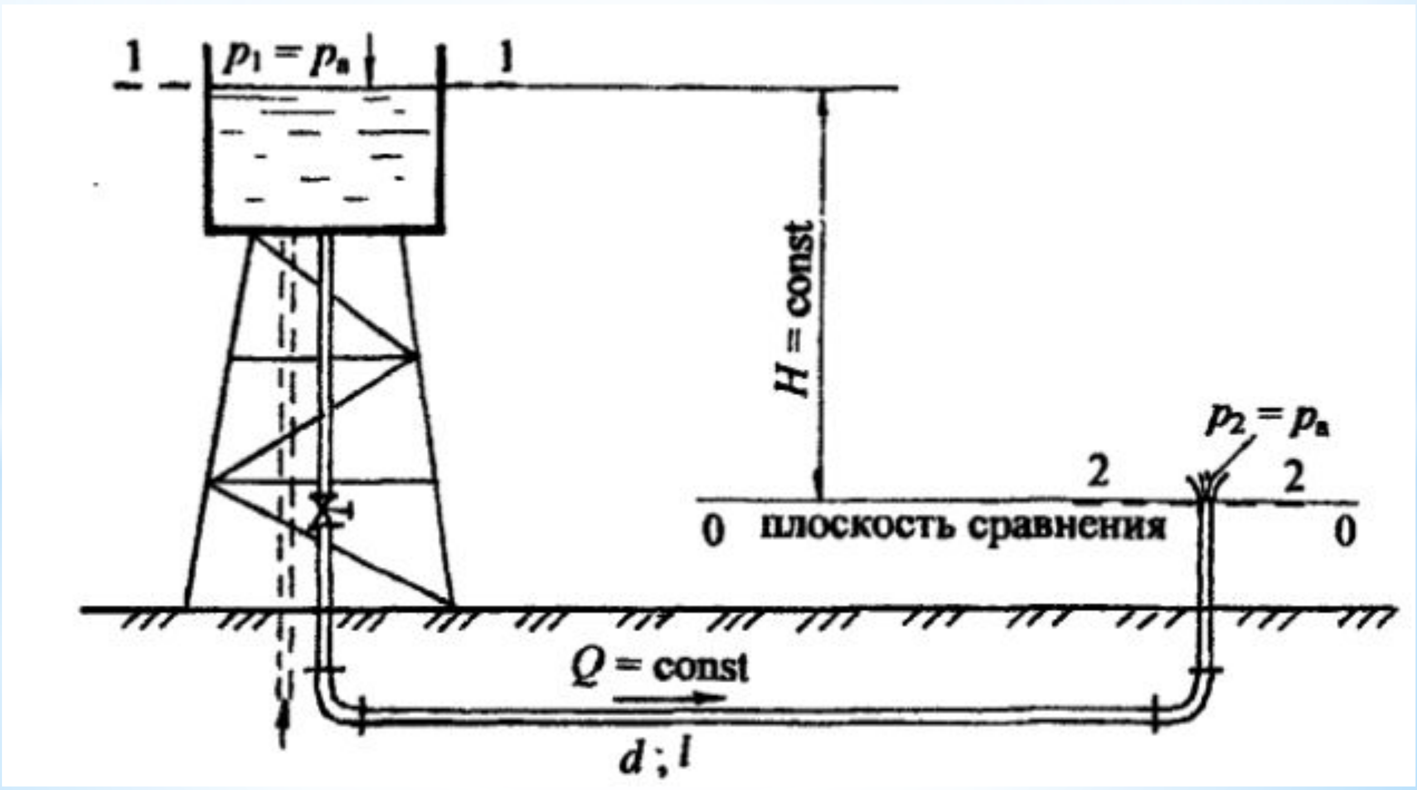
Рассмотрим расчёт простого трубопровода. Здесь возможны ***два случая: истечение жидкости в атмосферу и истечение подуровень.***

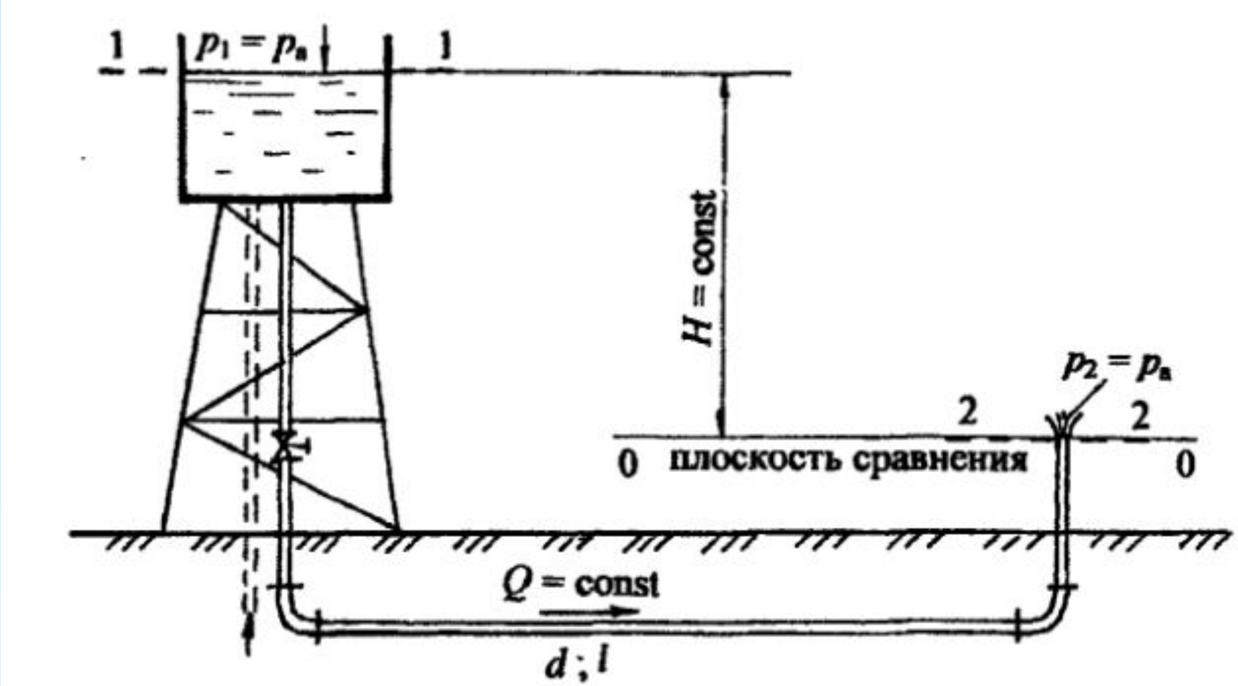
Расчёты простых трубопроводных систем основаны на использовании основного уравнения гидродинамики - уравнения Бернулли.

Расчёт простой трубопроводной системы с истечением жидкости в атмосферу

На рисунке представлена схема простого водопровода с водонапорной башней, создающей постоянный напор ***H***. Известны длина трубопровода ***l***, диаметр ***d,*** местные сопротивления в виде входа в трубу, вентиля и двух колен (отводов).

Давление на поверхности воды в баке атмосферное ***(***p_a***),*** выход воды в конце трубы также в атмосферу (p_a)





В представленной схеме действующий напор ***H*** считается постоянным, уровень жидкости в напорном баке поддерживается на постоянном горизонте за счёт подачи воды (или другой жидкости) в бак, например, из скважины или от насосной установки, так, чтобы автоматически регулировался приток в бак, равным расходу жидкости в системе. Постоянная подача жидкости показана по трубопроводу, обозначенному пунктирной линией.

В дальнейших схемах трубопроводных систем приток жидкости в систему не обозначается, но всегда подразумевается ***установившееся движение***, т. е. скорость движения жидкости в трубе не изменяется во времени.

Расчёт простой системы проведём путём применения уравнения Бернулли.

Согласно методике составления уравнения, выполним следующие пункты.

1 Выбираем два сечения: ***одно*** сечение проводим ***по свободной поверхности в напорном баке*** (башне), где скорость допустимо считать равной нулю (уровень жидкости постоянный, движения нет), ***другое - на выходе жидкости из трубы***, где существует определённая скорость движения.

2 Сечения 1-1 и 2-2 ***нумеруем по направлению движения жидкости.***

3 В выбранных сечениях учитываем ***абсолютное давление***, т. е. давление, рассчитанное с учётом атмосферного: $p_1 = p_a$, $p_2 = p_a$.

4 Плоскость сравнения 0-0 совместим с сечением 2-2, тогда ***z_1 = H; z_2*** = 0. Если бы плоскость сравнения совместили с сечением ***1-1***, тогда ***z_1 = 0; z_2 = - H***. Помним, что отсчёты от плоскости сравнения вверх считаются положительными, вниз - отрицательными.

