

# РАЗВЕРТКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ



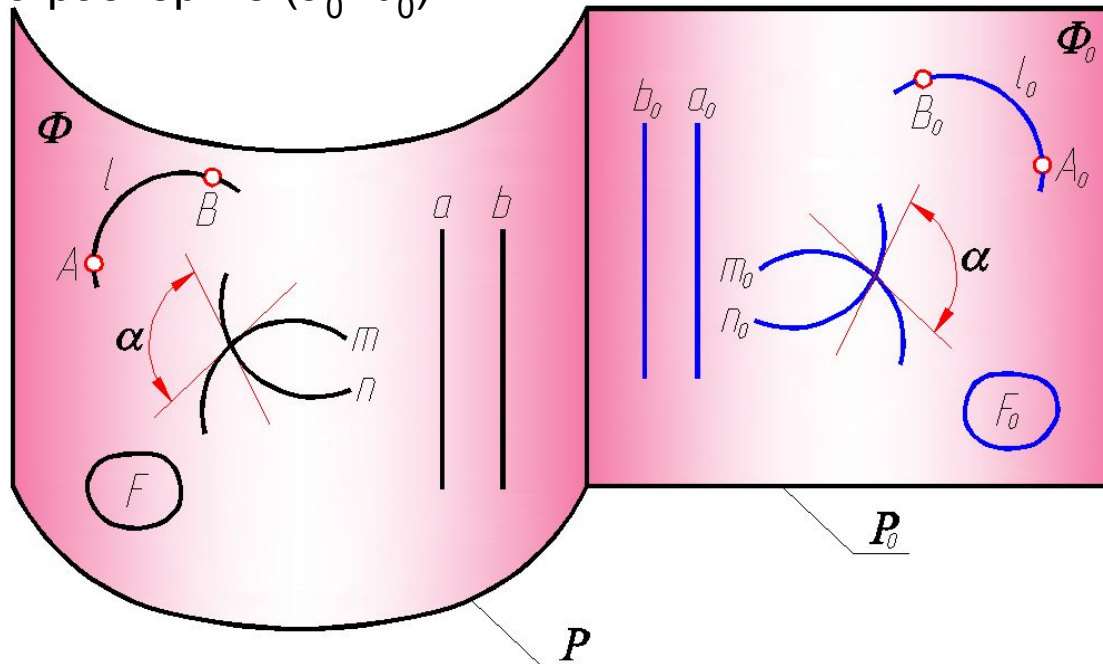
# 1. Общие сведения

**Развертка поверхностей** - преобразование, в результате ктр. все точки развертываемой поверхности совмещаются с одной плоскостью без искажений.

В этом случае поверхность называется развертываемой, а развертка – точной, либо приближенной.

Поверхности, ктр. не могут быть совмещены с одной плоскостью без искажений, относятся к неразвертываемым поверхностям, а поэтому их развертка называется условной.

- Между поверхностью и ее разверткой существует взаимно однозначное точечное соответствие, обладающее следующими свойствами :
- 1 Длина участка  $AB$  линии  $l$  на поверхности равна длине участка  $A_0B_0$  соответствующей ей линии  $l_0$  на развертке;
  - 2 Угол между кривыми  $m$  и  $n$  на поверхности равен углу между соответствующими им кривыми  $m_0$  и  $n_0$  на развертке;
  - 3 Площадь отсека  $F$  поверхности равна площади соответствующего ему отсека  $F_0$  развертки.
  - 4 Прямой линии ( $a$ ) на поверхности соответствует прямая ( $a_0$ ) на развертке;
  - 5 Прямым, параллельным на поверхности ( $a//b$ ), соответствуют прямые, параллельные на развертке ( $a_0//b_0$ ).



## 2. Методы построения разверток гранных поверхностей

Разверткой поверхности многогранника называют плоскую фигуру, полученную при совмещении с плоскостью всех его граней.

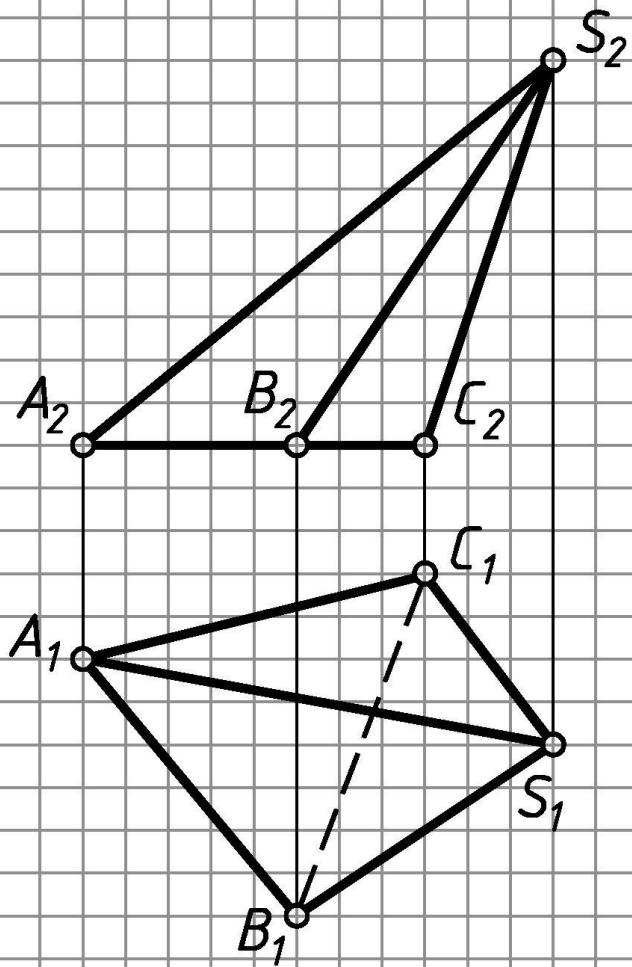
Для построения развертки многогранника необходимо найти натуральные величины всех его ребер.

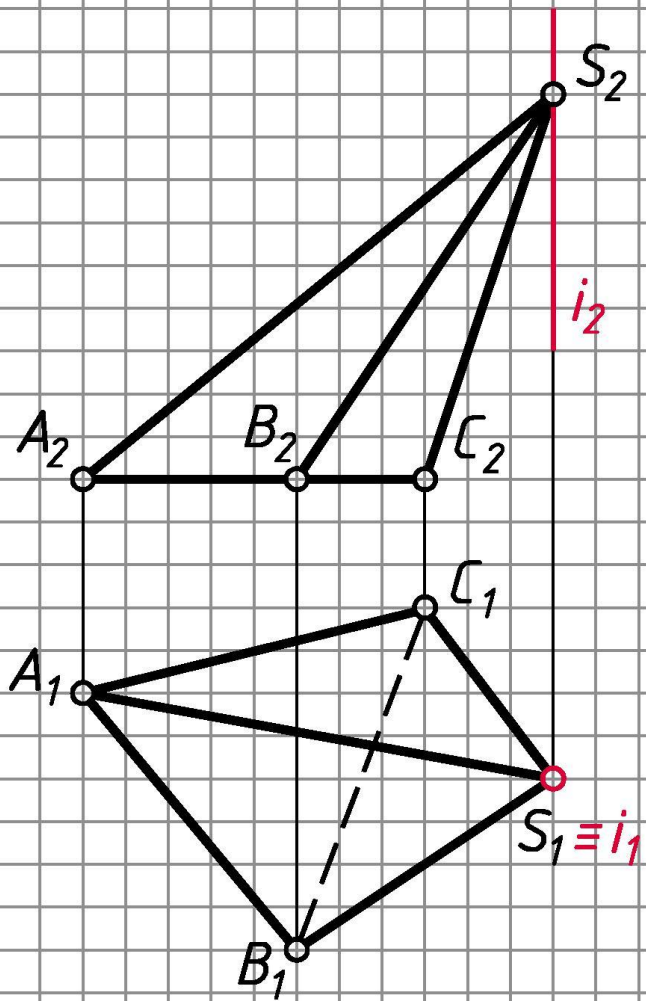
Для построения развертки боковой поверхности применяют следующие методы:

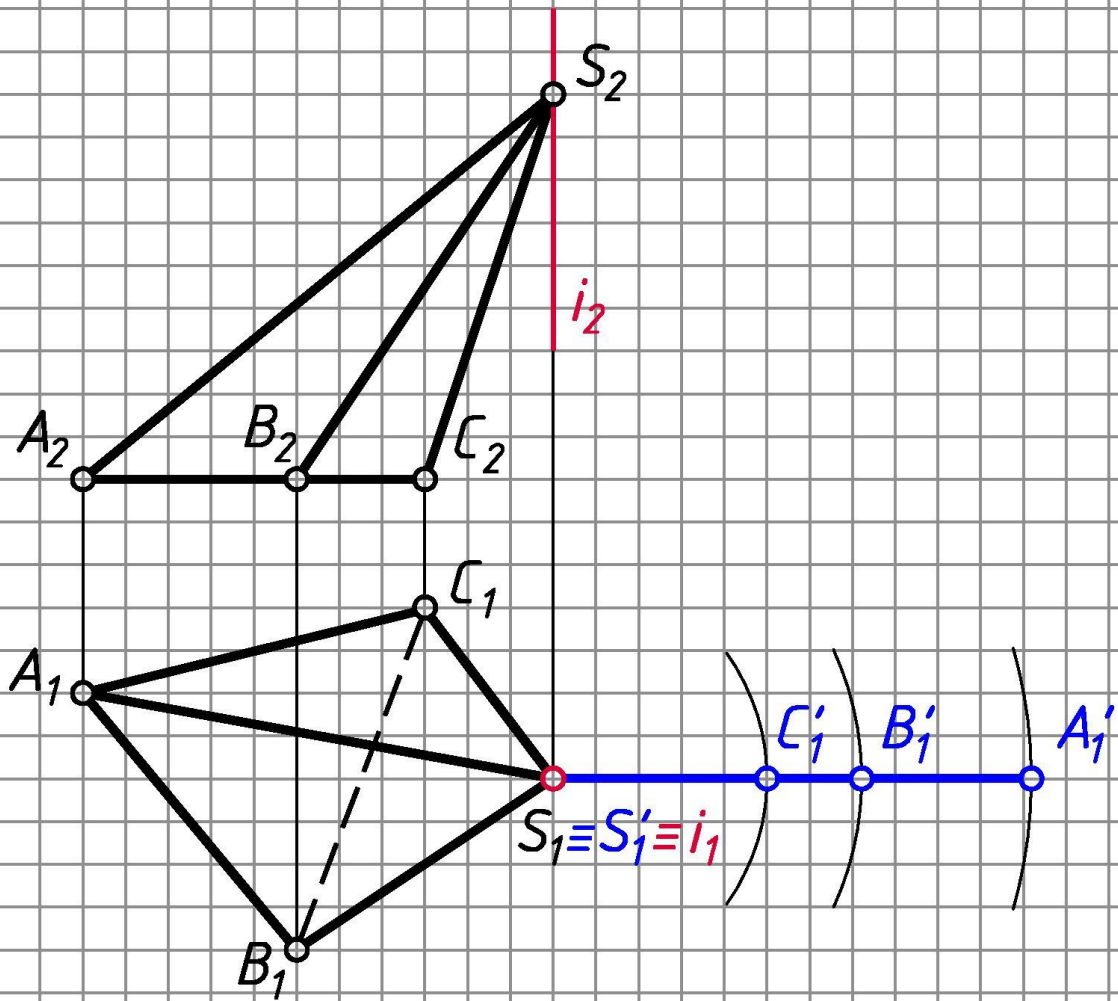
1. Метод треугольников (триангуляции) (для пирамид);
2. Метод раскатки (вращают грани призмы последовательно вокруг одного ребра до совмещения с плоскостью чертежа – получают боковые ребра призмы и основания в натуральную величину);
3. Метод перпендикулярного (нормального) сечения.

## МЕТОД ТРЕУГОЛЬНИКА

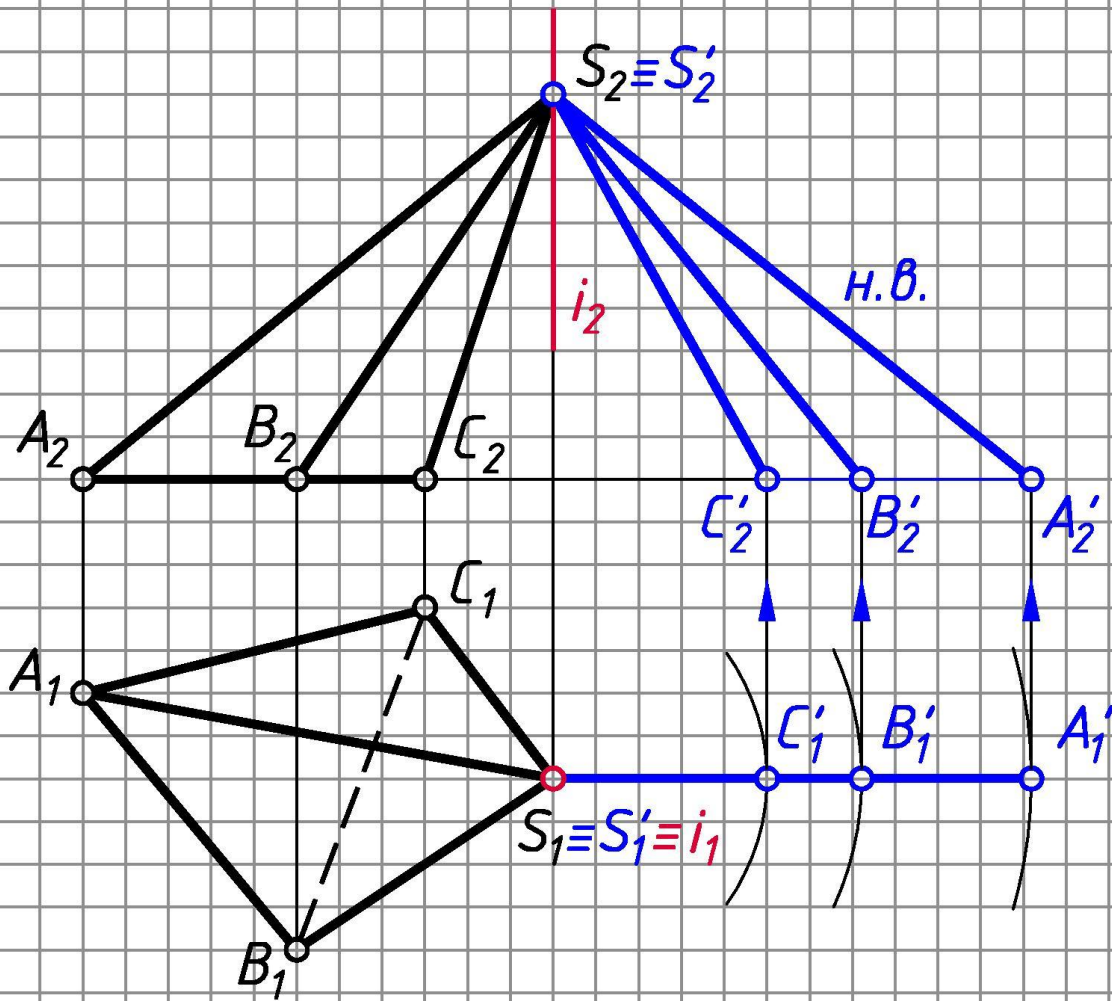
1. Определяем н.в. всех ребер пирамиды вращением вокруг гор.-проец. оси  $i$  ( $i_1; i_2$ ).  $S'_2A'_2; S'_2B'_2; S'_2C'_2$  – н.в. Т.к.  $ABC$  – пл. гор. уровня, то  $A_1B_1C_1$  – н.в.
2. На свободном поле чертежа отмечаем точку  $S_0$  и через нее проводим произвольную линию.
3. От  $S_0$  на линии откладываем н.в. ребра  $SC = |S'_2C'_2|$ .
4.  $A_0 = \text{Окр. (ц. } S_0; R^1 = |S'_2A'_2|) \cap \text{Окр. (ц. } C_0; R^2 = |A_1C_1|)$ .
5. Аналогичным образом определяем другие точки.
6. Линии сгиба показываем штрихпунктирной линией с двумя штрихами.
7. К развертке боковой поверхности пирамиды пристраиваем н.в. основания.

