Тема 1.3

Законы сохранения энергии и импульса

СОДЕРЖАНИЕ

1. Импульс силы и импульс тела.

2. Закон сохранения импульса.

- Тест на проверку знаний о понятиях импульса тела и импульса силы.
- Примеры решения задач на закон сохранения импульса тела.
- Задачи на дом.

3. Механическая работа и мощность.

4. Кинетическая энергия тела.

5. Потенциальная энергия тела.

- Задачи на вычисление механической работы и механической энергии.

6. Закон сохранения и превращения энергии в механических процессах.

- Задачи на закон сохранения механической энергии.

1. Импульс силы и импульс тела

Почему?

Если мяч, летящий с большой скоростью, футболист может остановить ногой или головой, то вагон, движущийся по рельсам даже очень медленно, человек не остановит.

Стакан с водой находится на длинной полоске прочной бумаги. Если тянуть полоску медленно, то стакан движется вместе с бумагой. А если резко дернуть полоску бумаги - стакан остается неподвижный.

Теннисный мяч, попадая в человека, вреда не причиняет, однако пуля, которая меньше по массе, но движется с большой скоростью (600—800 м/с), оказывается смертельно опасной.

Если на тело массой *m* в течение времени *t* действует сила *F* и скорость его движения изменяется от $\vec{\upsilon}_0$ до $\vec{\upsilon}$, то ускорение $\vec{a}$ движения тела равно:

$$\vec{a} = \frac{\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0}{t}$$

На основании второго з-на Ньютона для силы $\vec{F}$ можно написать выражение:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0}{t} \quad (1)$$

Изменение скорости тела равно:

$$\vec{\upsilon} - \vec{\upsilon}_0 = \frac{\vec{F}t}{m}$$

Это значит, что одна и та же сила $\vec{F}$, действующая в течение одного и того же времени t, вызывает у тел разной массы различные изменения скорости.

Перепишем формулу (1) в таком виде:

$$\vec{F}t = m\vec{\upsilon} - m\vec{\upsilon}_0 \quad (2)$$

Физическая величина, равная произведению силы $\vec{F}$ на время t её действия, называется импульсом силы.

В правой части этого равенства стоит изменение величины $m\vec{\upsilon}$ - произведение массы тела на его скорость. Это произведение называется импульсом тела $\vec{p}$:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{\upsilon}}$$

Уравнение (2) –это иначе записанный второй з-н Ньютона: ***изменение импульса тела равно импульсу силы:***

$$\boxed{\vec{F}t = \Delta\vec{p}}$$

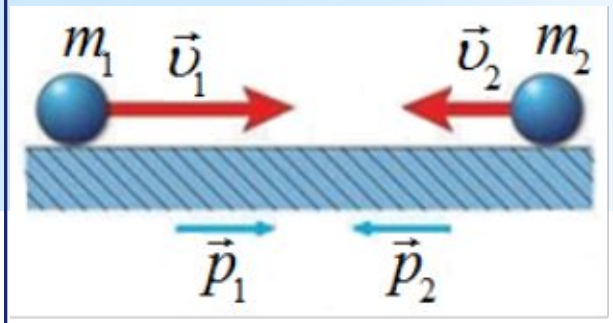
Единицы измерения: $[Ft] = 1Н \cdot с \quad [p] = 1\frac{кг \cdot м}{с}$

2. Закон сохранения импульса

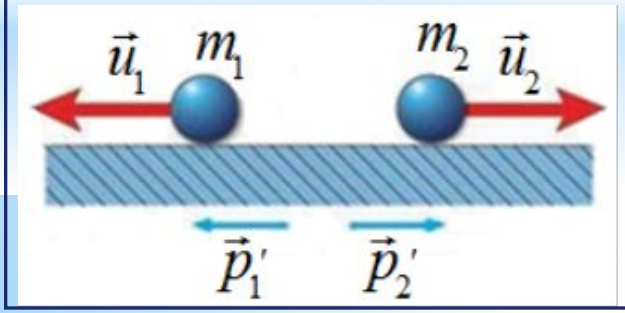
Выясним, как изменяются импульсы двух тел при их взаимодействии.