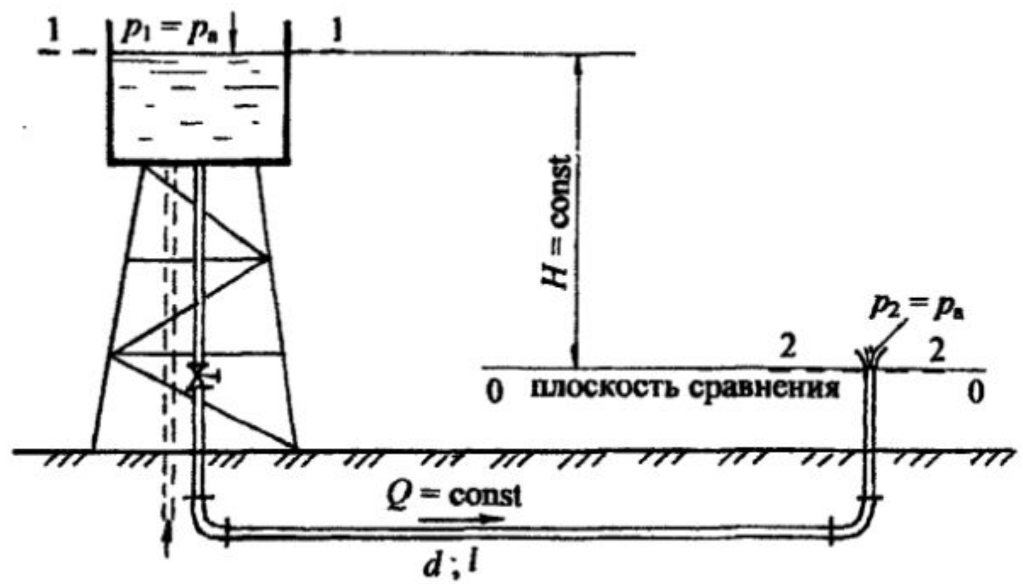
Записываем уравнение Бернулли в общем виде и расписываем значение всех параметров:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha u_2^2}{2g} + h'_{w1\text{-}}$$

$z_1 = H$; $z_2 = 0$

$p_1 = p_a$ $p_2 = p_a$

$v_1 = 0$ $\alpha_2 = 1{,}0$; $v_2 = v$;



для коэффициента α_2 предполагаем турбулентный режим в круглой трубе.

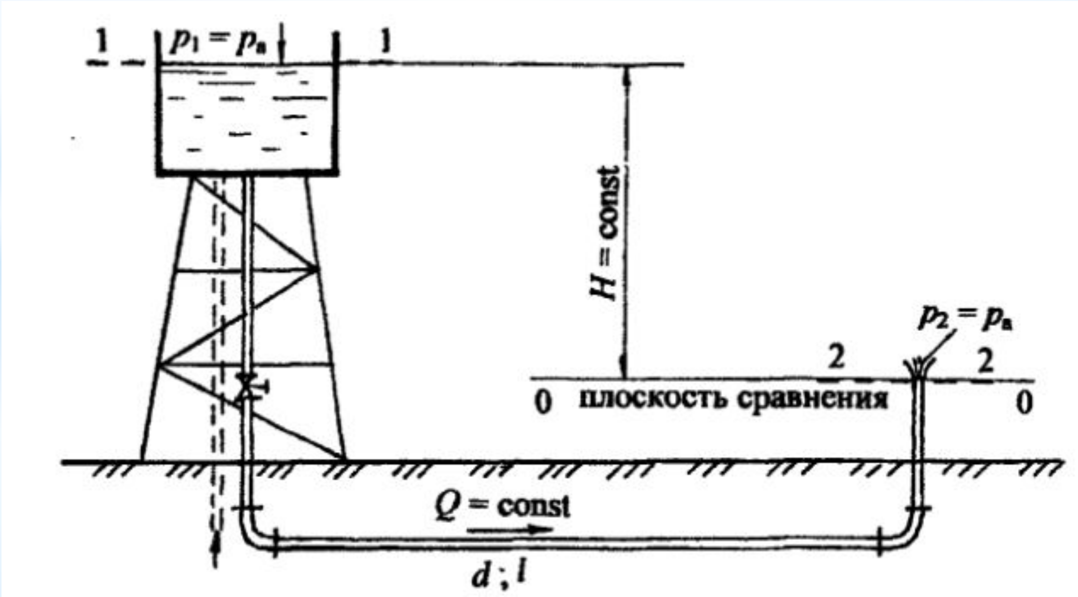
Получим: $\boldsymbol{H}+\frac{\boldsymbol{p_a}}{\boldsymbol{\rho g}}=\frac{\boldsymbol{p_a}}{\boldsymbol{\rho g}}+\frac{\boldsymbol{u^2}}{\boldsymbol{2g}}+\boldsymbol{h_w}$

В этом уравнении у потерь напора в гидравлических сопротивлениях ($\boldsymbol{h_w}$) индекс 1-2 опускаем, поскольку вся расчётная схема системы входит между выбранными сечениями.

После сокращений получим:

$$\boldsymbol{H}=\frac{\boldsymbol{u^2}}{\boldsymbol{2g}}+\boldsymbol{h_w}$$

Вывод: при истечении жидкости в атмосферу действующий напор затрачивается на создание скоростного напора и преодоление гидравлических сопротивлений.



Представим в уравнении $\boldsymbol{H = \frac{u^2}{2g} + h_w}$гидравлические сопротивления согласно формуле $\boldsymbol{h_{w=} \sum h_r + h_l}$

С учётом формул $\boldsymbol{\Sigma h_r = \Sigma\zeta \frac{v^2}{2g}}$ и $\boldsymbol{h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}}$:

Получим $\boldsymbol{H = \frac{u^2}{2g} + \Sigma\zeta \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}}$

Или $\boldsymbol{H = \frac{u^2}{2g}\left(1 + \Sigma\zeta + \lambda \frac{l}{d}\right)}$

Таким образом, по данной формуле рассчитывается ***действующий напор простой системы при истечении жидкости в атмосферу.***

Из нее можно получить расчётную формулу для расхода.

Скорость движения жидкости в трубе

$$\boldsymbol{v = \sqrt{\frac{1}{1 + \Sigma\zeta + \lambda \frac{1}{d}}} \sqrt{2gH}}$$

Расход $\boldsymbol{Q = v\omega}$**,** где ω - площадь живого сечения: $\boldsymbol{\omega = \frac{\pi d^2}{4}}$

$$Q = \omega \sqrt{\frac{1}{1 + \Sigma\zeta + \lambda \frac{1}{d}}} \sqrt{2gH}$$

В данной формуле величина $\sqrt{\frac{1}{1+\Sigma\zeta+\lambda\frac{1}{d}}}$ постоянная для заданной системы, влияет на величину расхода и называется "***коэффициентом расхода***" , обозначается $\mu_{сист}$