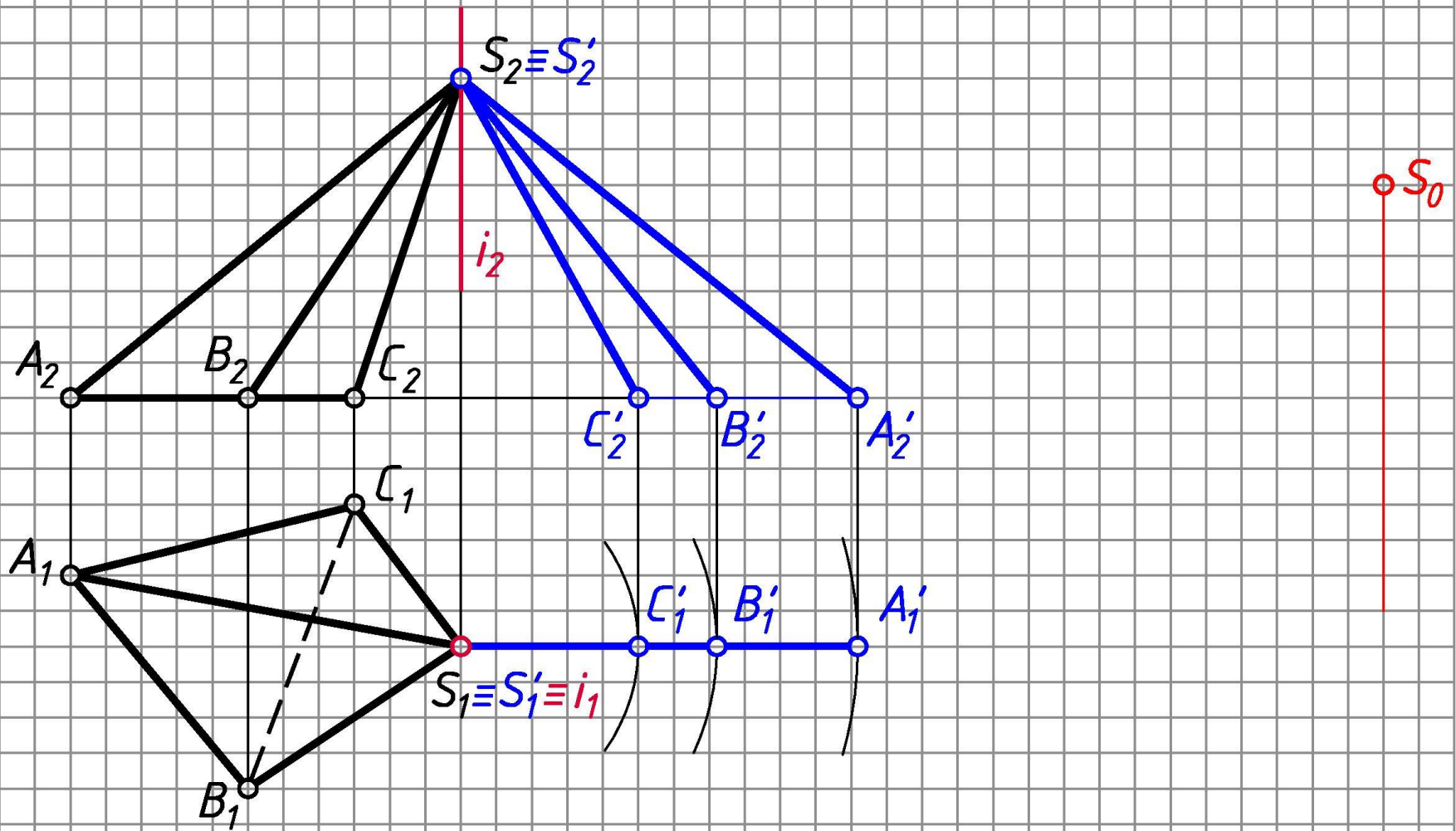


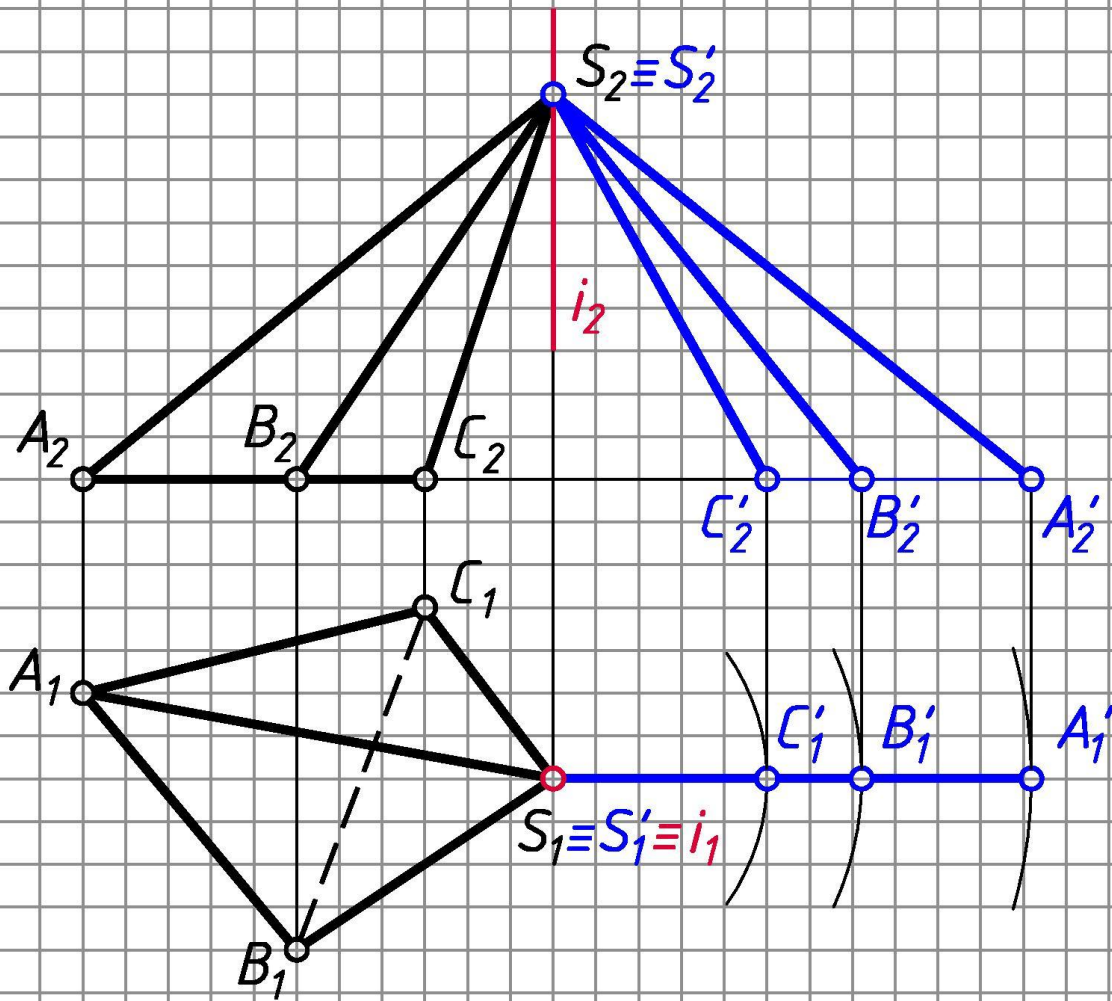




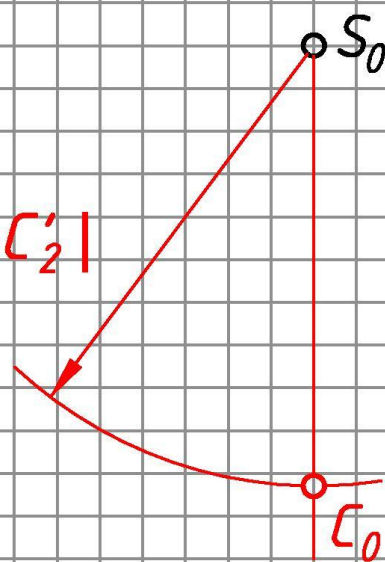


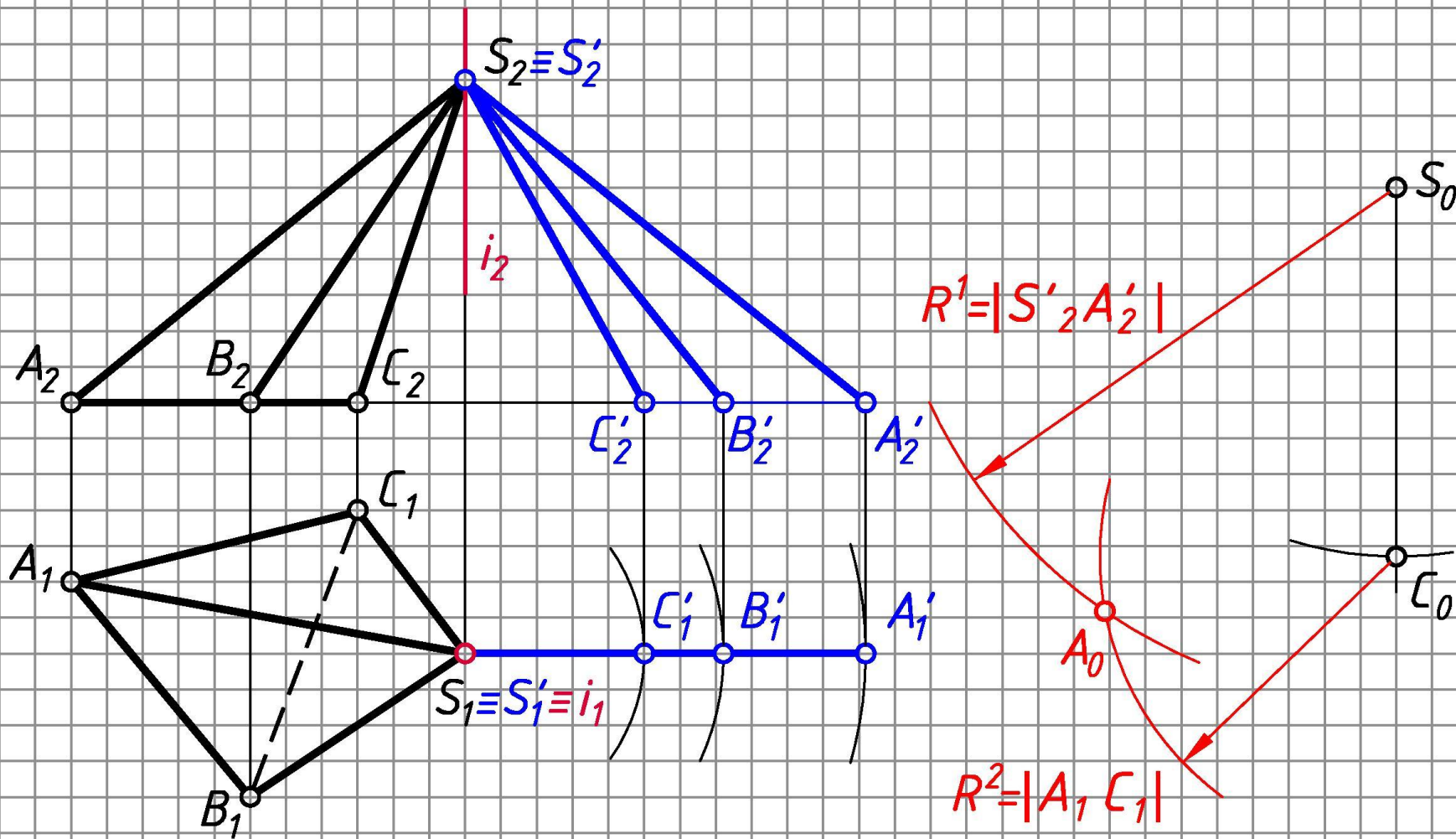


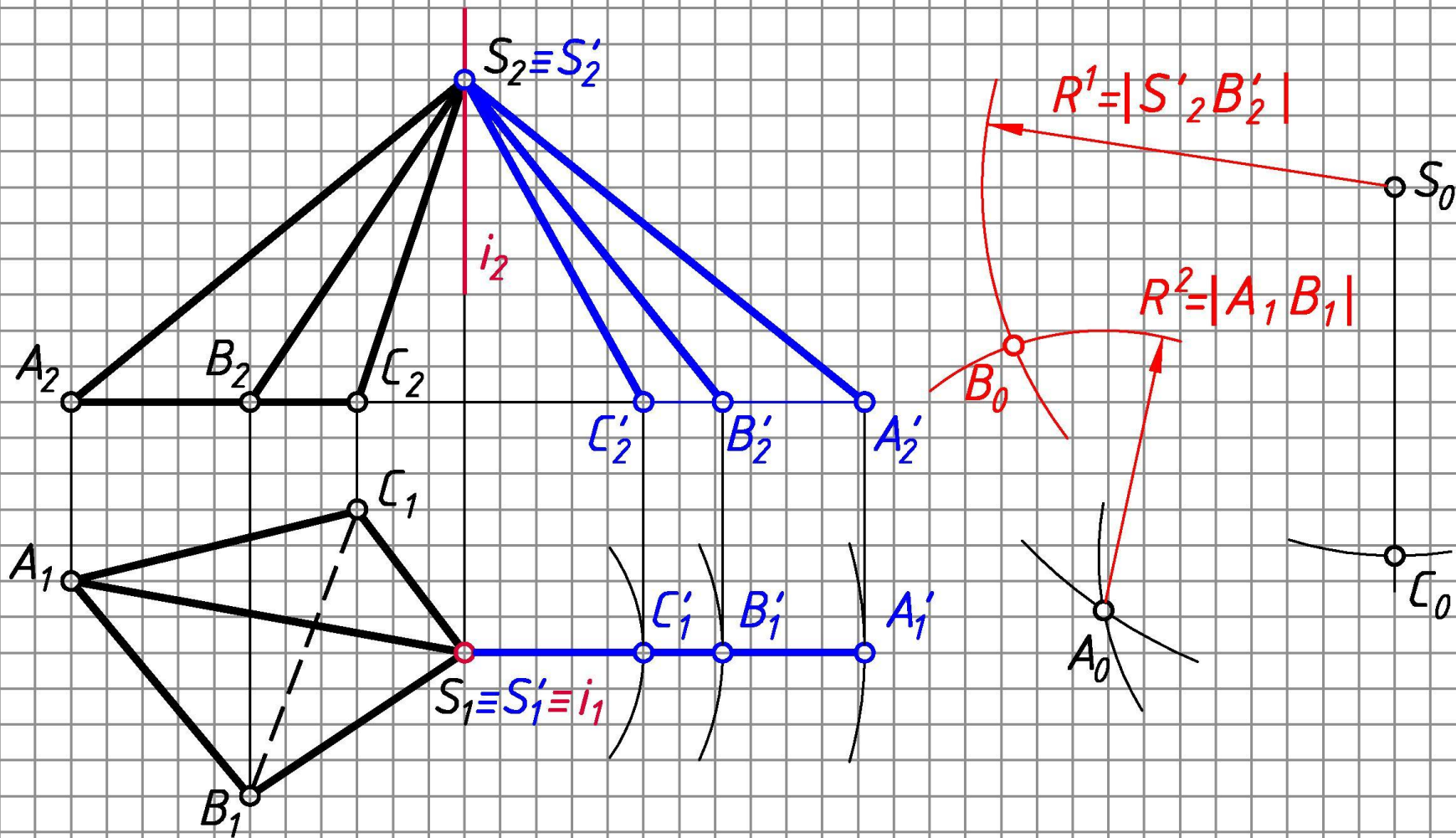


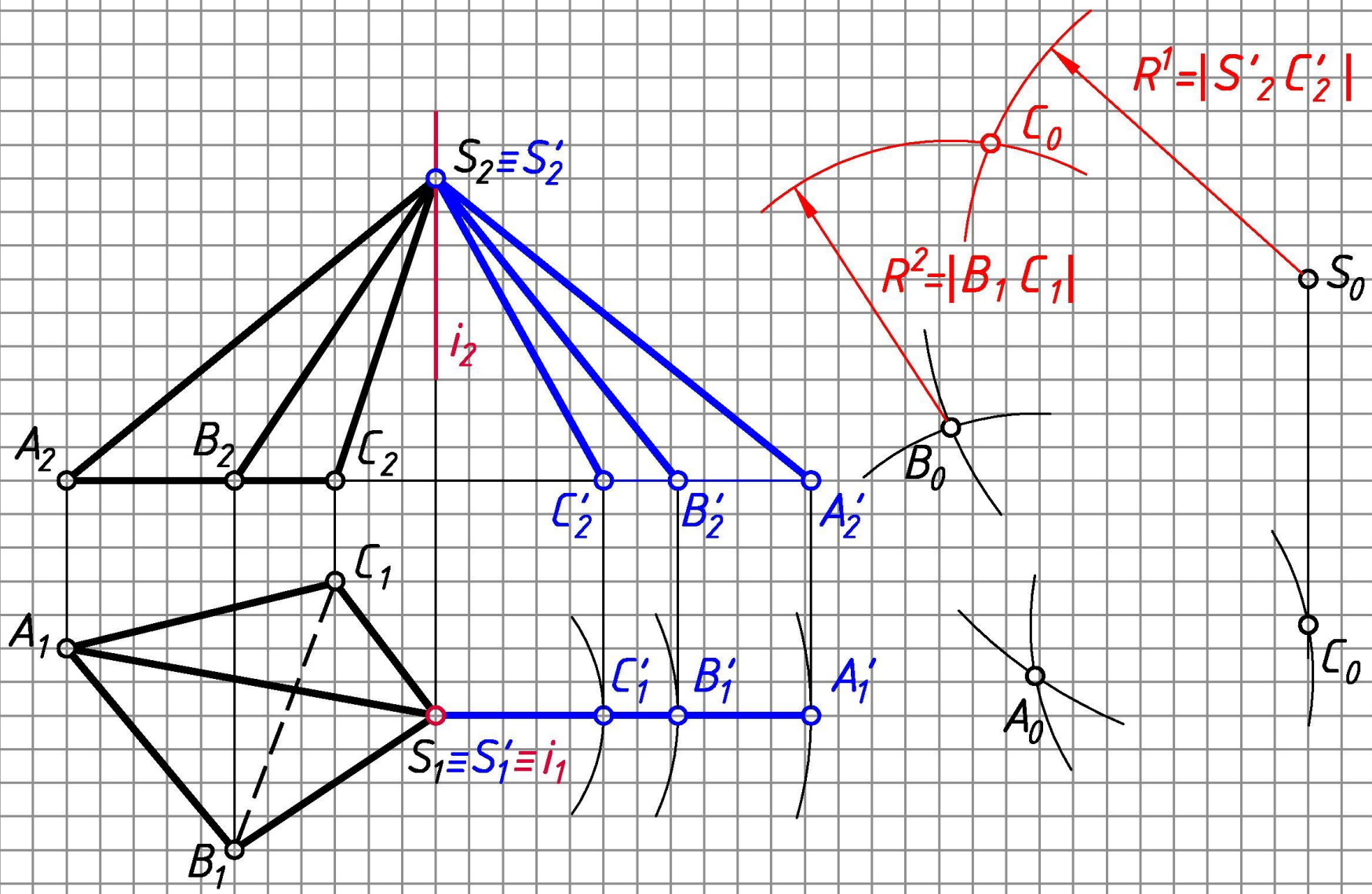


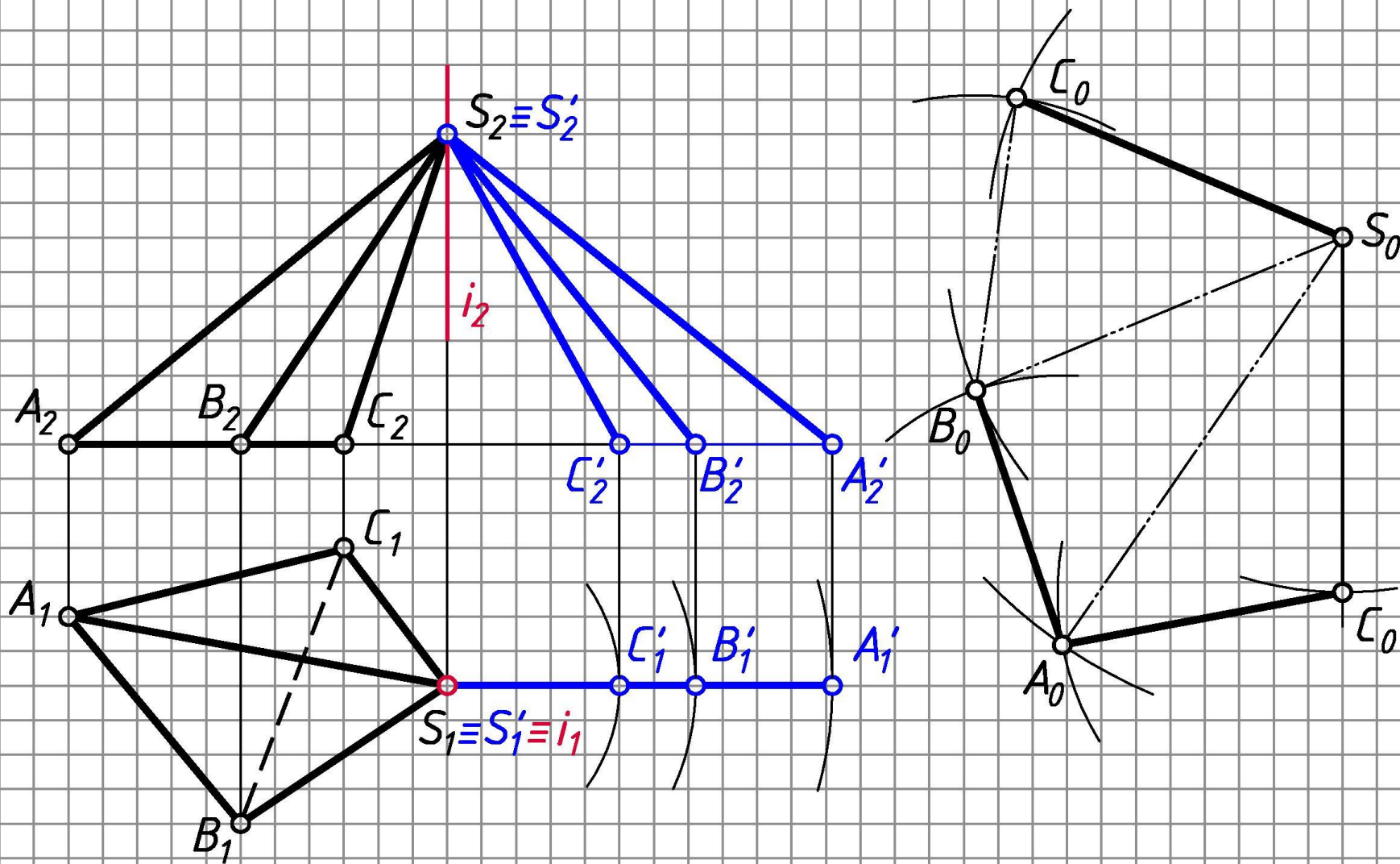
$$R^1 = |S_2' C_2'|$$

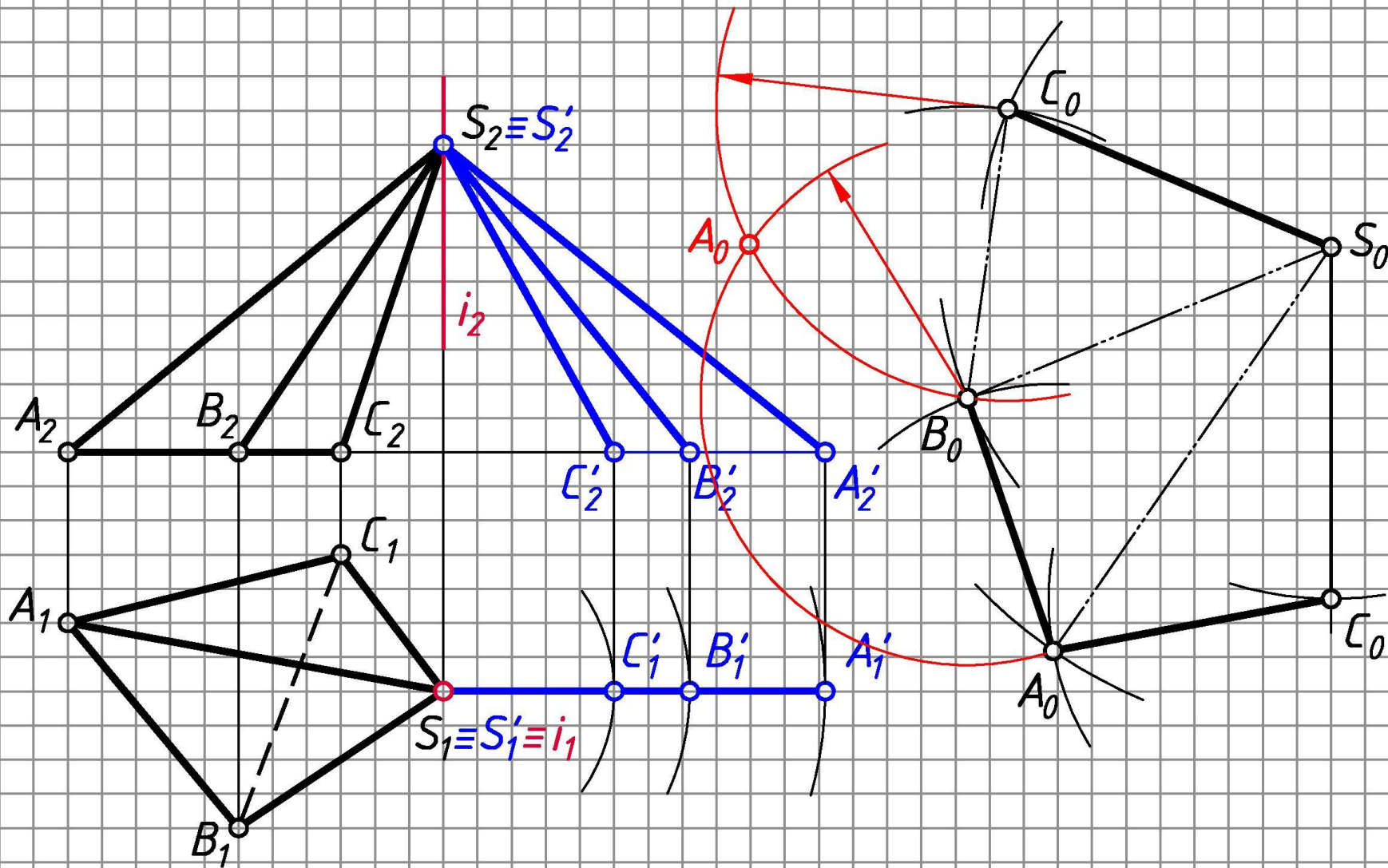




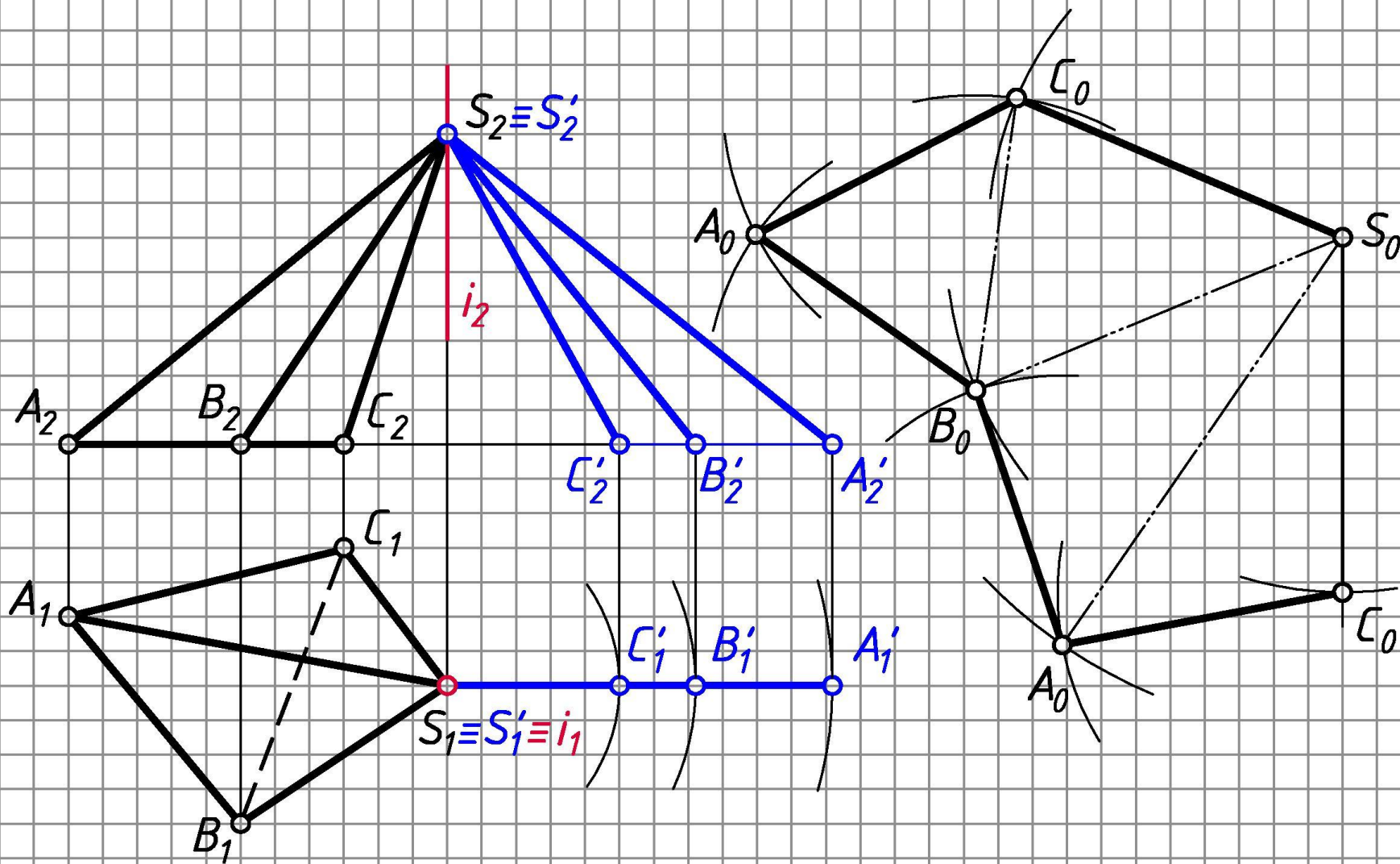






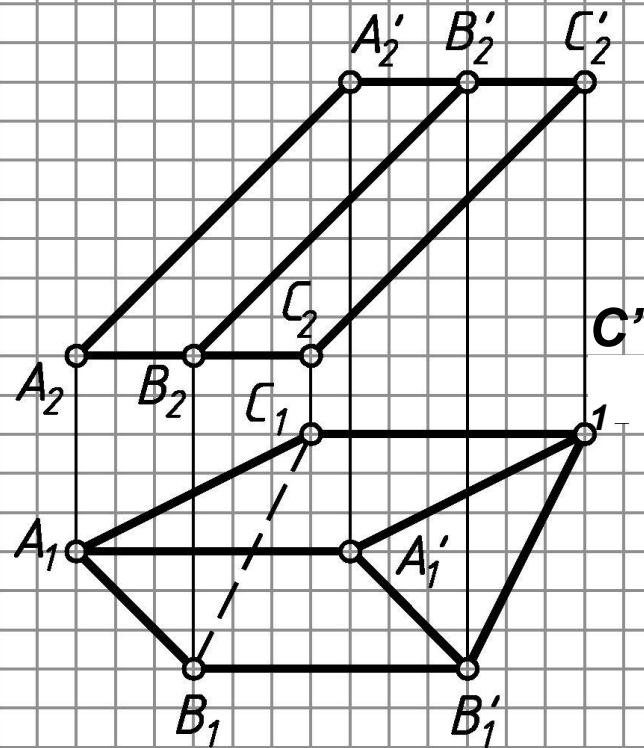