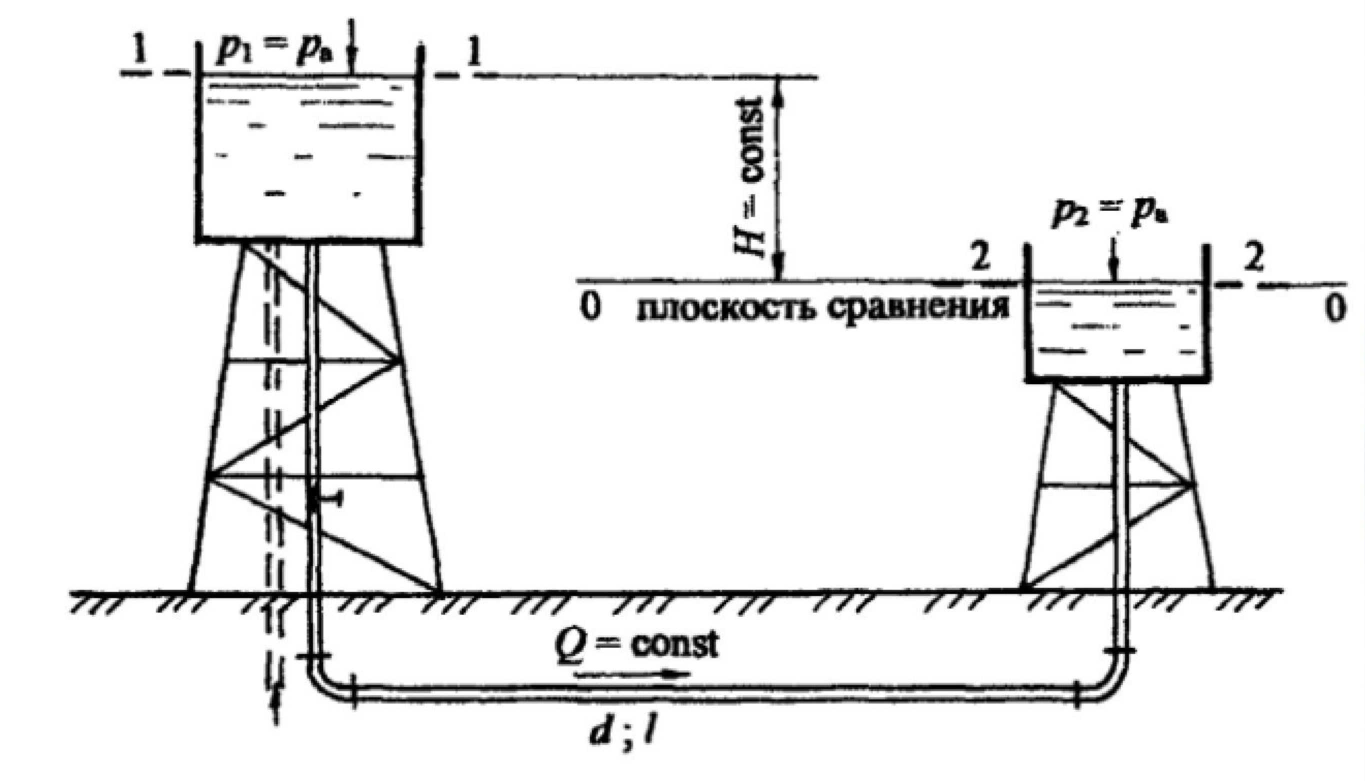
$$Q = \mu_{сист} \omega \sqrt{2gH}$$

Это формула является обобщённой формулой ***для расхода жидкости в простых системах***, а значение коэффициента **μ** рассчитывается для каждой системы.

Расчёт простой трубопроводной системы при истечении жидкости под уровень

Истечением подуровень считается случай, когда жидкость поступает **в** резервуар, заполненный жидкостью, т. е. под уровень жидкости. Схема трубопровода с истечением под уровень представлена на рисунке, но выход жидкости направлен в другой открытый резервуар.

Для расчёта простой системы с истечением под уровень воспользуемся также уравнением Бернулли:



1 Выберем ***два сечения*** по свободным поверхностям жидкости в резервуарах, где скорости жидкости равны нулю.

2 Сечения ***1-1*** и ***2-2 пронумеруем по направлению движения жидкости.***

3 Учтём ***абсолютные давления*** в выбранных сечениях: $p_1 = p_a$; $p_2 = p_a$

4 ***Плоскость сравнения 0-0*** совместим с сечением ***2-2***, тогда $z_1 = H$; $z_2 = 0$.

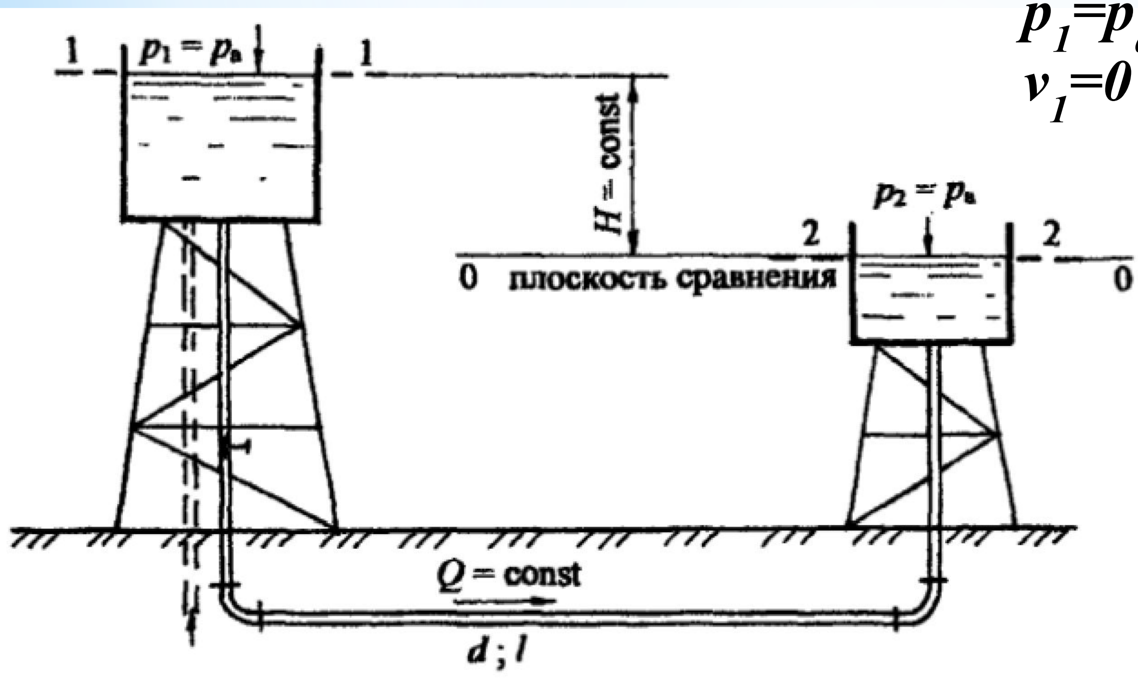
5 ***Запишем уравнение Бернулли*** в общем виде и покажем подстановку параметров:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha u_2^2}{2g} + h'_{w1\text{-}}$$

$z_1 = H$; $z_2 = 0$

$p_1 = p_a$ $p_2 = p_a$

$v_1 = 0$ $v_2 = 0$;



После подстановки параметров и сокращений получим:

$$H = h_w$$

Вывод: в простой трубопроводной системе при истечении жидкости под уровень действующий напор затрачивается на преодоление гидравлических сопротивлений.

С учётом формул $h_{w=} \sum h_r + h_l$; $\Sigma h_r = \Sigma\zeta \frac{v^2}{2g}$ и $h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$: формула принимает вид:

$$H = \frac{v^2}{2g}\left(\Sigma\zeta + \lambda \frac{l}{d}\right)$$

Гидравлический расчёт двух рассмотренных систем аналогичен, а формулы расчета действующего напора тождественны. Различие в формулах состоит в том, что при истечении в атмосферу единица в скобках учитывает единичную кинетическую энергию на выходе (или скоростной напор $v^2/2g$).

При истечении под уровень единица в скобках входит в сумму коэффициентов местных сопротивлений, а именно $\zeta_{\text{вых}} = 1{,}0$.

По аналогии с предыдущим выводом получим формулу для расхода:

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{\omega}\sqrt{\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\Sigma\zeta} + \boldsymbol{\lambda}\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{d}}}}\sqrt{\mathbf{2}\boldsymbol{gH}}$$

Обозначим: $\sqrt{\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\Sigma\zeta}+\boldsymbol{\lambda}\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{d}}}} = \boldsymbol{\mu}_{\text{сист.под ур.}}$

Тогда $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{\mu}_{\text{сист.под ур}}\boldsymbol{\omega}\sqrt{\mathbf{2}\boldsymbol{gH}}$

Данная формула подтверждает обобщённость применения формулы $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{\mu}_{\text{сист.}}\boldsymbol{\omega}\sqrt{\mathbf{2}\boldsymbol{gH}}$

В технике имеют место различные схемы трубопроводных систем в виде водопроводов, нефтепроводов, газопроводов и им подобные. Движение жидкости происходит не только за счёт напорного бака (башни), разности напоров в резервуарах, но и за счёт давления, создаваемого насосом.

Методика расчёта простых трубопроводных систем

Расчёт простых систем ***первого типа*** по определению ***напора (H)*** или ***давления (p)*** включает следующие этапы.

1 Составляется уравнение Бернулли для характерных сечений.

2 Производится подстановка всех параметров ***в буквенном выражении для определения неизвестного напора или давления.***

3 Определяется ***скорость движения*** жидкости в трубе при известном расходе.

4 Рассчитываются потери напора в ***местных сопротивлениях*** ($\boldsymbol{\Sigma h_r}$).

5 Определяются потери напора ***по длине*** ($\boldsymbol{h_l}$) по схеме.

6 Производится ***численный расчёт*** напора или давления.

Простые системы ***второго типа*** по определению ***расхода (Q)*** рассчитываются в следующей последовательности:

1 Составляется уравнение Бернулли для выбранных сечений.

2 Производится подстановка входящих параметров и уравнение решается ***в буквенном выражении относительно скорости движения жидкости.***

3 В расчётную формулу скорости входит коэффициент гидравлического сопротивления ***(λ),*** формула для которого выбирается в соответствии со значением числа Рейнольдса ***(Re).*** Но в формулу $\boldsymbol{Re = \frac{vd}{\nu}}$ для ***(Re)*** также входит неизвестная скорость, поэтому при заданной шероховатости трубы ($\Delta_э$) при движении воды предполагается турбулентный режим, зона квадратичного сопротивления, для которой к не зависит от числа Рейнольдса ***Re***. Коэффициент ***λ*** рассчитывается по формуле Шифринсона, а затем определяется скорость движения жидкости.

4 Проверяется режим движения жидкости и зона сопротивления (по схеме). Если подтверждается квадратичная зона сопротивления, рассчитывается расход жидкости ***(Q).***

Если режим движения и зона сопротивления не подтвердится, проводится повторный расчёт коэффициента λ в соответствии с числом ***Re*** по схеме.

После окончательного уточнения режима движения и области сопротивления определяется коэффициент λ ***и рассчитывается расход Q.***

Как правило, при движении воды в шероховатых трубах имеет место турбулентный режим, зона квадратичного сопротивления.

Расчёт простых систем ***третьего типа*** по определению ***длины*** или значений ***коэффициентов местных сопротивлений*** различных устройств (кранов, задвижек, диафрагм и им подобных) не представляет трудности.

Составляется уравнение Бернулли для характерных сечений, затем оно преобразуется в буквенное выражение для расчёта предельной длины трубопровода или для определения коэффициента местного сопротивления какого-либо устройства. В буквенное выражение подставляется значение заданных или рассчитанных параметров.

Трудной представляется задача по ***определению диаметра трубопровода (d)*** при заданных расходе, напоре и длине ***(Q; H и l).***

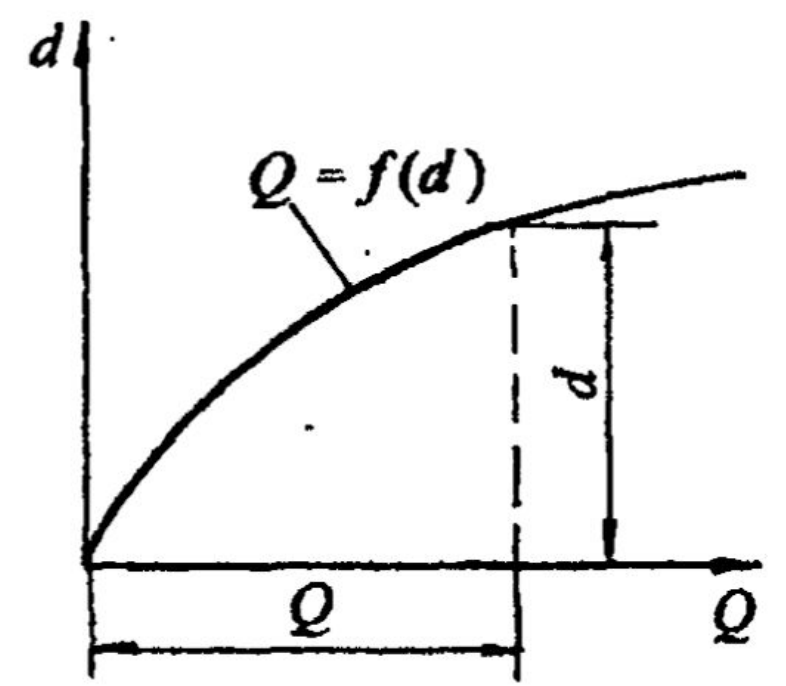
Наиболее просто такую задачу решить графически. Расчёт проводим путём нескольких приближённых решений.

Как и ранее, предполагаем квадратичную область сопротивления, рассчитывая коэффициент λ по формуле $\boldsymbol{\lambda = 0,11\left(\frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,25}}$ при заданной шероховатости - $\Delta_э$, задаём ряд значений диаметра ***(***d_1***;*** d_2***;*** d_n***).***

Пользуясь формулой для расхода в буквенном выражении, например формулой:

$$Q = \omega\sqrt{\frac{1}{\Sigma\zeta + \lambda\frac{1}{d}}}\sqrt{2gH}$$

просчитываем несколько вариантов значений расхода (Q_1 Q_2 ..... Q_n) для принятых диаметров и строим графическую зависимость ***Q=f(d)***.



Эта зависимость квадратичная ив общем виде представлена на рисунке. По графику для заданного значения расхода ***Q*** определяется диаметр трубопровода ***d.***

Для ориентировочного определения наивыгоднейшего диаметра трубопровода (d) при заданном расходе (Q) можно пользоваться также формулой В. Г. Лобачёва:

$$d = (0.8 - 1.2)Q^{0.42}$$

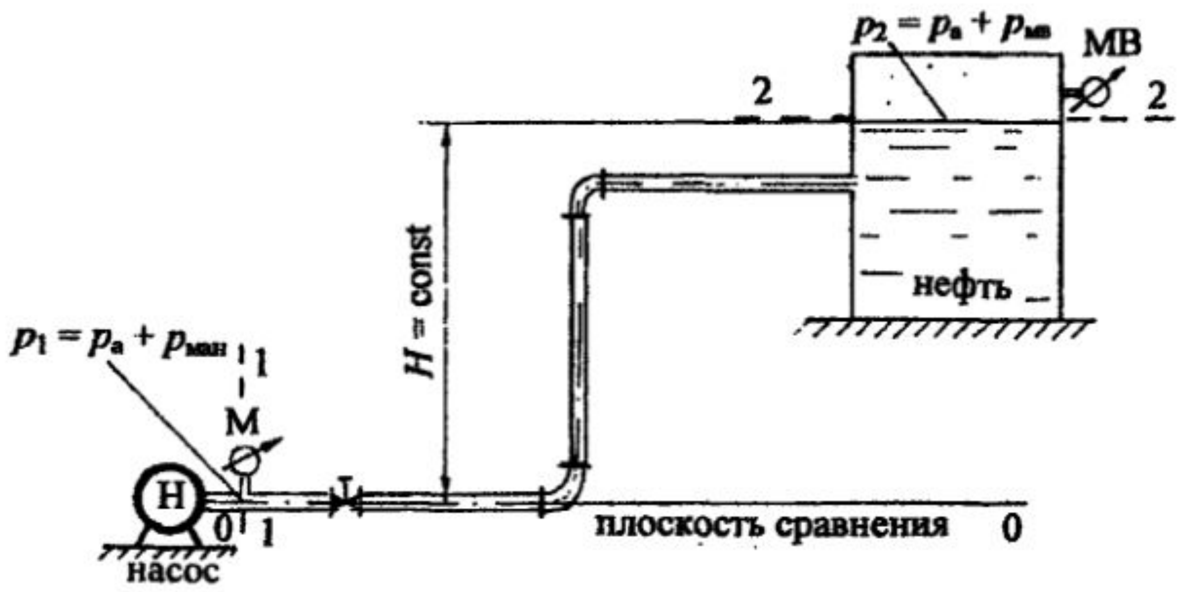
На практике для расчёта диаметра трубопровода пользуются ***оптимальными*** значениями скоростей: при движении в водопроводных системах скорость ***v*** = (0,8 - 1,2) м/с, реже до 1,5 м/с; для шахтных водоотливных трубопроводов ***v*** - (2,0 - 2,5) м/с.

Следует отметить, что для технико-экономических расчётов по определению оптимальных значений диаметров трубопроводов следует пользоваться специальной литературой и таблицами.

Пример 1. С помощью насоса по трубе диаметром ***d*** = 50 мм и длиной ***l*** = 70 м нефть подаётся в закрытый резервуар на высоту ***H*** = 15 м. Считать Н = const. Определить показание мановакуумметра ($p_{мв}$), установленного на поверхности нефти в закрытом резервуаре, если показание манометра после насоса $\boldsymbol{p}_{ман}$ = 1,3 ат. Расход нефти ***Q*** = 1,2 л/с, плотность нефти $\rho_н$ = 900 кг/м^3, относительная вязкость по Энглеру **°*E*** = 4,0. В системе установлен пробковый кран с углом закрытия $\alpha = 40^0$ и два колена с коэффициентом сопротивления $\zeta_{кол} = 0,8$.

Решение. Представленная трубопроводная система относится ***к первому типу*** простых систем.

Следует вспомнить, что ***мановакуумметр -*** это прибор, который может измерять, как манометрическое (избыточное) давление, так и вакуум. При решении задачи давление на поверхности нефти будем обозначать $\boldsymbol{p}_{ма}$.