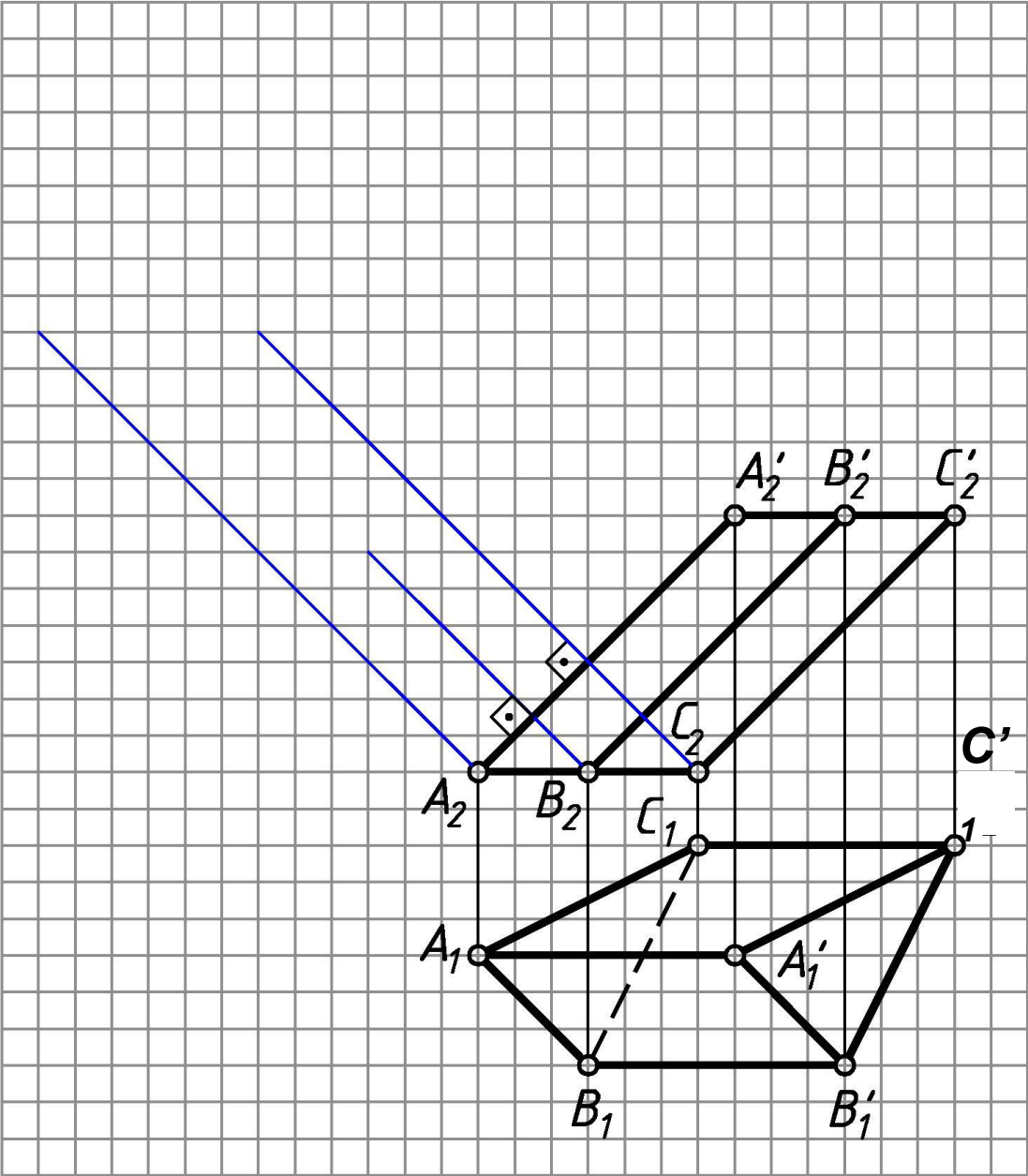


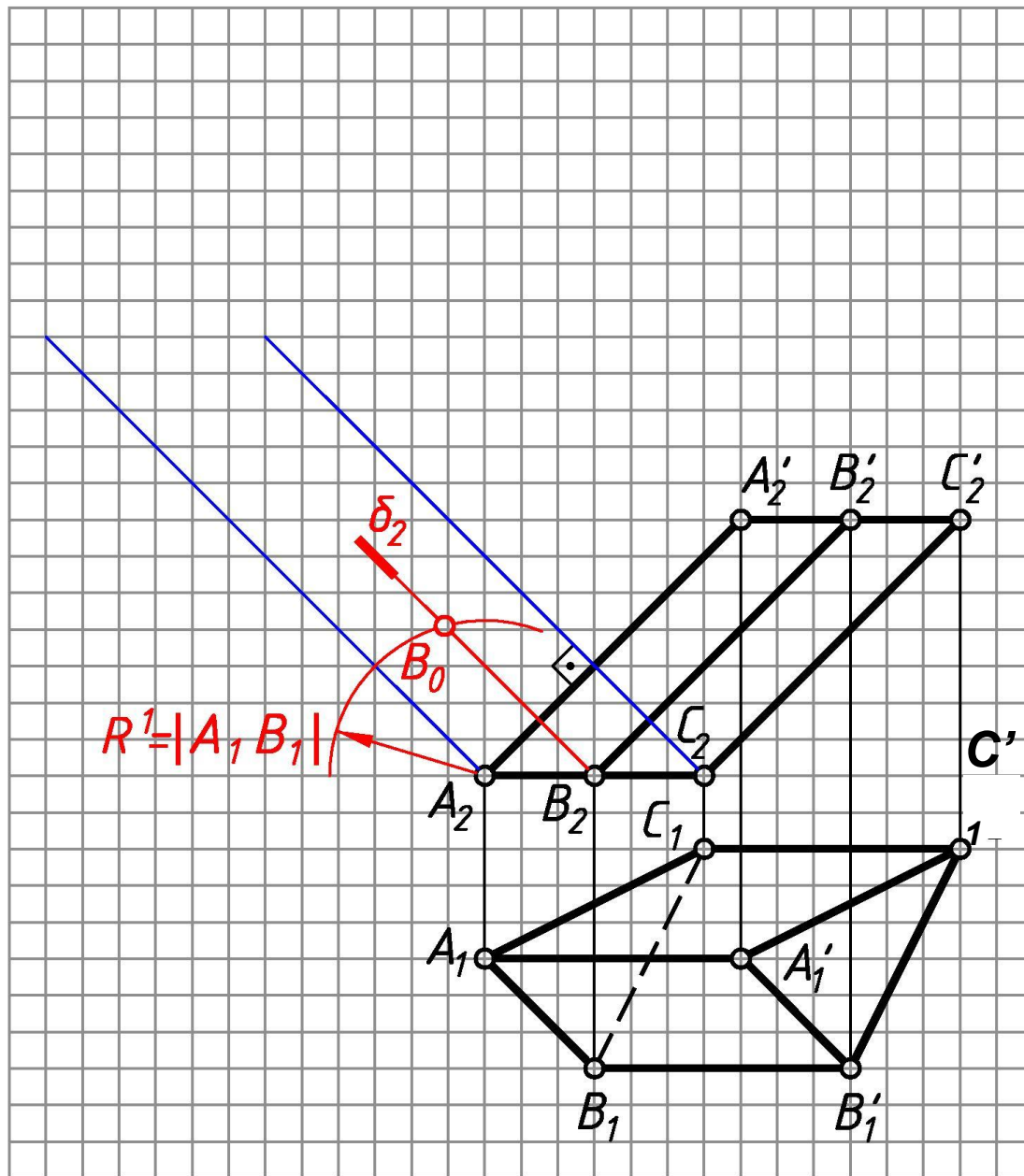


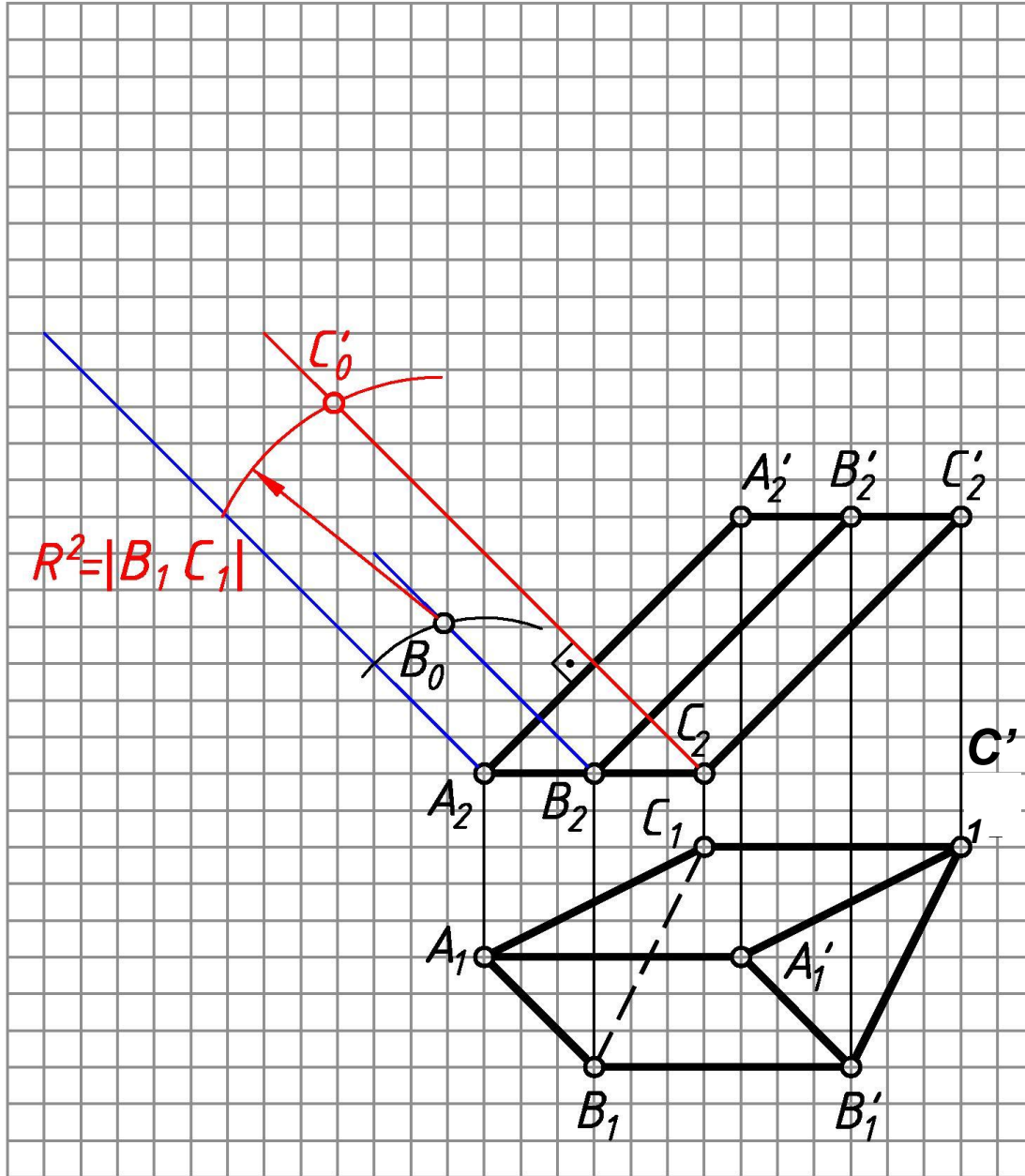
## МЕТОД РАСКАТКИ

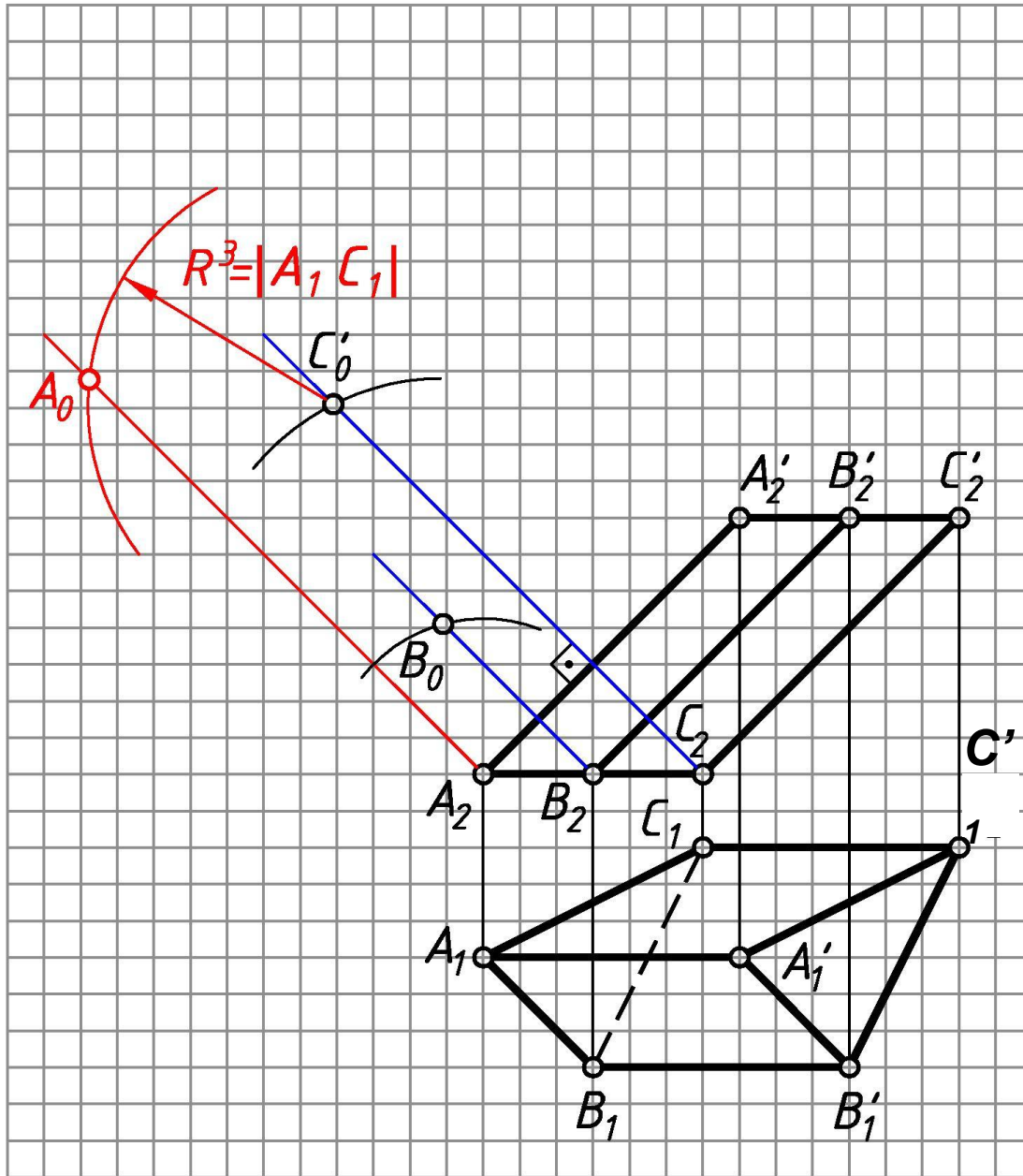
- 1.  $A_2A'_2; B_2B'_2; C_2C'_2$  – н.в., т.к.  $AA', BB', CC'$  – прямые фронт. уровня. Т.к.  $ABC$  – пл. гор. уровня, то  $A_1B_1C_1$  – н.в.**
- 2. Из проекций  $A_2, B_2, C_2$  проводим плоскости вращения,  $\perp$ -но  $A_2A'_2$ .**
- 3. Последовательно вращаем т.  $B$ , до совмещения с пл. фронт. уровня, проходящей через ребро  $A_2A'_2$  (см. вращение вокруг следа плоскости):  $A_2A'_2$  - ось вращения,  $A_2$  – центр вращения;  $R^1 = |A_1B_1|$  - н.в. радиуса вращения. Вращаем т.  $B$  до пересечения с ее плоскостью вращения  $\delta_2$ .**
- 4. Другие точки строим аналогично.**
- 5.  $A_0A'_0 \parallel A_2A'_2; |A_0A'_0| = |A_2A'_2|;$**
- 6. Аналогично строим другие ребра призмы.**
- 7. К развертке боковой поверхности призмы пристраиваем основания**