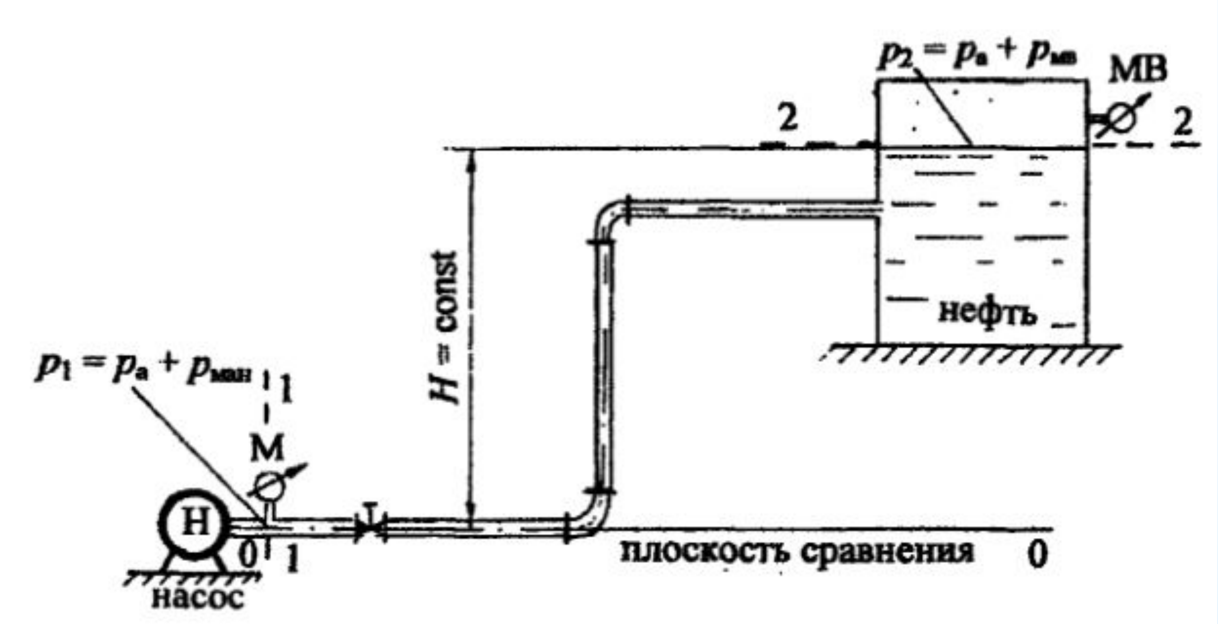
Если при решении задачи значение давления получится положительным, значит, мановакуумметр работает, как манометр; отрицательное значение давления означает, что мановакуумметр работает, как вакуумметр.

Для определения показания мановакуумметра воспользуемся уравнением Бернулли. Согласно методике составления уравнения:

1 Выбираем ***два сечения: одно*** - в месте установки манометра, это сечение проводим нормально к направлению движения жидкости, где скорость равна скорости движения нефти в трубе - ***v***; ***другое*** - по свободной поверхности в резервуаре, где давление определяется по мановакуумметру, а скорость равна нулю.

2 Сечения ***1-1*** и ***2-2*** нумеруем по направлению движения жидкости, чтобы в уравнении потери напора в гидравлических сопротивлениях учитывались со знаком "+".

3 В выбранных сечениях принимаем абсолютное давление, т. е. с учётом атмосферного: $p_1 = p_{a} + p_{ман}$ $p_2 = p_{a} + p_{ма}$



4 Плоскость сравнения *0-0* проводим через ось первого сечения: $z_1 = 0$; $z_2 = H$.

5 Записываем уравнение Бернулли в общем виде и производим подстановку всех параметров: $$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\alpha u_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\alpha u_2^2}{2g}+h'_{w1-2}.$$

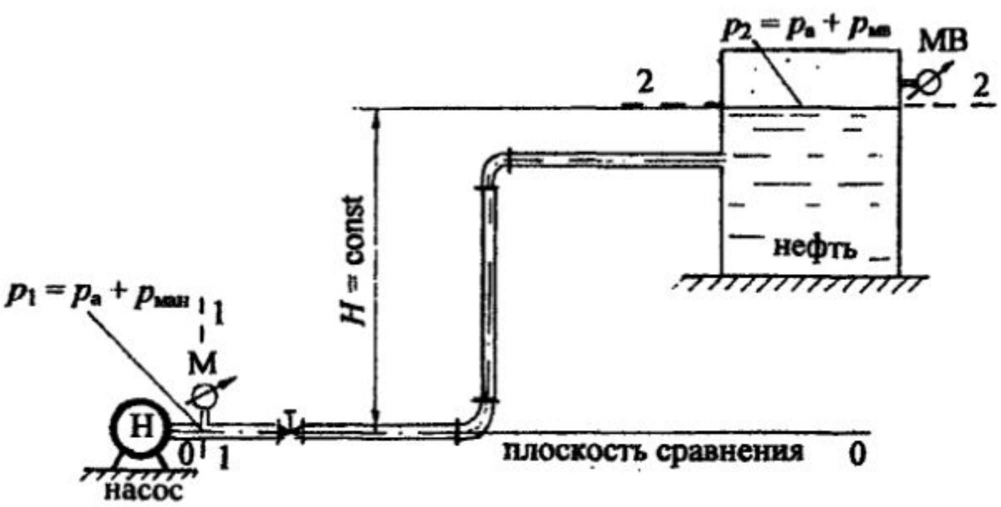
$z_1 = 0$; $z_2 = H$

$p_1 = p_a + p_{ман}$ $p_2 = p_a + p_{ма}$ $v_{1сеч} = v$ $v_{2сеч} = 0$ $\alpha_1 = 2,0$

Движущаяся жидкость - нефть относится к вязким жидкостям, поэтому предполагаем ламинарный режим (коэффициент а\ = 2,0). В процессе решения задачи режим движения нефти будет проверен. Подставляем все параметры в уравнение Бернулли: $$\frac{p_a}{\rho_н g}+\frac{p_{ман}}{\rho_н g}+\frac{2u^2}{2g}=Н+\frac{p_a}{\rho_н g}+\frac{p_{мв}}{\rho_н g}+h_w.$$

После сокращений и преобразования уравнения Бернулли получим:

$$\frac{p_{мв}}{\rho_н g}=\frac{p_{ман}}{\rho_н g}+\frac{2u^2}{2g}-Н-h_w.$$



Рассчитаем все слагаемые в уравнении :

$$\frac{p_{мв}}{\rho_н g}=\frac{1{,}3\cdot 98\cdot 10^3}{900\cdot 9{,}8}=14,44 \text{ м}.$$

Скорость движения нефти в трубе (***v***) рассчитываем через расход (***Q***):

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

расход ***Q*** и диаметр ***d*** переводим: ***Q*** **=** 1**,*2*** л/с = 1,2 • 10^{-3} $м^3/с$; ***d*** **=** 0,05 м;

$$v = \frac{4 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3}}{3{,}14 \cdot 0{,}05^2} = 0{,}61 \text{ м/с}$$

скоростной напор $\frac{v^2}{2g} = \frac{0{,}61^2}{2 \cdot 9{,}8} = 0{,}019$ м (достаточно малая величина).

Рассчитаем потери напора в гидравлических сопротивлениях по формуле

$$h_w = \sum h_r + h_l$$

потери напора в местных сопротивлениях по формуле

$$\sum \boldsymbol{h_r} = \sum \boldsymbol{\zeta} \frac{\boldsymbol{v^2}}{\boldsymbol{2g}}$$

где $\sum\zeta$ - сумма коэффициентов местных сопротивлений. Учитываем потери напора в двух коленах и в пробковом кране: $\sum\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{2}\boldsymbol{\zeta}_{кол} + \boldsymbol{\zeta}_{кр.} + \boldsymbol{\zeta}_{вых.}$

по таблице находим: $\zeta_{кр.} = 17{,}3$ при угле закрытия α - 40^0, $\zeta_{вых.} = 1{,}0$, тогда:

$$\sum\boldsymbol{\zeta} = 2 \bullet 0{,}8 + 17{,}3 + 1{,}0 = 19{,}9$$

получим $\sum\boldsymbol{h_r} = 19{,}9 \bullet 0{,}019 = 0{,}38$ м.

Потери напора по длине определяем согласно формуле:

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Для выбора расчётной формулы коэффициента гидравлического сопротивления λ определим режим движения жидкости по критерию Рейнольдса:

$$Re = \frac{vd}{\nu}$$

В формулу входит коэффициент кинематической вязкости ν. Для расчёта этого коэффициента воспользуемся значением относительной вязкости в градусах Энглера (°Е). Определяется такая вязкость через калиброванное отверстие насадки по ГОСТ 6258-82 и выражается отношением времени истечения 200 мл данного нефтепродукта при температуре t ко времени истечения такого же объема дистиллированной воды при 20 °С.

По формуле Уббелоде:

$$\nu = \left(0{,}0731^0E - \frac{0{,}0631}{0_E}\right) \cdot 10^{-4} = \left(0{,}0731 \cdot 4{,}0 - \frac{0{,}0631}{4{,}0}\right) 10^{-4} = 0{,}277 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$$

Получим:

$$Re = \frac{0{,}61 \cdot 0{,}05}{0{,}277 \cdot 10^{-4}} = 1101 < Re_{\text{кр}} = 2300$$

Так как число ***Re*** меньше критического значения, заключаем, что имеет место ***ламинарный режим движения нефти.*** Принятое значение коэффициента α_1 = 2,0 верно.

Для ламинарного режима коэффициент гидравлического сопротивления λ рассчитывается по формуле

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{64}{Re}}$$

Рассчитаем потери напора по длине:

$$\boldsymbol{h_l = \frac{64}{Re}\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{64}{1101}\frac{70}{0,05}0,019} = \boldsymbol{\mathit{1,54\ м}}$$

Потери напора в гидравлических сопротивлениях: $\boldsymbol{h_l}$ ***= 0,38 + 1,54 = 1,92 м***.

Подставим значение всех слагаемых в преобразованное уравнение Бернулли:

$$\frac{\boldsymbol{p}_{\text{мв}}}{\boldsymbol{\rho}_{\text{н}}\boldsymbol{g}} = \mathbf{14,44 + 0,019 \cdot 2 - 15,0 - 1,92 = -2,44}\ \text{м}$$

Получили отрицательное значение, значит, мановакуумметр работает как вакуумметр. Величина вакуума

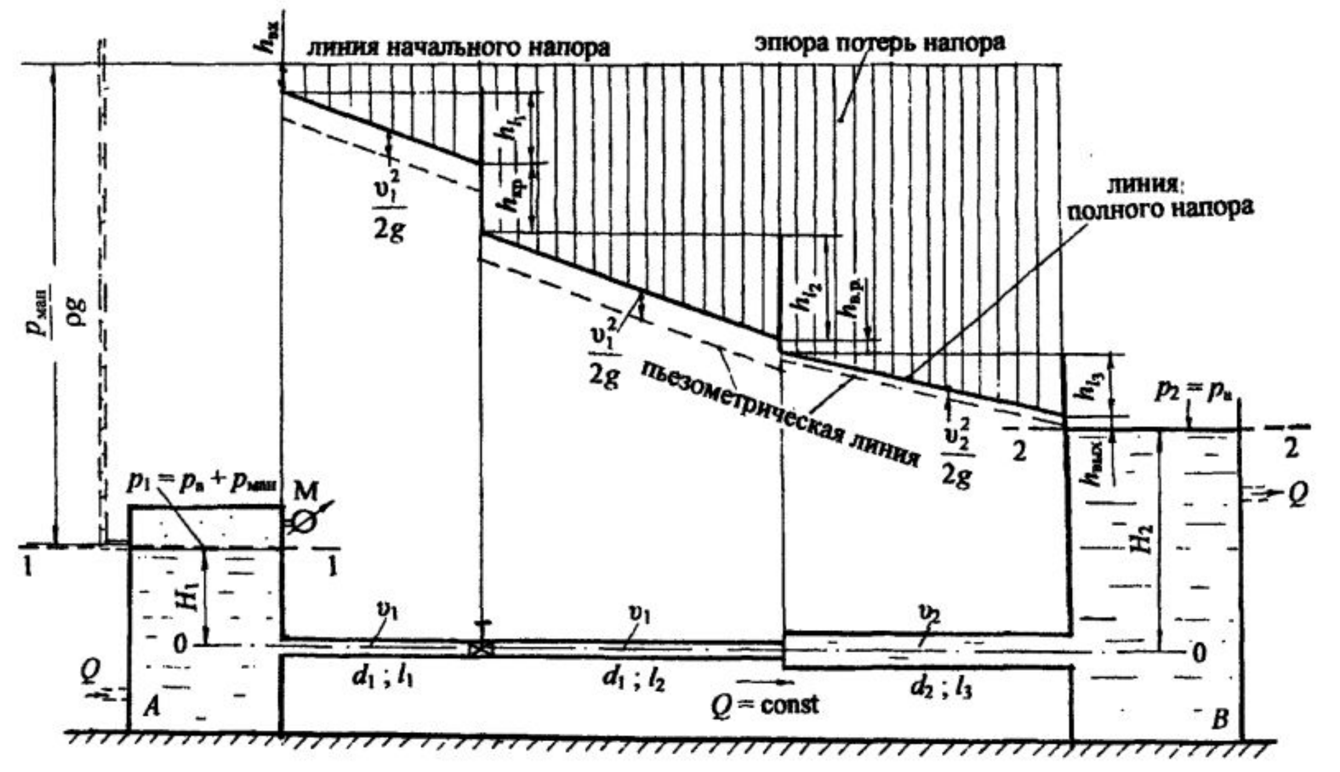
$\boldsymbol{p}_{\text{мв}}=\boldsymbol{p}_{\text{вак.}}$=2,44 · $\rho_{\text{н}}$=2,44 ·900 ·9,8=21521 Па или $\boldsymbol{p}_{\text{вак.}}$=0,22 ат.

Ответ. Показание мановакуумметра соответствует вакуумметрическому давлению: $\boldsymbol{p_{мв}}$=$\boldsymbol{p_{вак}}$. = 0,22 ат.

Пример 2. Вода из закрытого резервуара ***А*** поступает в открытый резервуар ***В*** при пропускной способности системы ***Q = 15 л/с*** по трубам: $d_1 = 75$ ***мм***; $l_1 = 8$ ***м*** и $l_2 = 12$ ***м***; $d_2 = 100$ ***мм*** и $l_3 = 15$ ***м***. Напоры воды в резервуарах постоянны относительно оси трубы: $H_1 = 1{,}5$ м; $H_2 = 3{,}5$ м.

Определить показание манометра ($p_{ман}$) на поверхности воды в закрытом резервуаре, а также соответствующий манометрический напор ($H_{ман}$).

Принять абсолютную шероховатость труб: $\Delta_1 = 0{,}5$ мм; $\Delta_2 = 0{,}2$ мм. Учесть местные сопротивления в системе: на входе в первую трубу; в пробковом кране при угле закрытия $\alpha = 30^0$; при внезапном расширении и на выходе из второй трубы.



Движение воды в системе считать установившемся, т.е. ***Q*** = ***const***. Построить линию полного напора (напорную линию), пьезометрическую линию, показать эпюру потерь напора.

Решение. Представленная схема относится к простым трубопроводным системам ***первого типа с истечением подуровень.***

Для определения избыточного (манометрического) давления ($\boldsymbol{p_{ман}}$) на поверхности воды в резервуаре ***А*** воспользуемся уравнением Бернулли:

1 Выберем ***два сечения*** по свободным поверхностям в резервуарах, где скорость допустимо считать равной нулю.

2 Сечения ***1-1*** и ***2-2*** пронумеруем по направлению движения воды.

3 В выбранных сечениях учтём абсолютное давление: $\boldsymbol{p_1 = p_a + p_{ман}; \; p_2 = p_a}$

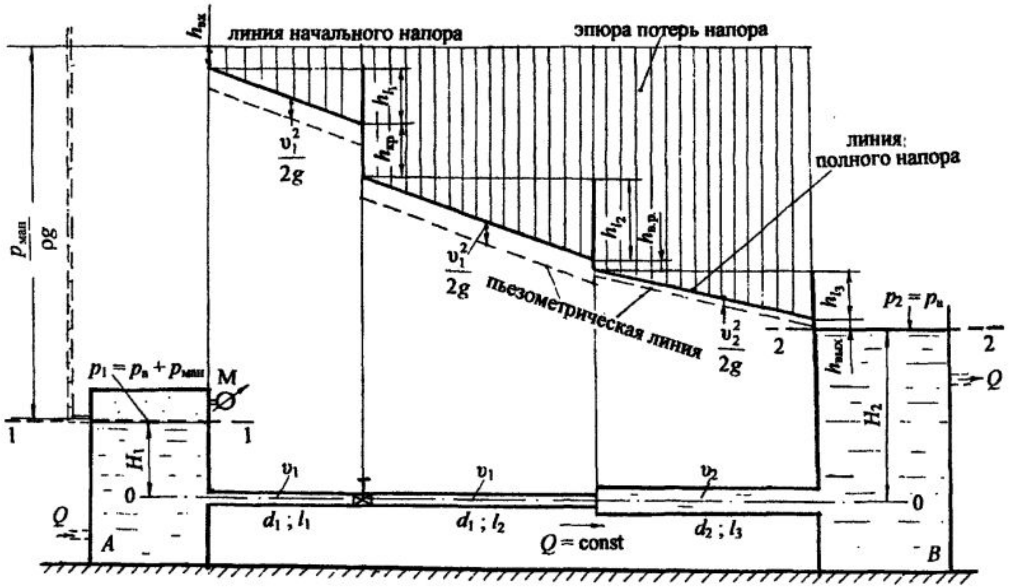
4 Плоскость сравнения совместим с осью трубы, тогда $\boldsymbol{z_1 = H_1; \; z_2 = H_2}$.