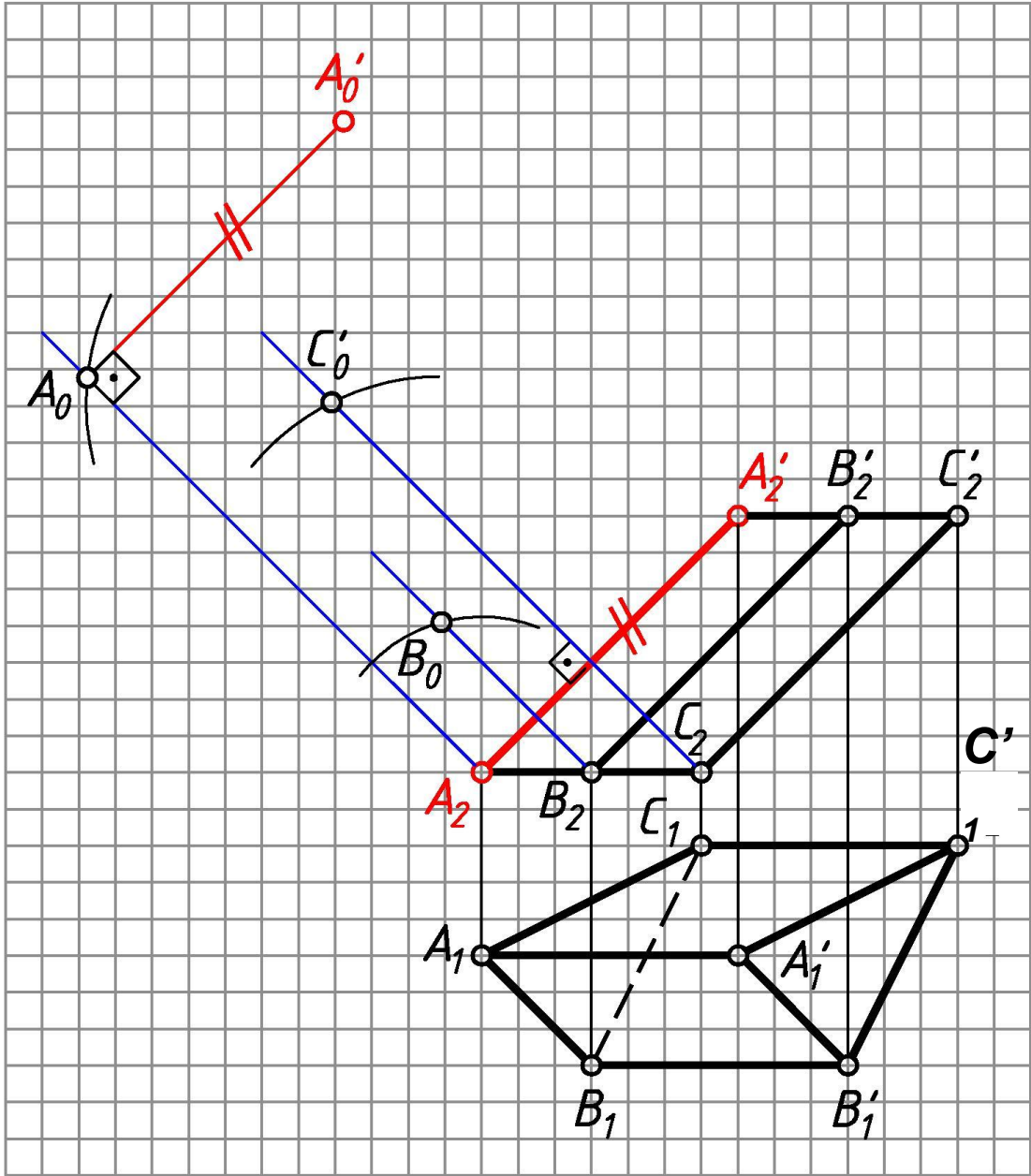




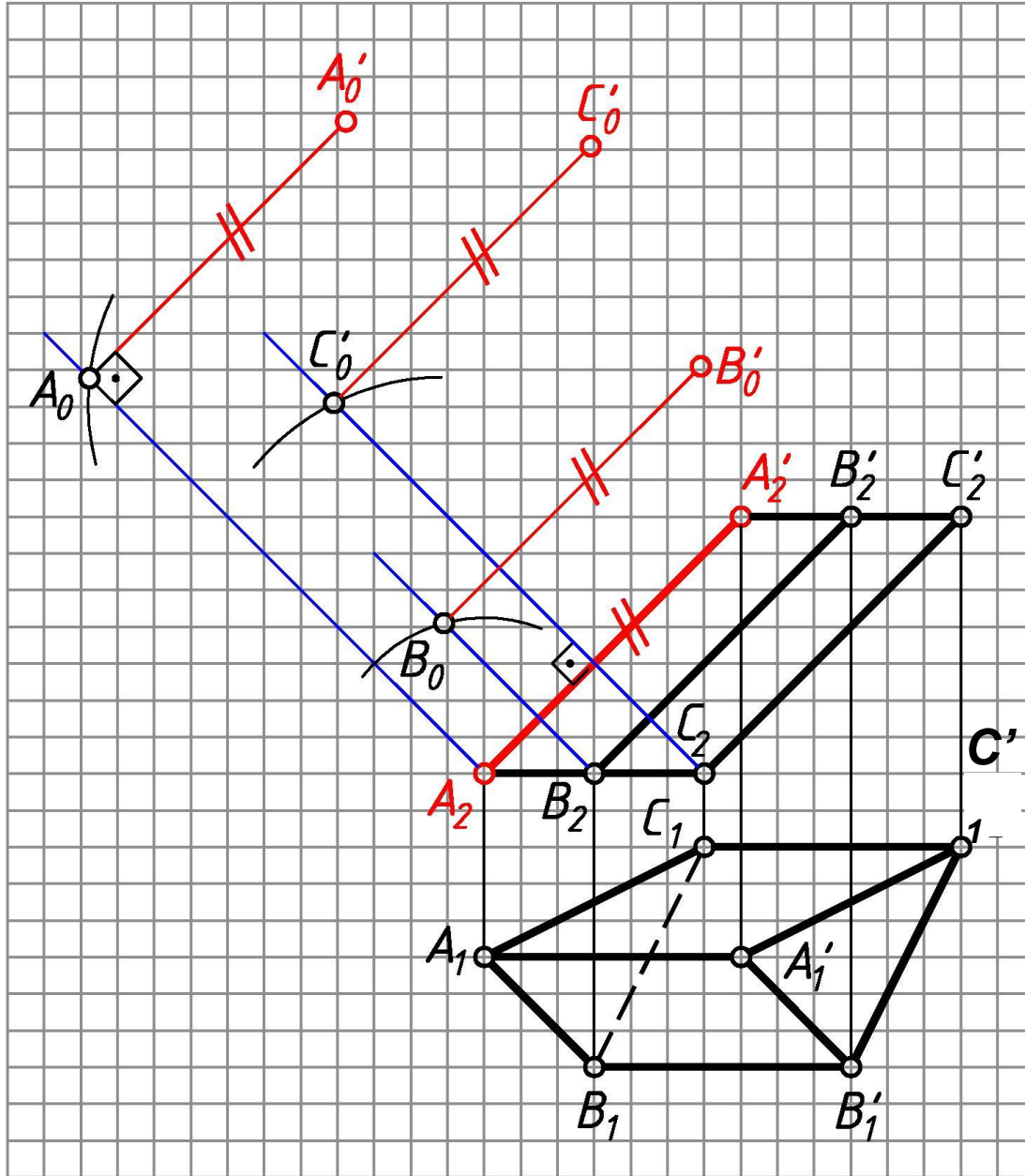


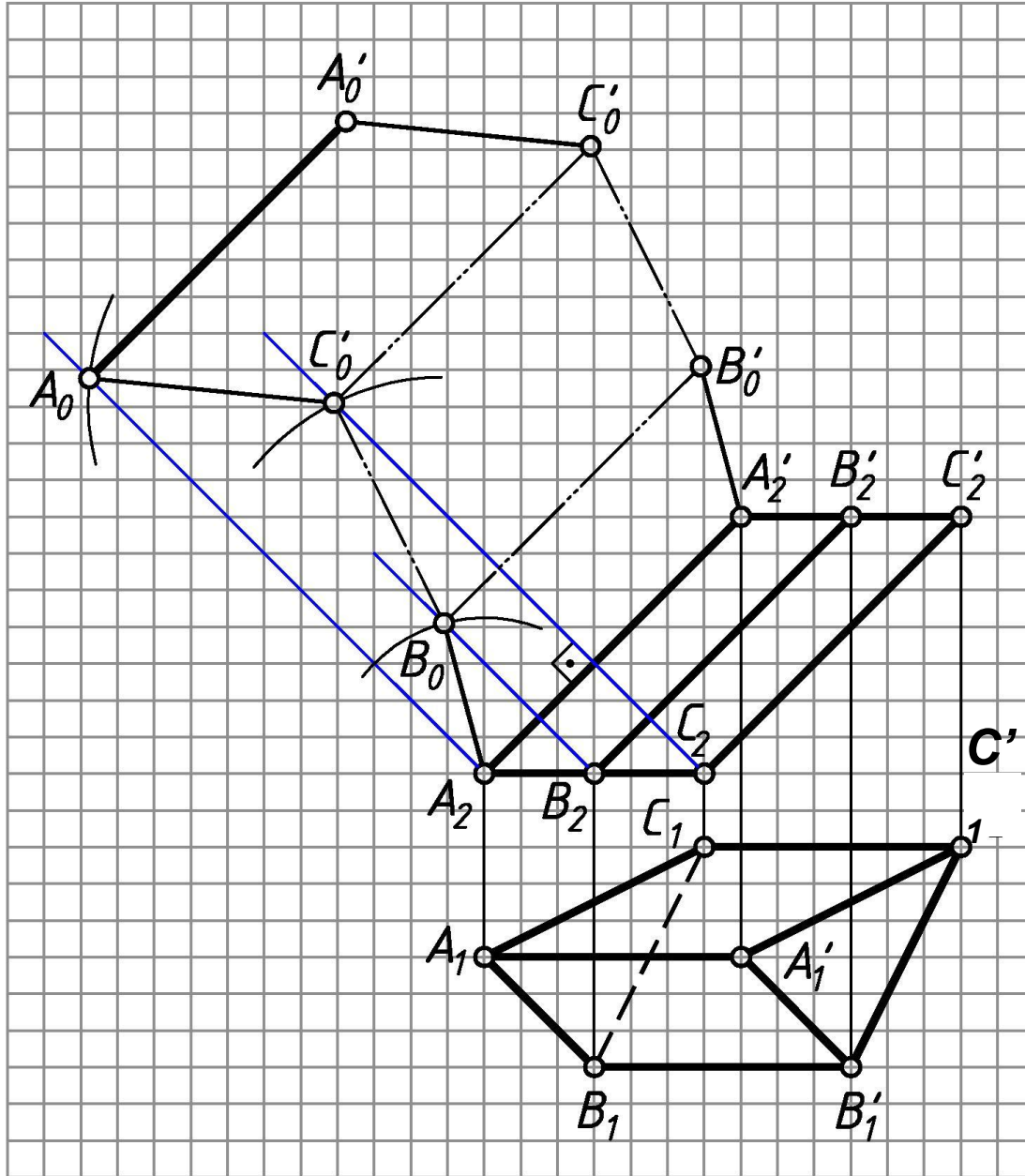


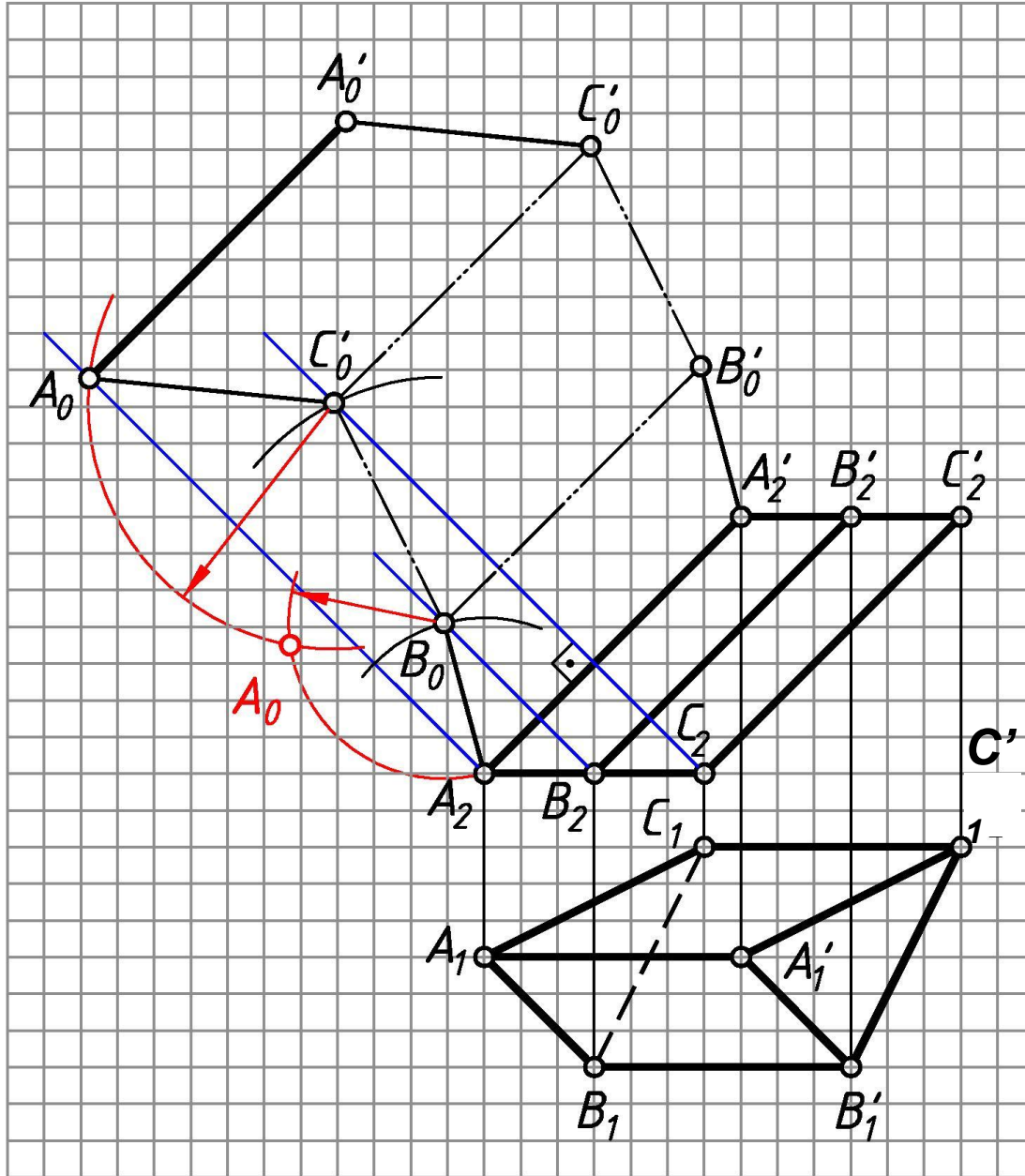


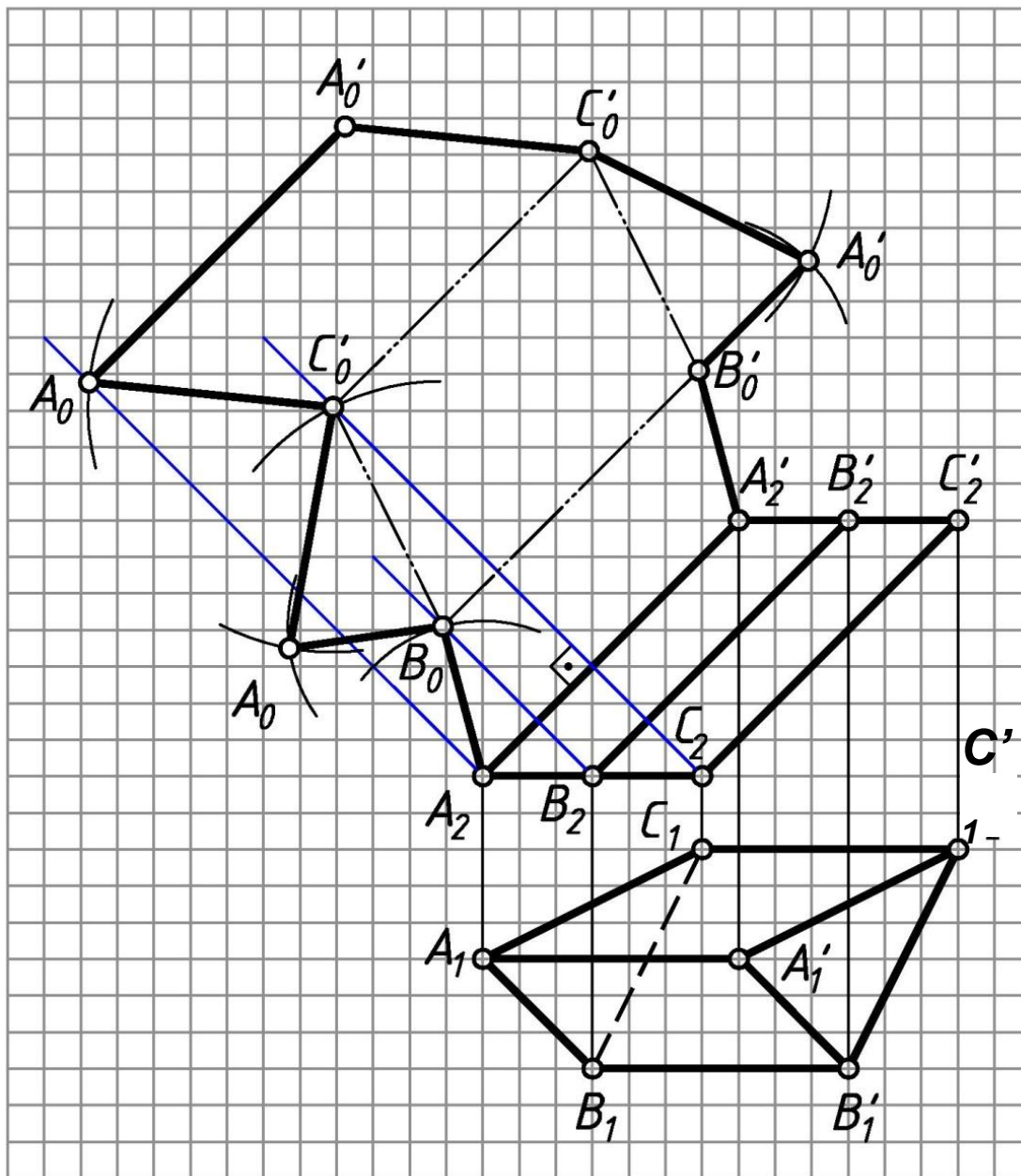






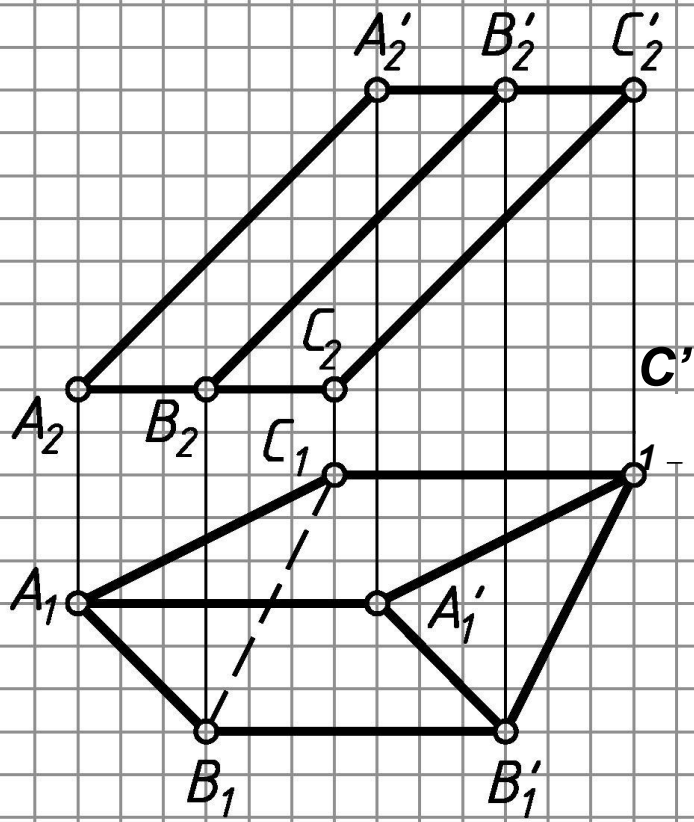


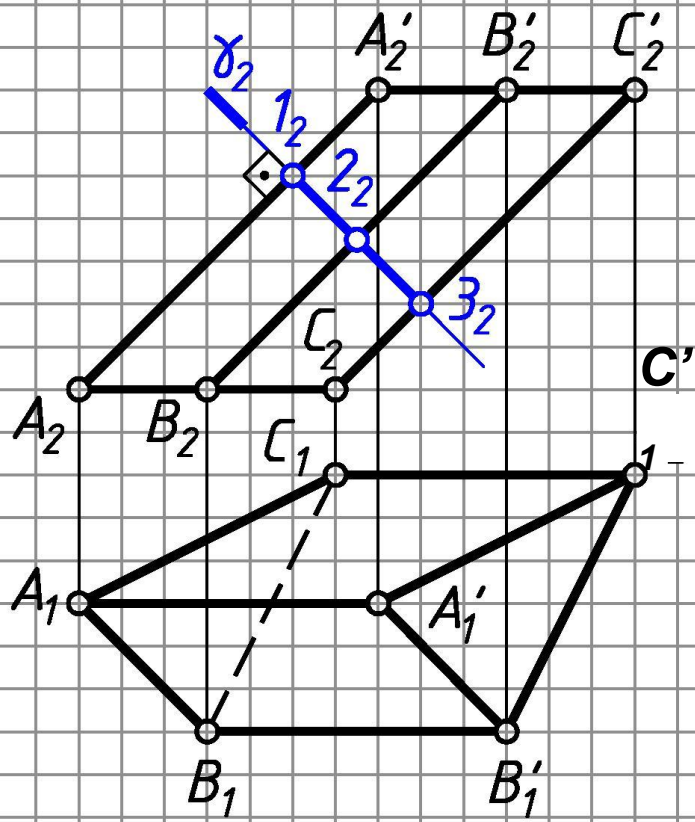


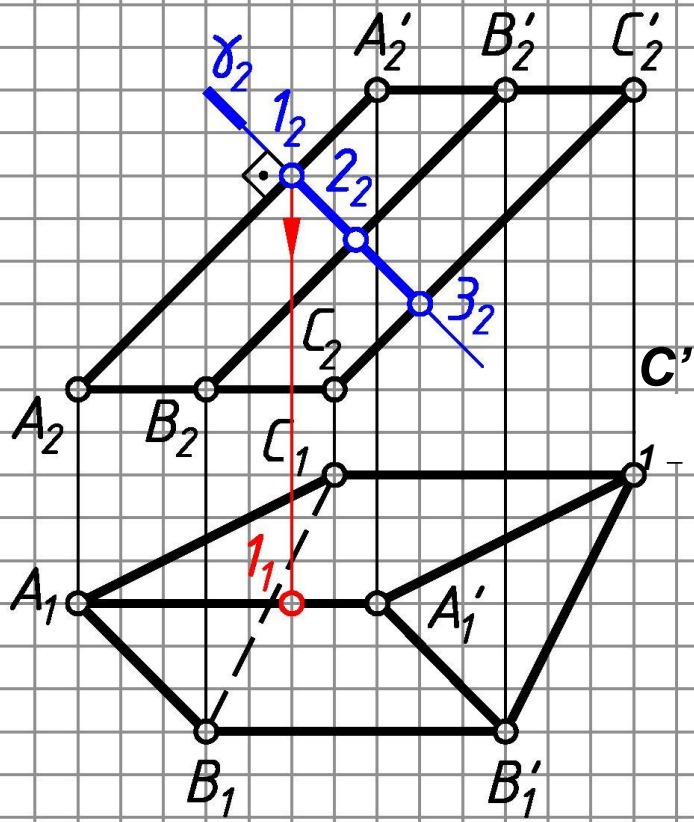


## МЕТОД ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОГО СЕЧЕНИЯ

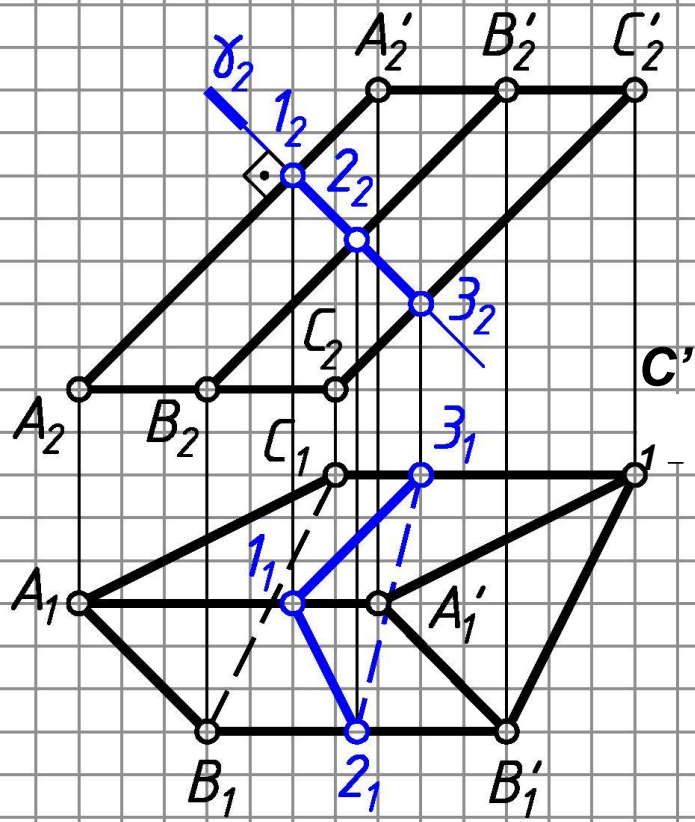
- 1.  $A_2A'_2; B_2B'_2; C_2C'_2$  – н.в.,  $A_1B_1C_1$  – н.в.**
- 2. Проводим произвольно фронт.-проец. пл.  $\gamma - \gamma_2 \perp A_2A'_2$ .**
- 3.  $123$  – линия пересечения  $\gamma$  с призмой.**
- 4. Определяем н.в.  $123$  способом плоскопараллельного перемещения.  $1'_12'_13'_1$  – н.в.  $123$ .**
- 5. Проводим на свободном поле чертежа горизонтальную линию и откладываем на ней действительные величины всех сторон перпендикулярного сечения.**
- 6. Из точек  $1_0, 2_0, 3_0$  проводим вертикальные линии, на ктр. последовательно откладываем  $1_0A_0 = |1_2A_2|$  и  $1_0A'_0 = |1_2A'_2|$ .**
- 7. Аналогично строим другие ребра призмы.**
- 8. К развертке боковой поверхности призмы пристраиваем основания**

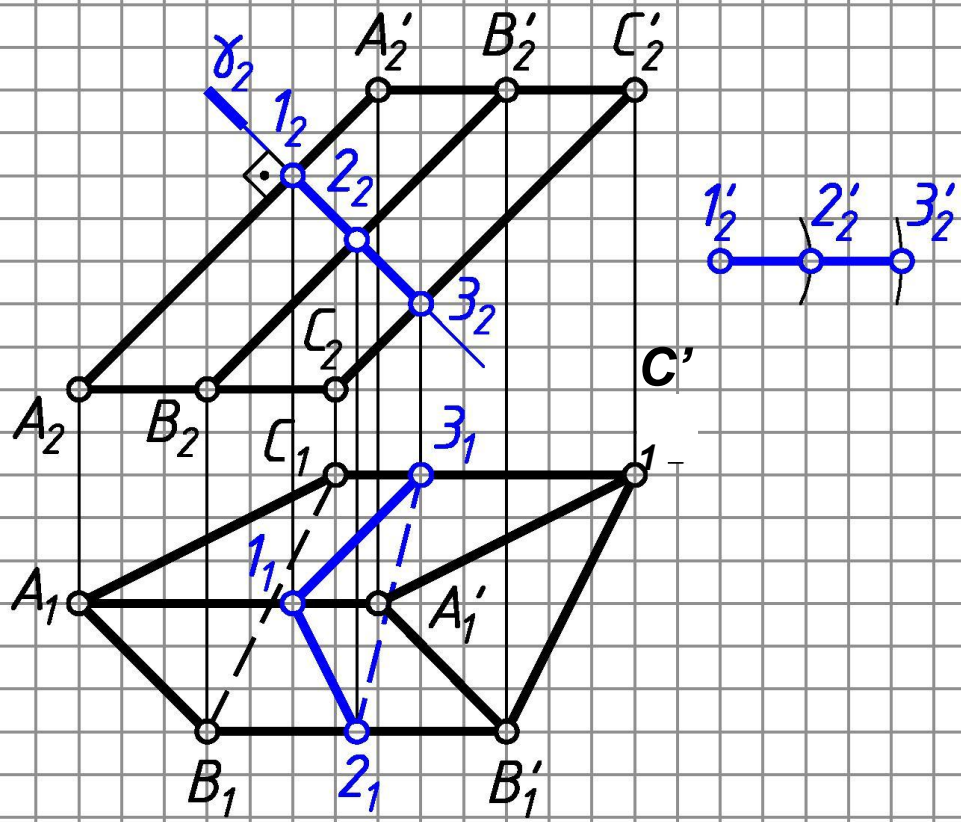


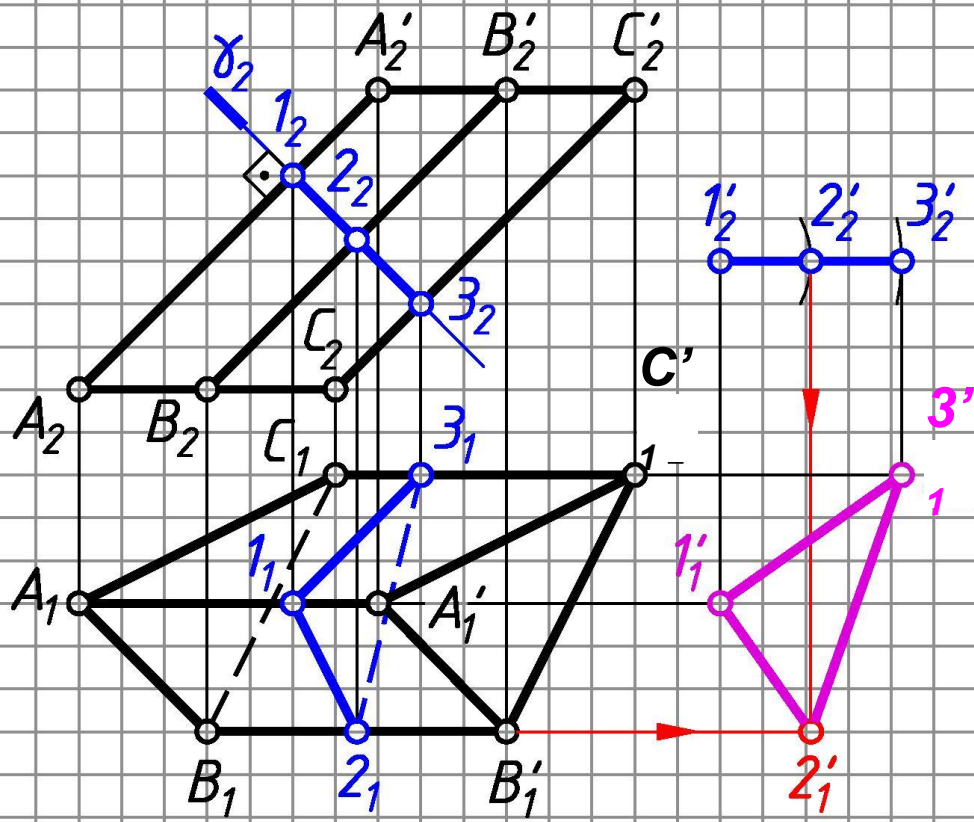


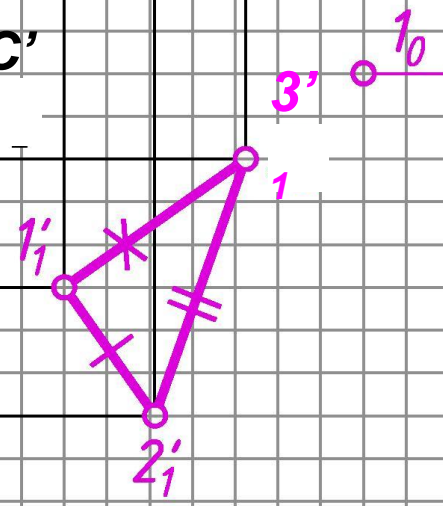
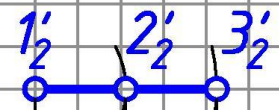
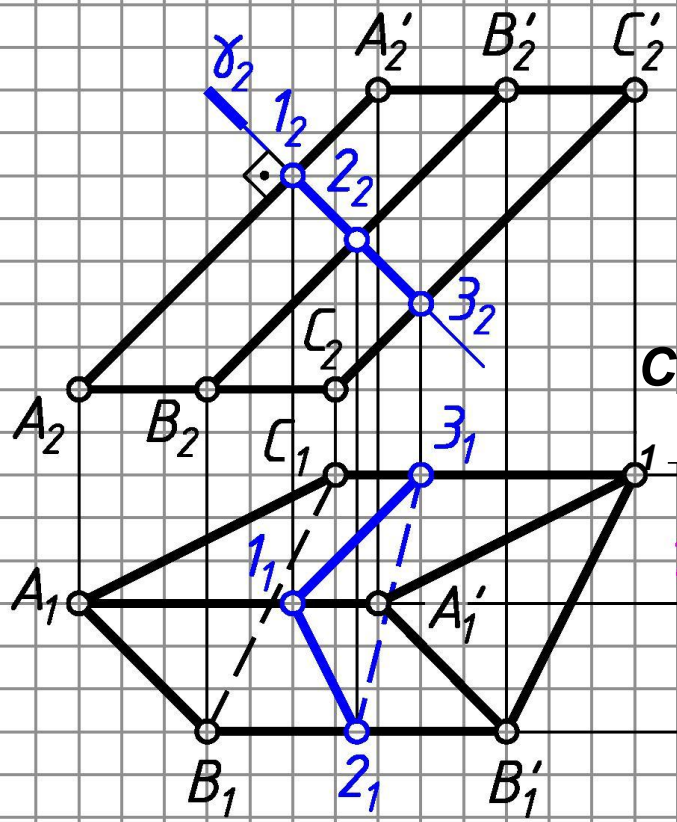


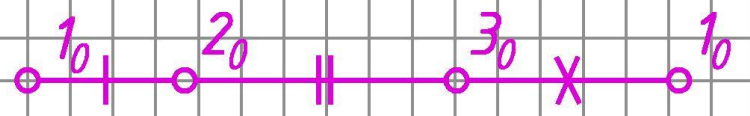
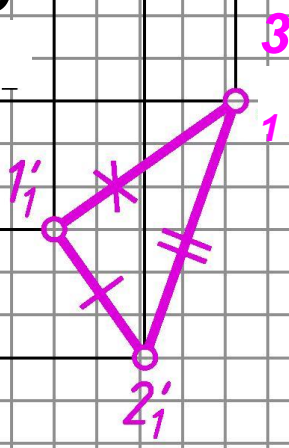
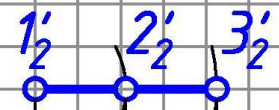
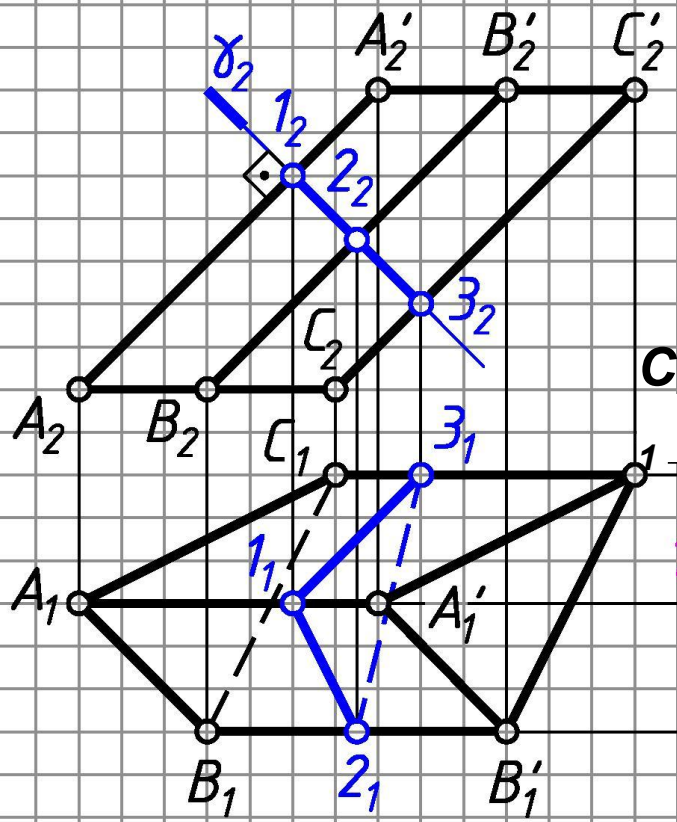


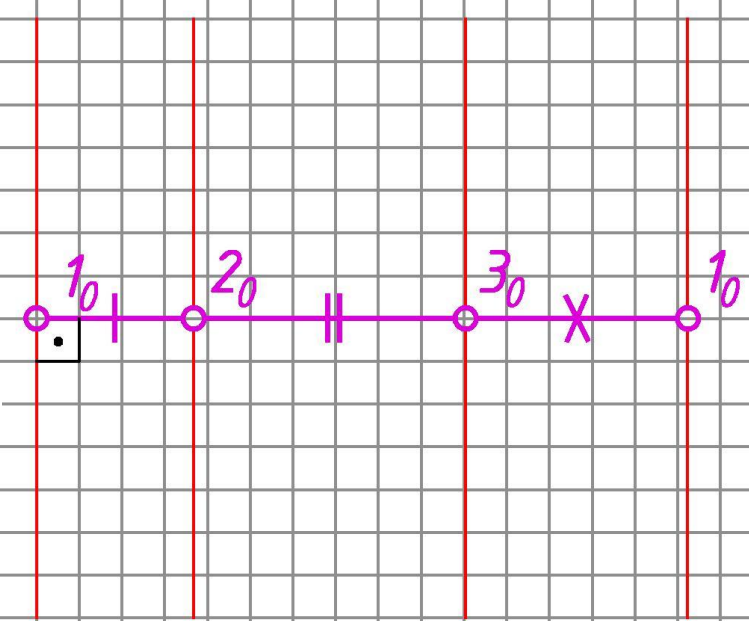
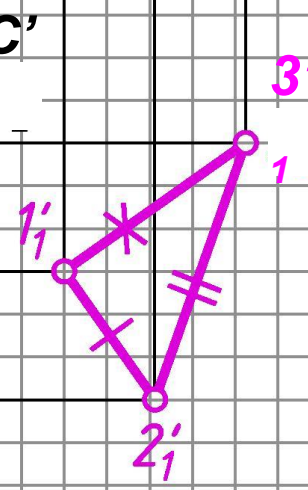
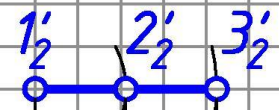
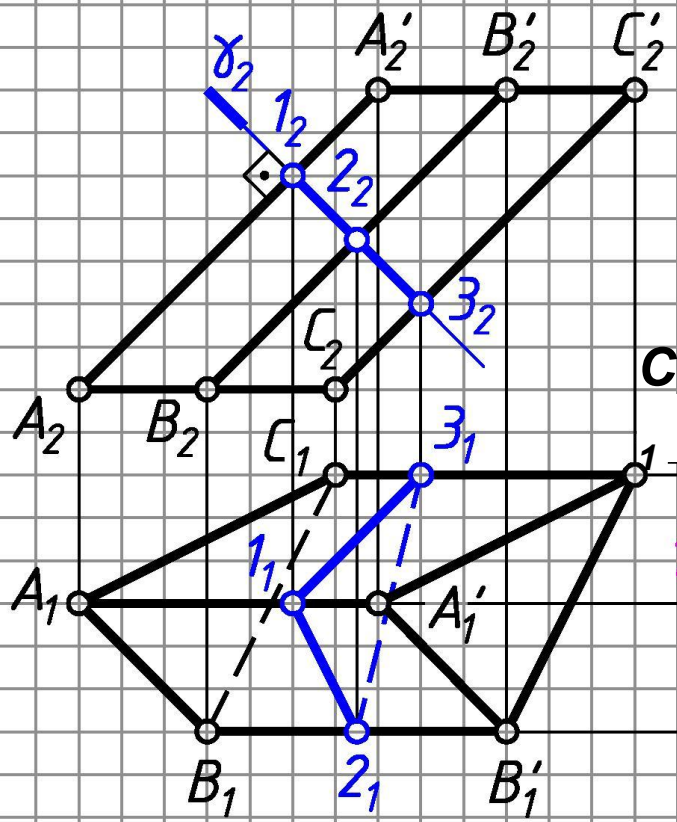


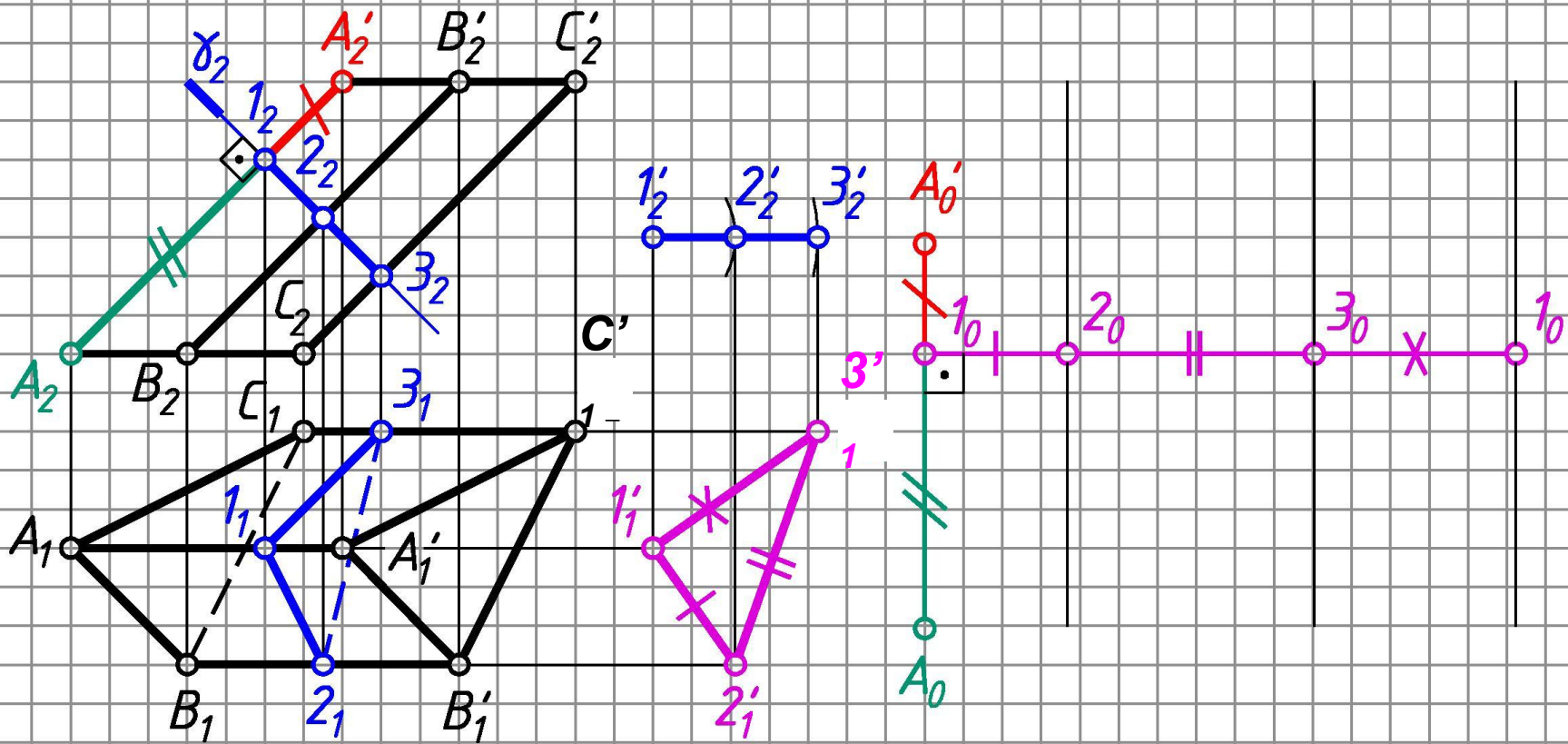


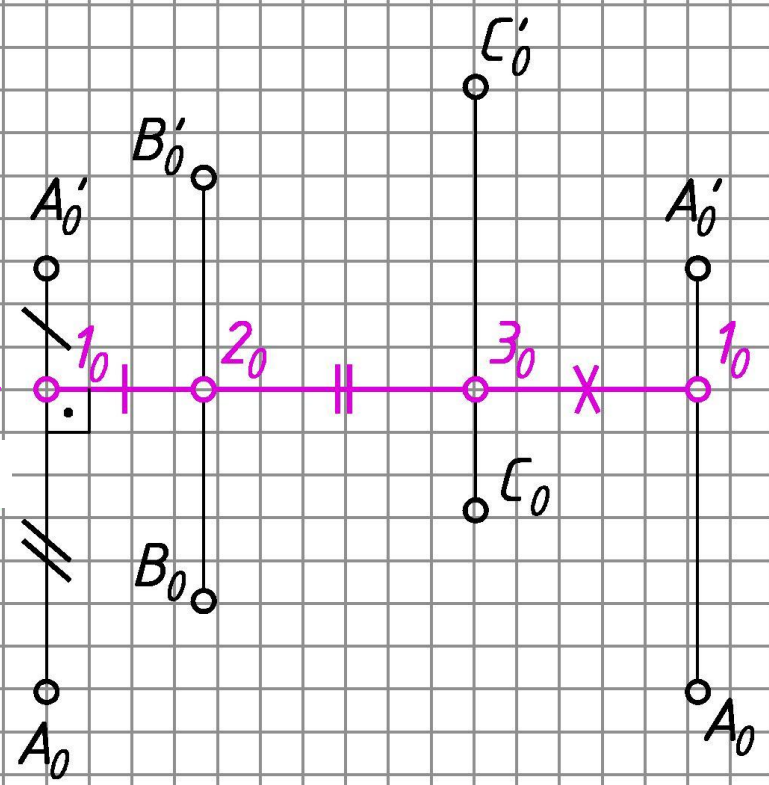
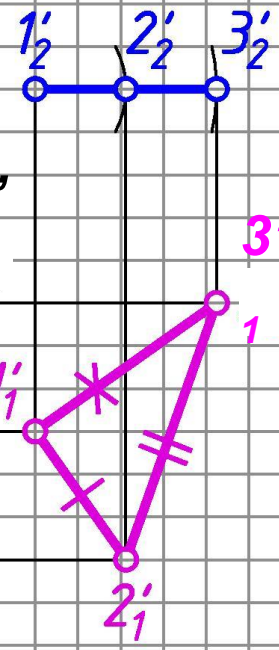
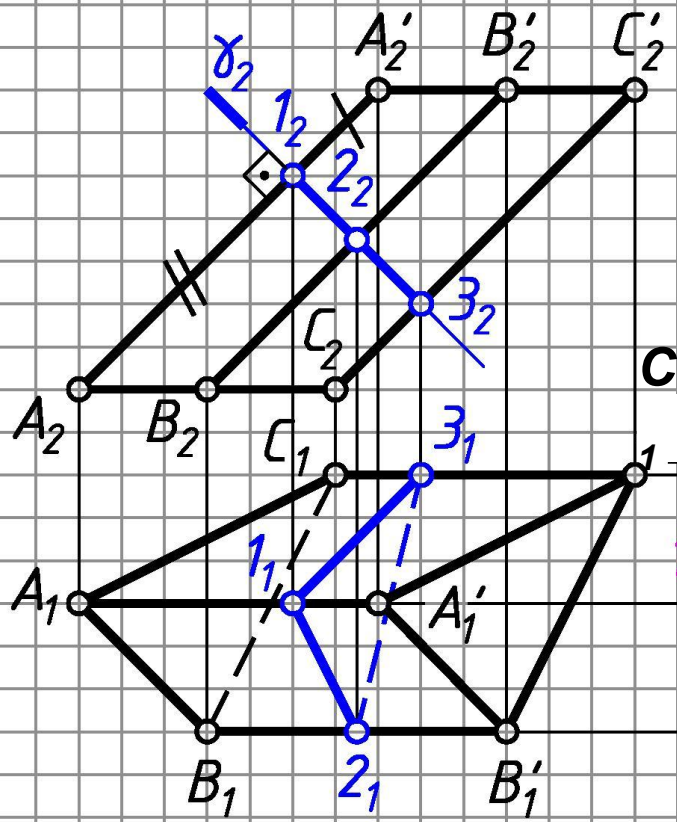