5 Запишем уравнение Бернулли в общем виде и решим его:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha u_2^2}{2g} + h_{w1-2}.$$

$$z_1 = H_1; \qquad z_2 = H_2$$

$$p_1 = p_a + p_{ман} \qquad p_2 = p_a \qquad v_{1сеч} = 0 \quad v_{2сеч} = 0$$



после подстановки параметров и сокращении получим:

$$\mathrm{H}_1 + \frac{p_{ман}}{\rho g} = \mathrm{H}_2 + h_w \text{ отсюда,}$$

$$\frac{p_{ман}}{\rho g} = \mathrm{H}_2 - \mathrm{H}_1 + h_w$$

В формуле $\frac{\boldsymbol{p}_{\text{ман}}}{\boldsymbol{\rho g}} = \text{H}_{\mathbf{2}} - \text{H}_{\mathbf{1}} + \boldsymbol{h_w}$ следует определить величину потерь напора в гидравлических сопротивлениях ($\boldsymbol{h_w}$). Ввиду того, что по условию задачи необходимо ***представить графически*** распределение напора по длине системы, запишем потери напора по порядку по направлению движения воды:

$$\boldsymbol{h_w} = \boldsymbol{h}_{\text{вх}} + \boldsymbol{h_{l_1}} + \boldsymbol{h}_{\text{кр}} + \boldsymbol{h_{l_2}} + \boldsymbol{h}_{\text{в.р.}} + \boldsymbol{h_{l_3}} + \boldsymbol{h}_{\text{вых}}$$

Все потери напора в гидравлических сопротивлениях пропорциональны скоростному напору, поэтому потери напора в трубе диаметром $\boldsymbol{d_1}$ определим с учётом скоростного напора $\frac{\boldsymbol{v_1^2}}{\boldsymbol{2g}}$, а в трубе диаметром $\boldsymbol{d_1}$- $\frac{\boldsymbol{v_2^2}}{\boldsymbol{2g}}$.

Скорости $\boldsymbol{v_1}$ и $\boldsymbol{v_2}$ рассчитаем через расход $\boldsymbol{Q}$ по формулам:

$$v_1 = \frac{Q}{\omega_1} = \frac{4Q}{\pi d_1^2} \quad \text{и } v_2 = \frac{Q}{\omega_2} = \frac{4Q}{\pi d_2^2}$$

при подстановке данных учитываем: Q = 15 л/с = 15-10^{-3} м^3/с;

$\boldsymbol{d_1}$ = 75 мм = 0,075 м; $\boldsymbol{d_2}$ = 100 мм = 0,1 м.

После вычислений получим скорости: $\boldsymbol{v_1}$ = 3,4 м/с; $\boldsymbol{v_2}$ = 1,9 м/с;

соответственно скоростные напоры: $\frac{\boldsymbol{v_1^2}}{\boldsymbol{2g}}$ = 0,6м; $\frac{\boldsymbol{v_2^2}}{\boldsymbol{2g}}$ =0,2м.

Рассчитаем потери напора в устных ***сопротивлениях.***

Потери напора ***на входе в трубу*** диаметром ***d_1***

$h_{вх} = \zeta_{вх}\frac{v_1^2}{2g}$, принимая $\zeta_{вх}$=0,5 (табл. значение) получим $h_{вх}$ =0,6·0,6=0,3 м.

Потери напора ***в пробковом кране:***

$h_{кр} = \zeta_{кр}\frac{v_1^2}{2g}$, принимая $\zeta_{кр} = 5{,}47$ при α= 30^0 (табл. значение) получим $h_{кр}$ =5,37·0,6=3,3 м.

Потери напора ***при внезапном расширении:***

$h_{в.р.} = \zeta_{в.р.}\frac{v_2^2}{2g}$, принимая $\zeta_{в.р.} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 = 0{,}6$(табл. значение) получим $h_{в.р.}$ =0,6·0,2=0,12 м.

Потери напора ***на выходе из трубы:***

$h_{вых.} = \zeta_{вых.}\frac{v_2^2}{2g}$, принимая $\zeta_{вых.} = 1{,}0$(табл. значение) получим $h_{вых.}$ =0,2 м.

Переходим к определению ***потерь напора по длине*** по формуле $\boldsymbol{h_l = \lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}}$:

Для труб с диаметрами ***d_1*** и ***d_2*** следует рассчитать коэффициенты гидравлического сопротивления ***λ_1*** и ***λ_2*** Выбор расчётной зависимости коэффициента ***λ*** зависит ***от режима движения жидкости и шероховатости труб*** (см. схему).

Рассчитаем числа Рейнольдса для каждой трубы по формуле:

$$Re_1 = \frac{v_1 d_1}{\nu} \qquad Re_2 = \frac{v_2 d_2}{\nu}$$

значение коэффициента кинематической вязкости воды (ν) для воды v = 1,008·10^{-6} $м^2$/с.

Получим $\boldsymbol{Re_1}$ = 255000; $\boldsymbol{Re_2}$ = 190000, следовательно, режим движения воды турбулентный, так как $\boldsymbol{Re_1}$ и $\boldsymbol{Re}_2$ больше

$\boldsymbol{Re}_{кр}$ = 2300.

Рассчитаем граничные значения для чисел $\boldsymbol{Re}$, чтобы установить область сопротивления для обеих труб при турбулентном режиме:

$$20\frac{d_1}{\Delta_1} = 20\frac{75}{0,5} = 3000 \qquad 20\frac{d_2}{\Delta_2} = 20\frac{100}{0,2} = 10000$$

$$500\frac{d_1}{\Delta_1} = 500\frac{75}{0,5} = 75000 \qquad 500\frac{d_2}{\Delta_2} = 500\frac{100}{0,2} = 250000$$

Для ***первой трубы Re₁*** = 255000>500 $\frac{d_1}{\Delta_1}$, значит имеет место зона ***квадратичного сопротивления***, коэффициент λ рассчитывается по формуле Шифринсона:

$$\boldsymbol{\lambda_1 = 0,11\left(\frac{\Delta_1}{d_1}\right)^{0,25} = 0,11\left(\frac{0,5}{75}\right)^{0,25} = 0,032}$$

Потери напора по длине на первом и втором участках согласно формуле: $\boldsymbol{h_l = 0,032\,\frac{8,0}{0,075}\,0,6 = 2,0}$ м

$$\boldsymbol{h_l = 0,032\,\frac{12,0}{0,075}\,0,6 = 3,0}\ \text{м}$$

Для ***второй трубы*** $20\frac{d_2}{\Delta_2} < Re = 190000$ <500 $\frac{d_2}{\Delta_2}$, имеет место зона ***доквадратичного сопротивления***, коэффициент λ рассчитываем по формуле Альтшуля:

$$\lambda = 0,11\left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,25}$$

$$\lambda_2 = 0{,}11\left(\frac{68}{Re_2} + \frac{\Delta_2}{d_2}\right)^{0{,}25} = 0{,}024$$

Потери напора по длине на третьем участке:

$$\boldsymbol{h_{l_3}} = \lambda_{\boldsymbol{3}}\frac{\boldsymbol{l_3}}{\boldsymbol{d_2}}\frac{\boldsymbol{v_2^2}}{\boldsymbol{2g}} = \mathbf{0{,}024}\,\frac{\mathbf{15{,}0}}{\mathbf{0{,}1}}\,\mathbf{0{,}2} = 0{,}7 \text{ м}$$

Подставим значение всех потерь напора в формулу:

$$\boldsymbol{h_w = 0{,}3 + 2{,}0 + 3{,}3 + 3{,}0 + 0{,}12 + 0{,}7 + 0{,}2 = 9{,}62\ м}$$

После подстановки слагаемых в формулу получим:

$$\frac{\boldsymbol{p}_{\text{ман}}}{\boldsymbol{\rho g}} = \text{Н}_{\boldsymbol{2}} - \text{Н}_{\boldsymbol{1}} + \boldsymbol{h_w} = \mathbf{3{,}5 - 1{,}5 + 9{,}62 = 11{,}62} \text{ м}$$