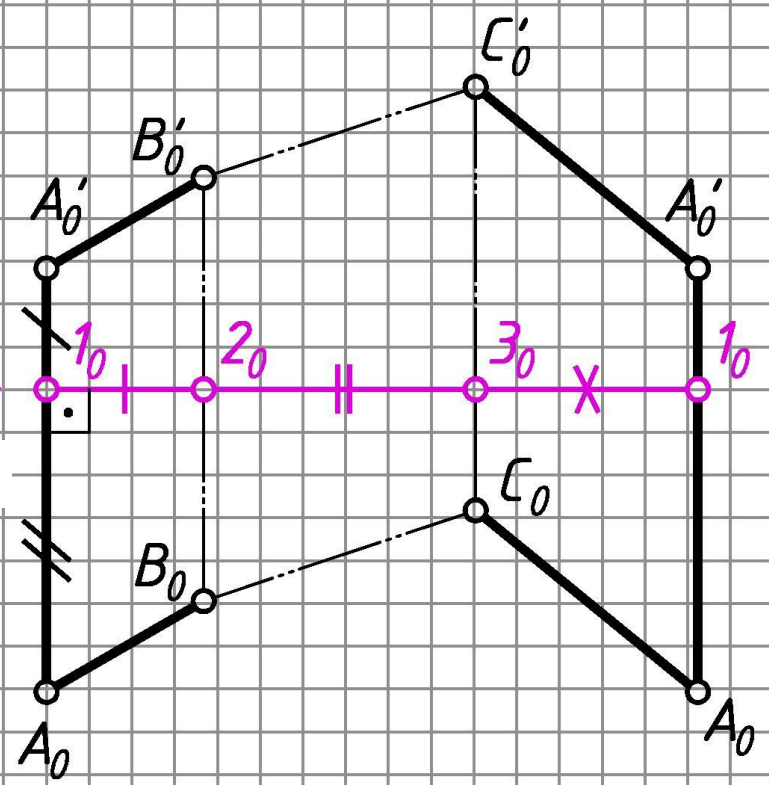
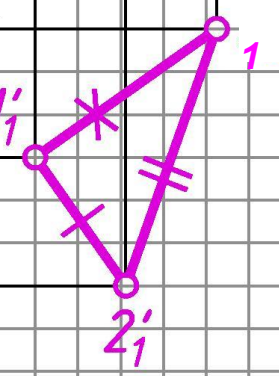
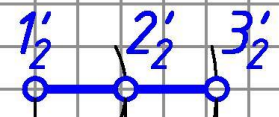
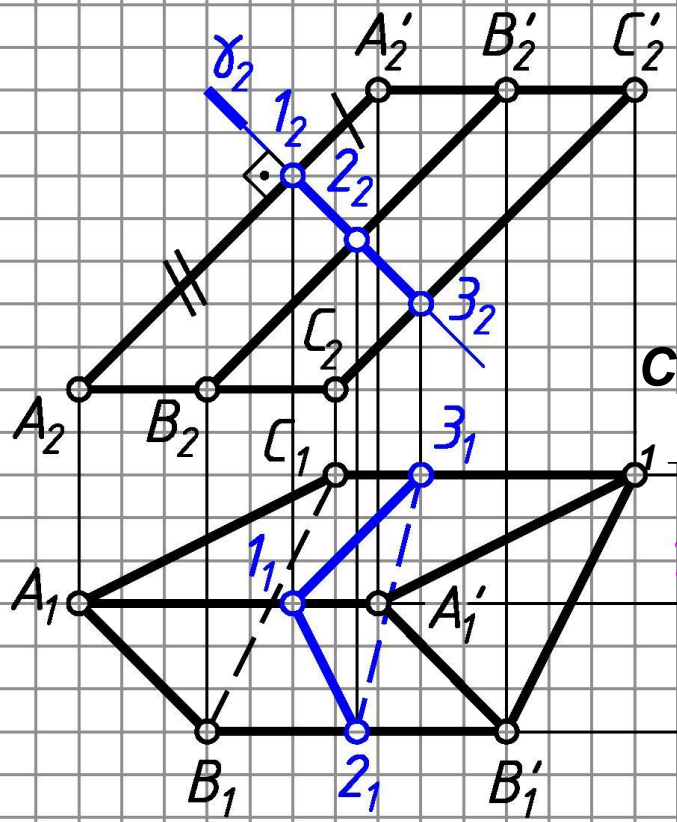


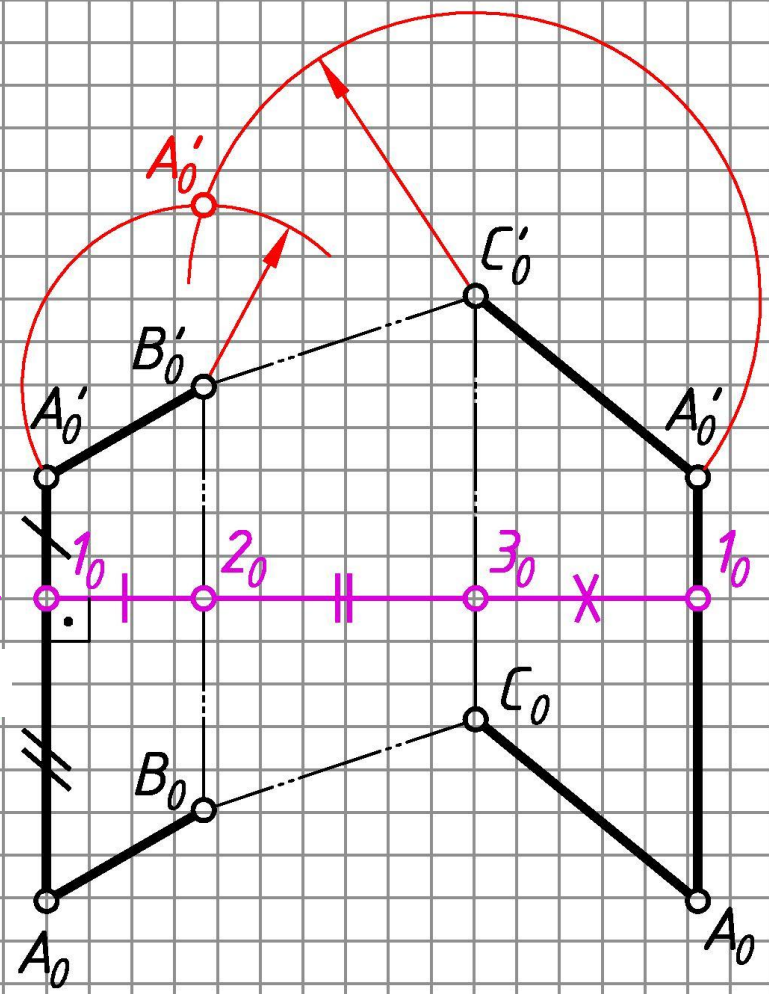
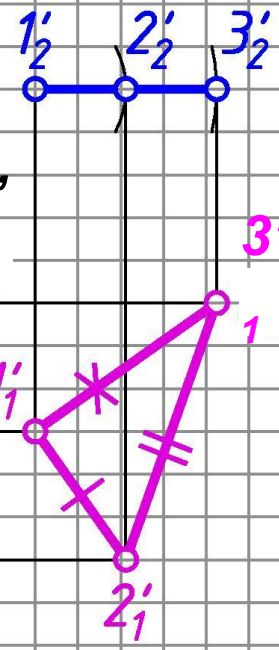
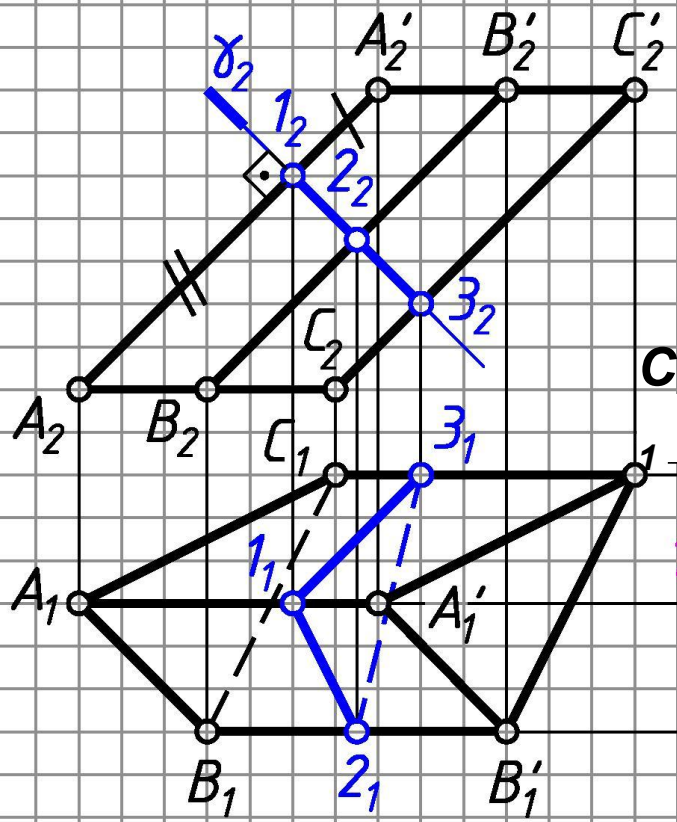


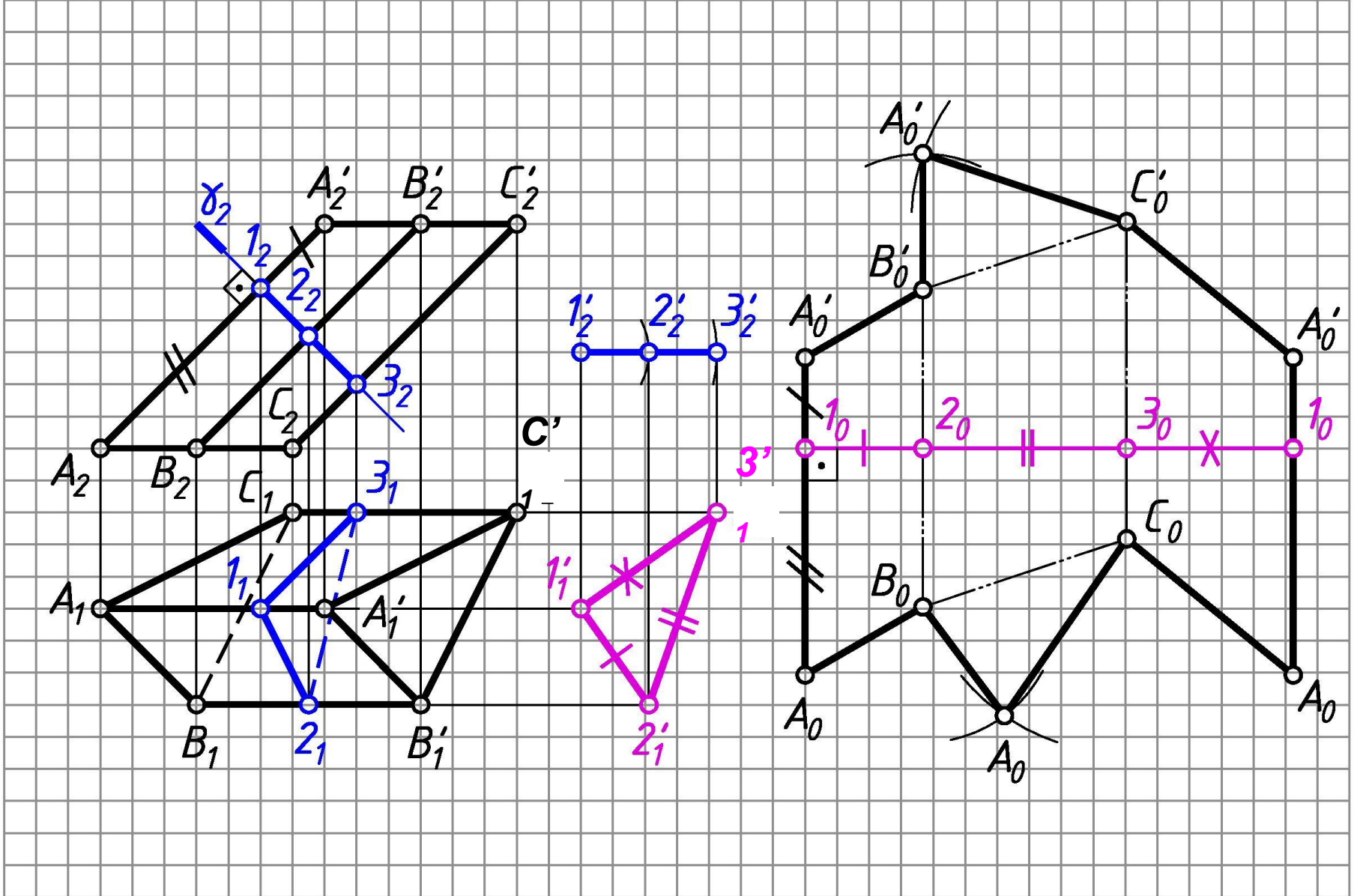












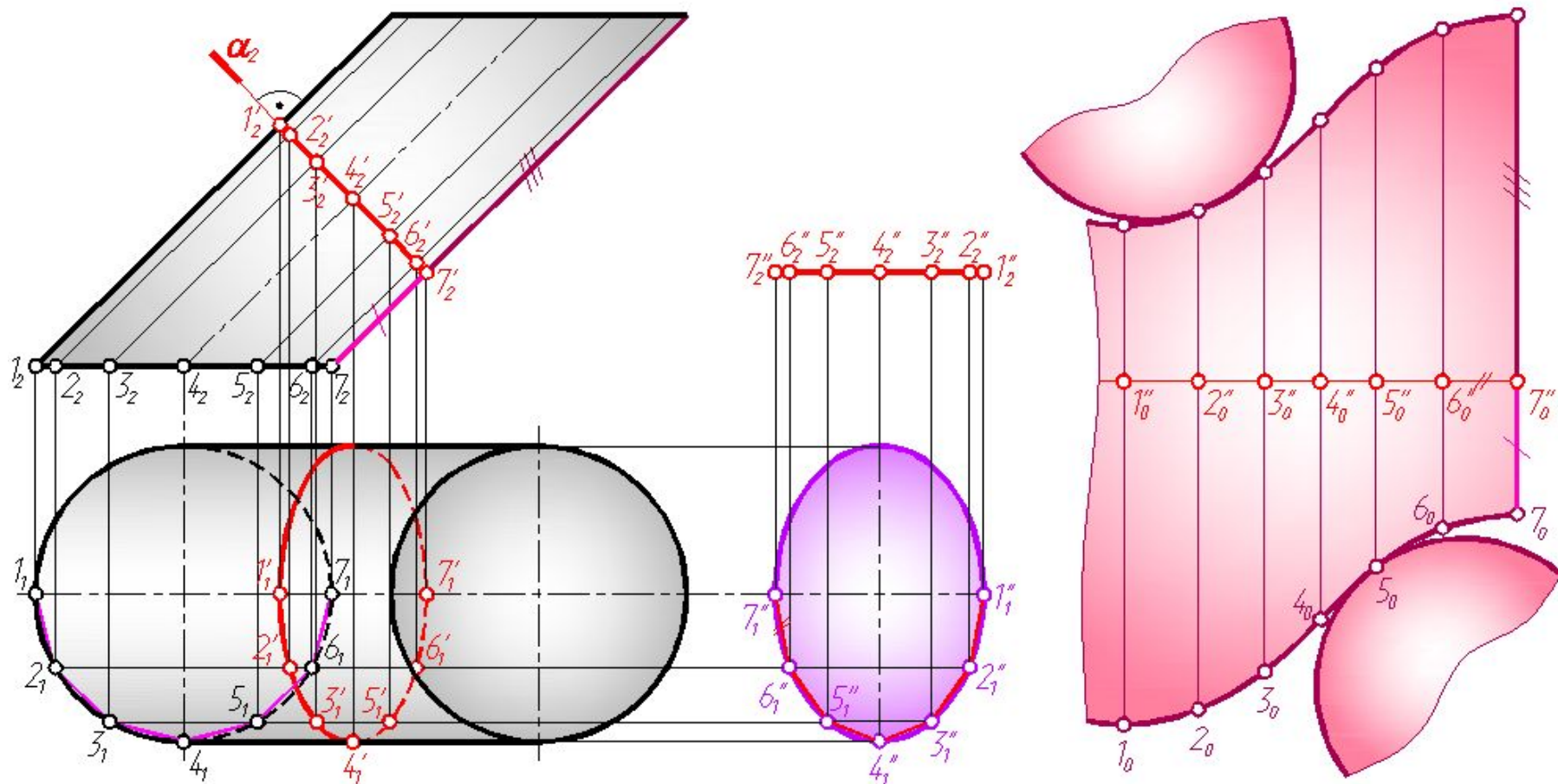
### 3. Методы построения разверток криволинейных поверхностей

Для построения развертки конической поверхности осуществляется ее аппроксимация пирамидальной поверхностью.

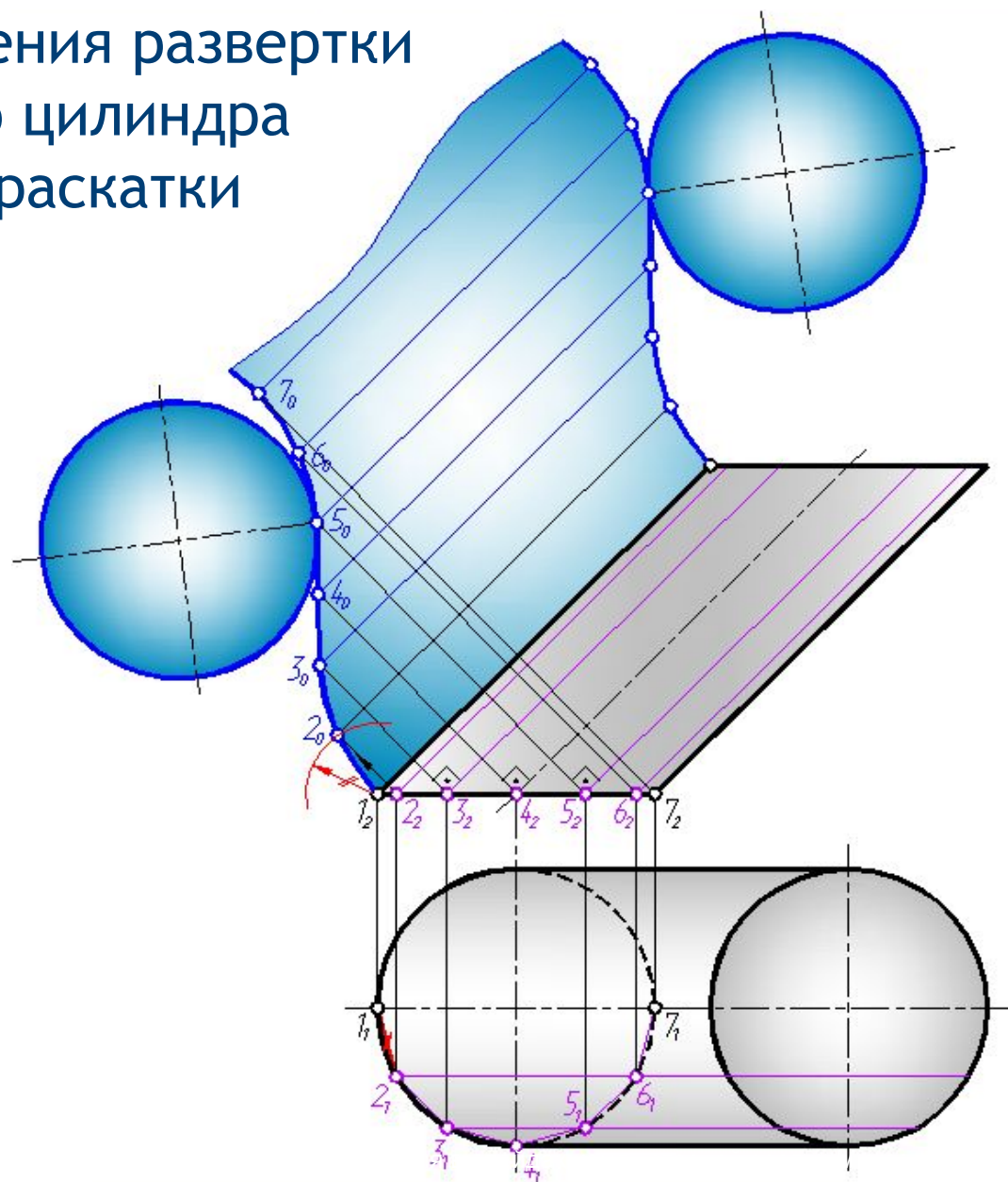
Развертка этой  $n$ -угольной пирамиды и принимается за развертку конуса. Ломаная линия, получающаяся на развертке пирамиды, заменяется плавной кривой, проходящей через те же точки. Чем большее число граней у вписанной пирамиды (не менее 8), тем меньше будет разница между действительной и приближенной разверткой конической поверхности.

Аналогичным образом развертка цилиндрической поверхности сводится к построению развертки  $n$ -гранной призмы.

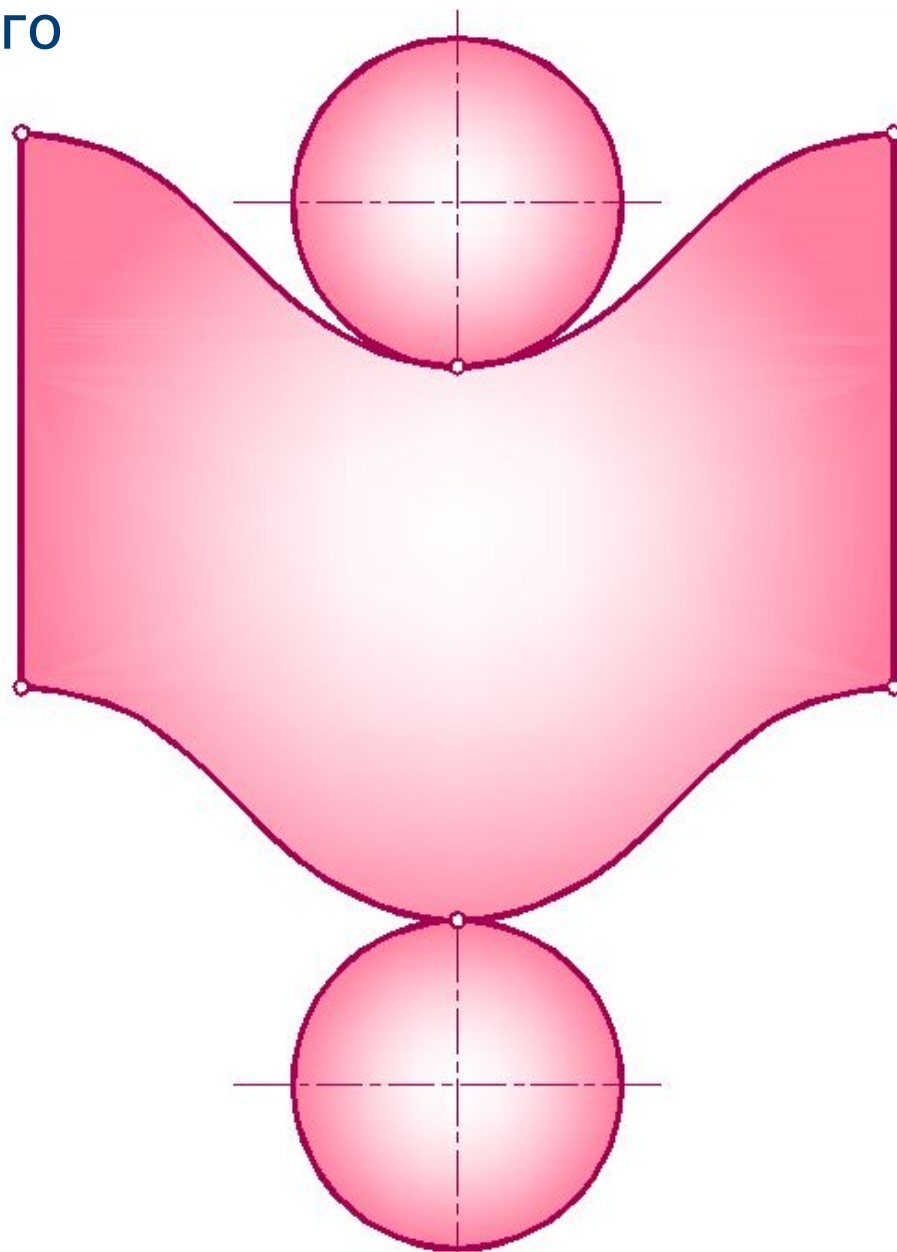
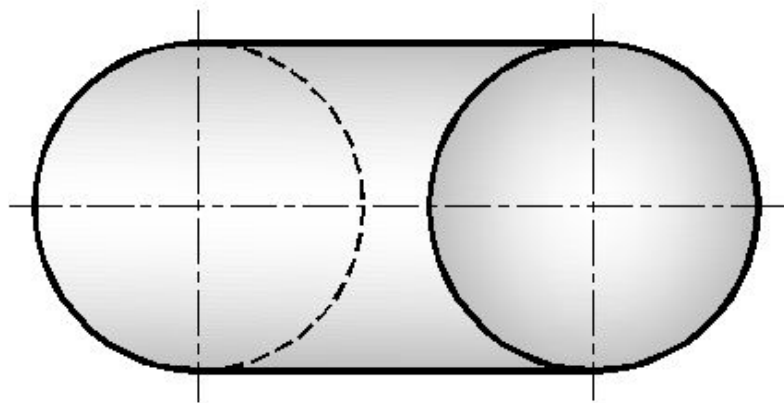
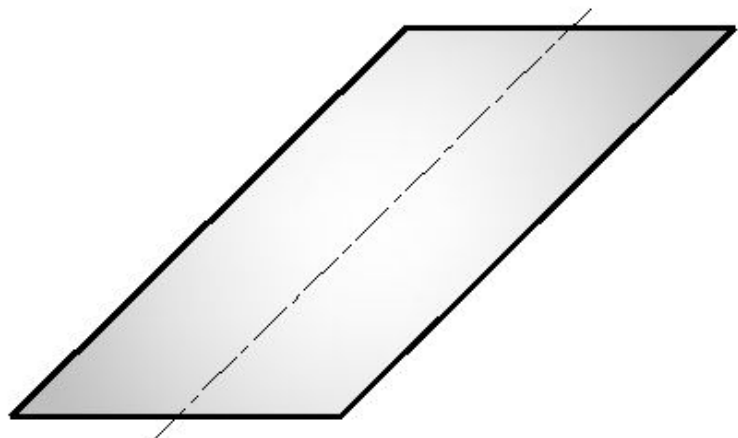
# Пример построения развертки наклонного цилиндра методом перпендикулярного сечения



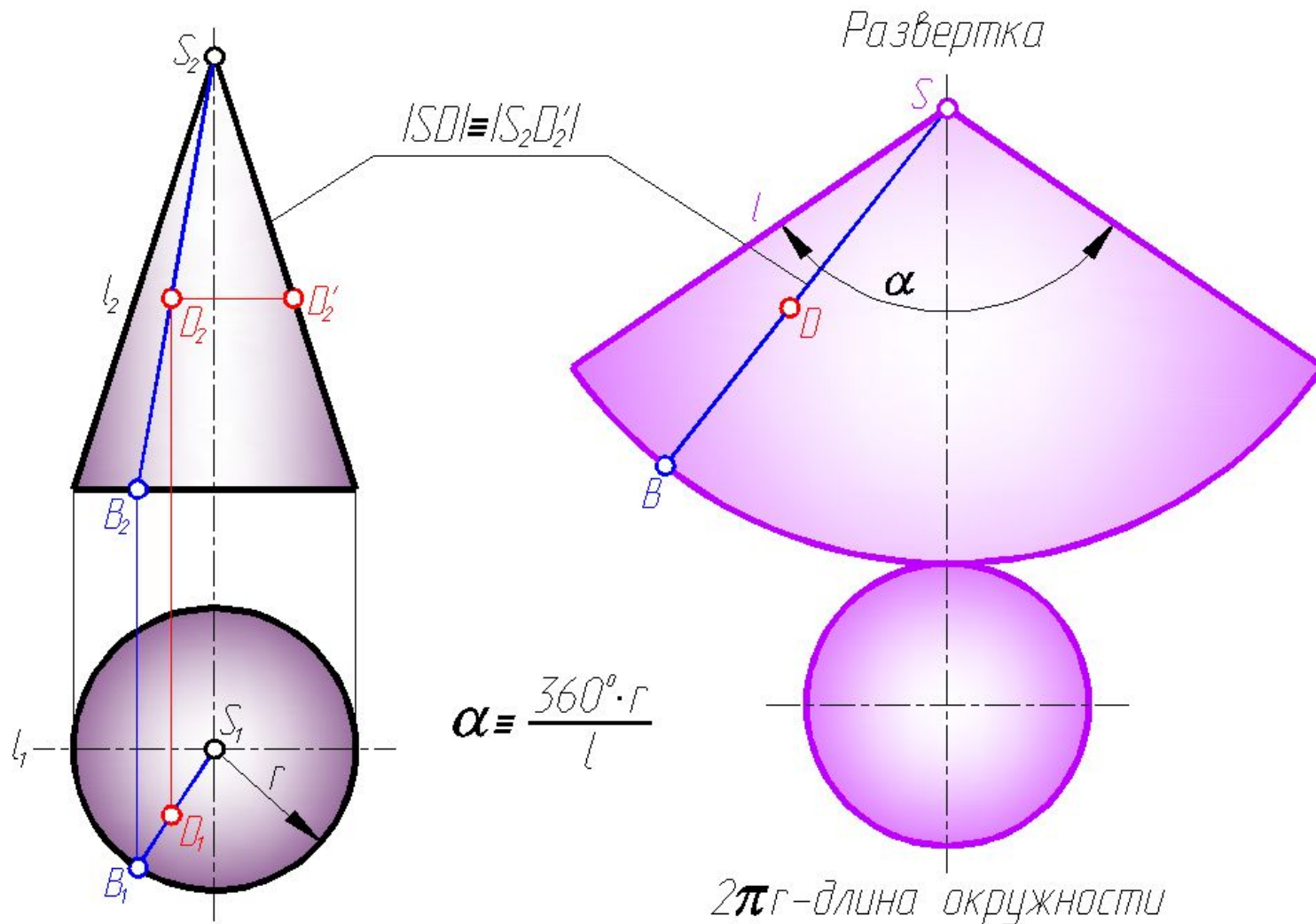
# Пример построения развертки наклонного цилиндра методом раскатки



# Полная развертка наклонного цилиндра

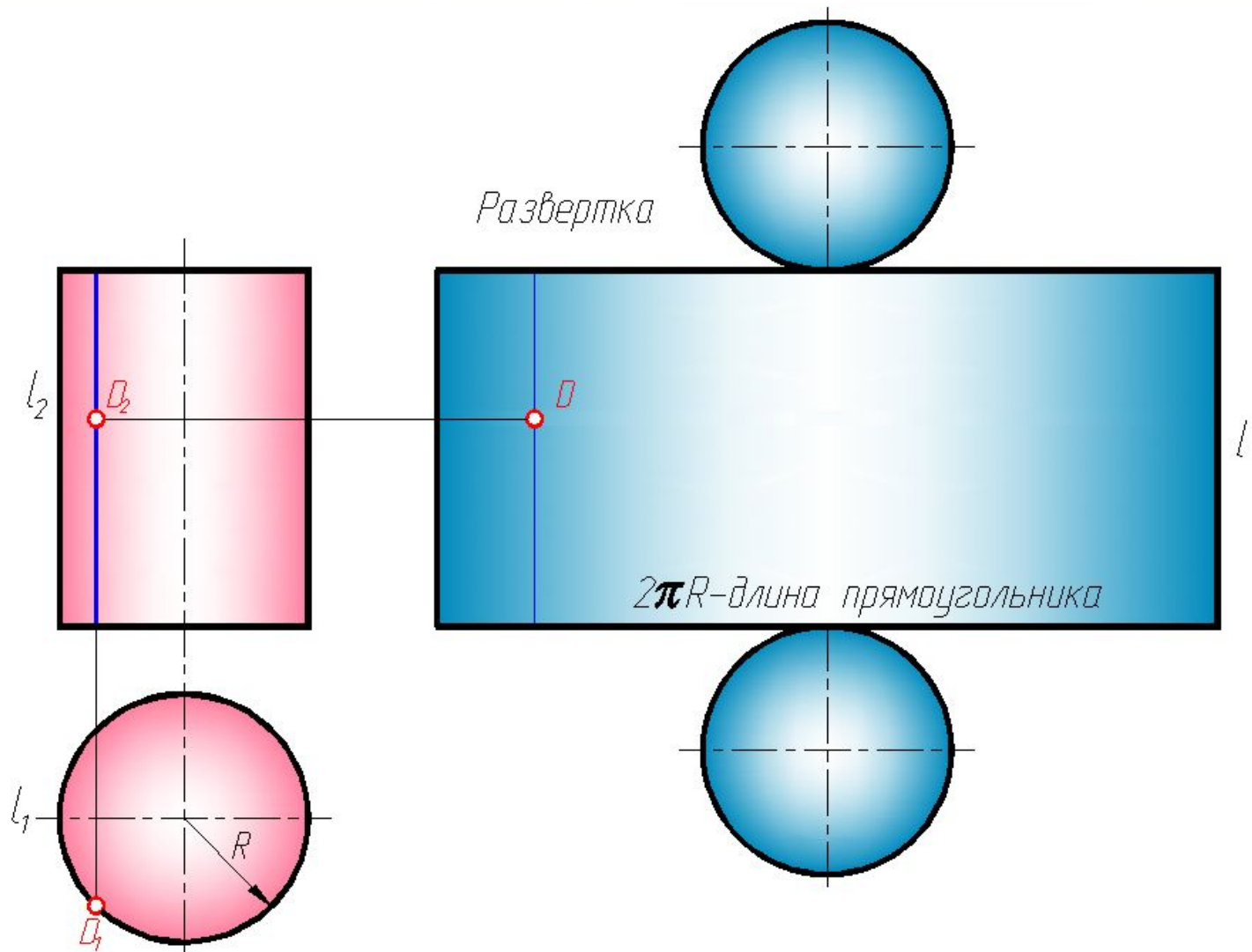


Развертка прямого кругового конуса, образующая которого равна  $|l|$  и радиус основания  $|r|$ , имеет форму кругового сектора с радиусом, равным  $|l|$ , и центральным углом  $= 360^\circ |r| / |l|$





Разверткой боковой поверхности цилиндра является прямоугольник, длина которого равна длине окружности основания цилиндра ( $2\pi R$ ), а высота равна высоте цилиндра (длине образующей  $l$ ).



## 4. Построение условных разверток неразвертывающихся поверхностей

Точную развертку неразвертывающейся поверхности построить нельзя. Для построения условной развертки такой поверхности применяют метод аппроксимации, который заключается в следующем.

Данная неразвертывающаяся поверхность разбивается на некоторые отсеки. Каждый из этих отсеков заменяется отсеком кривой развертывающейся поверхности.

При свертывании такой развертки, кроме изгибания, необходимо произвести частичное растяжение, или сжатие отдельных ее участков.

# Развертка сферы