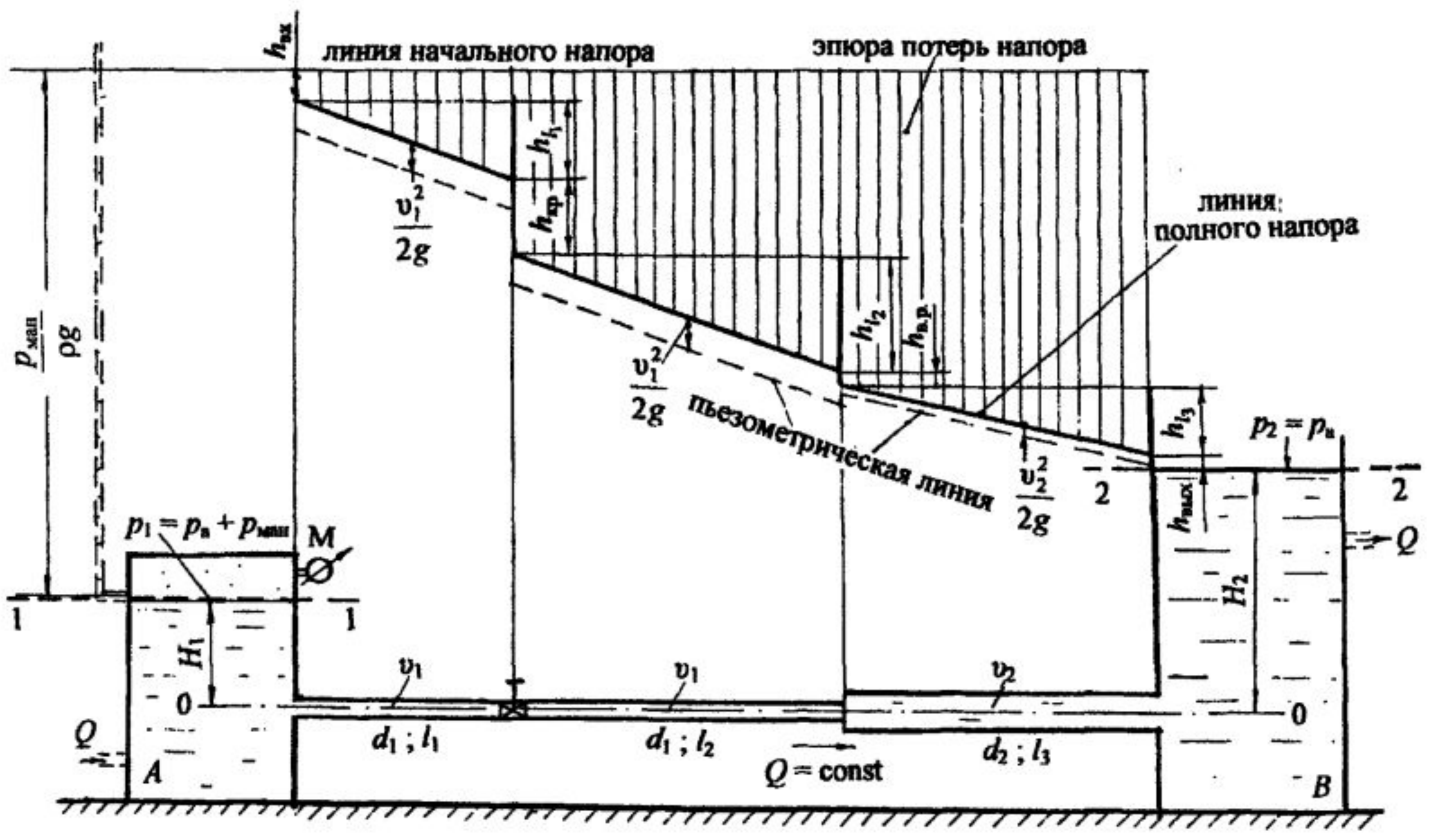
значит соответствующий манометрический напор $\boldsymbol{H_{ман} = 11{,}62\ м.}$

Представим манометрическое давление ($\boldsymbol{p}_{\text{ман}}$) в кПа:

$\boldsymbol{p}_{\text{ман}} = 11{,}62 \cdot \rho g = 11{,}62 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 = 113{,}9 \cdot 10^3$ Па = 113,9кПа.

Манометрическое давление в атмосферах $\boldsymbol{p}_{\text{ман}} = 1{,}16$ ат.

Переходим к построению линии полного напора. От уровня жидкости в резервуаре ***A*** пунктиром покажем пьезометр, показание которого соответствует величине $\frac{p_{ман}}{\rho g}$. По уровню жидкости в пьезометре проведём ***горизонтальную линию начального напора***. До линии начального напора проводим ***вертикальные линии*** по характерным сечениям трубопровода: входа в трубу; крана; внезапного расширения; выхода из трубы.



Откладываем по порядку, начиная от линии начального напора, по вертикали потери напора:

на входе в виде скачка $\boldsymbol{h_{вх} = 0,3}$ ***м;***

по длине первого участка в виде наклонной прямой $\boldsymbol{h_{l_1}}$ =2,0 м;

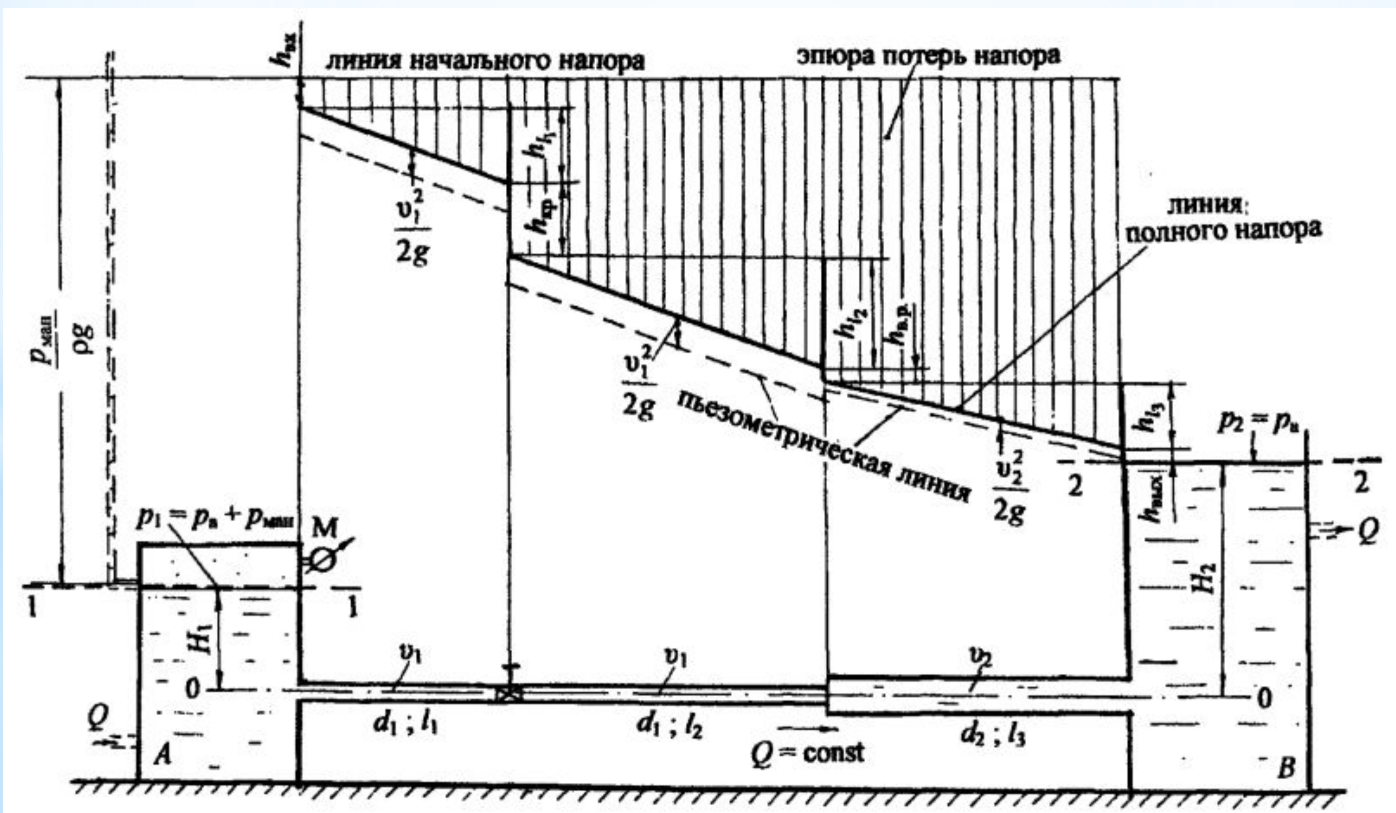
в кране в виде скачка $\boldsymbol{h_{кр}}$ - 3,3 м;

по длине второго участка в виде наклонной прямой $\boldsymbol{h_{l_2}}$ = 3,0 м;

при внезапном расширении в виде скачка $\boldsymbol{h}_{в.р.}$ = 0,12 м;

по длине третьего участка $\boldsymbol{h_{l_3}}$ =0,7 м;

на выходе в резервуар ***B*** также в виде скачка $\boldsymbol{h}_{вых}$ = 0,2 м.



Линия полного напора должна закончиться на свободной поверхности в резервуаре ***B*** (на рис. масштаб не выдержан).

Пьезометрическую линию проводим ниже линии полного напора на величину $\frac{v_1^2}{2g}$ = 0,6 м для трубы диаметром d_1 и на величину $\frac{v_2^2}{2g}$ = 0,2 м для трубы диаметром d_2. Пьезометрическая линия показана пунктиром.

Следует обратить внимание, что при внезапном расширении полный напор падает, а пьезометрический напор повышается.

Строим эпюру потерь напора. Показываем ***вертикальные штриховые линии*** от линии начального напора до линии полного напора. Каждая вертикальная штриховая линия соответствует потерям напора от начала трубопровода до выбранного сечения. Графическое представление распределения напоров закончено.

Ответ: показание манометра $p_{\text{ман}}$ =1,16 ат, манометрический напор, соответствующий показанию манометра $H_{\text{ман}} = \frac{p_{\text{ман}}}{\rho g}$ = 11,6 м