Обозначим скорости тел массами m_1 и m_2 до взаимодействия через $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$, а после взаимодействия — через $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$

До взаимодействия



После взаимодействия



По третьему закону Ньютона силы, действующие на тела при их взаимодействии, равны по модулю и противоположны по направлению; поэтому их можно обозначить $\vec{F}$ и $-\vec{F}$.

$$\left.\begin{aligned} \vec{F}t &= m_1\vec{u}_1 - m_1\vec{\upsilon}_1 \\ -\vec{F}t &= m_2\vec{u}_2 - m_2\vec{\upsilon}_2 \end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2}$$

Таким образом, ***векторная сумма импульсов двух тел до взаимодействия равна векторной сумме их импульсов после взаимодействия.***

Экспериментальные исследования взаимодействий различных тел показали, что
в любой замкнутой системе взаимодействующих между собой тел геометрическая сумма импульсов тел остается неизменной.

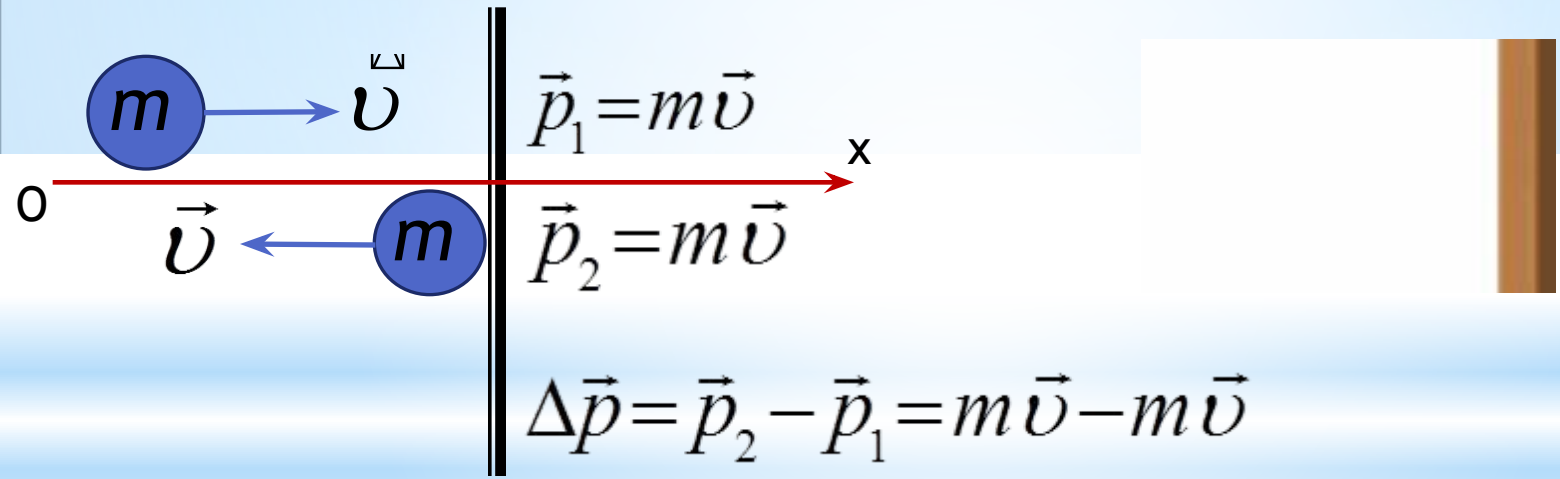
В этом состоит закон сохранения импульса.

Замкнутая система тел- это совокупность тел, взаимодействующих между собой, но не взаимодействующих с другими телами.

Рассмотрим примеры выполнения закона сохранения импульса тел.

Изменение импульса тела происходит, например, при ударах. При этом различают следующие виды соударений: ***абсолютно упругое, неупругое и абсолютно неупругое.***

Абсолютно упругий удар -тело отскакивает с прежней по величине скоростью.



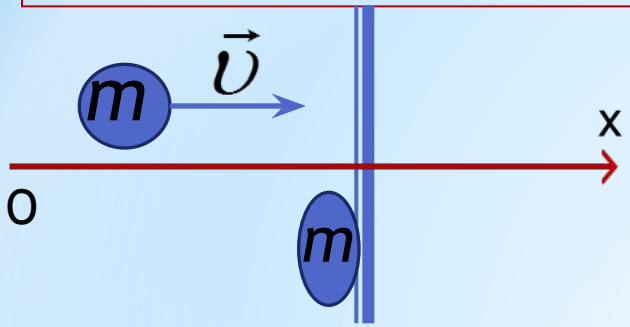
$$\vec{p}_1 = m\vec{\upsilon}$$

$$\vec{p}_2 = m\vec{\upsilon}$$

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m\vec{\upsilon} - m\vec{\upsilon}$$

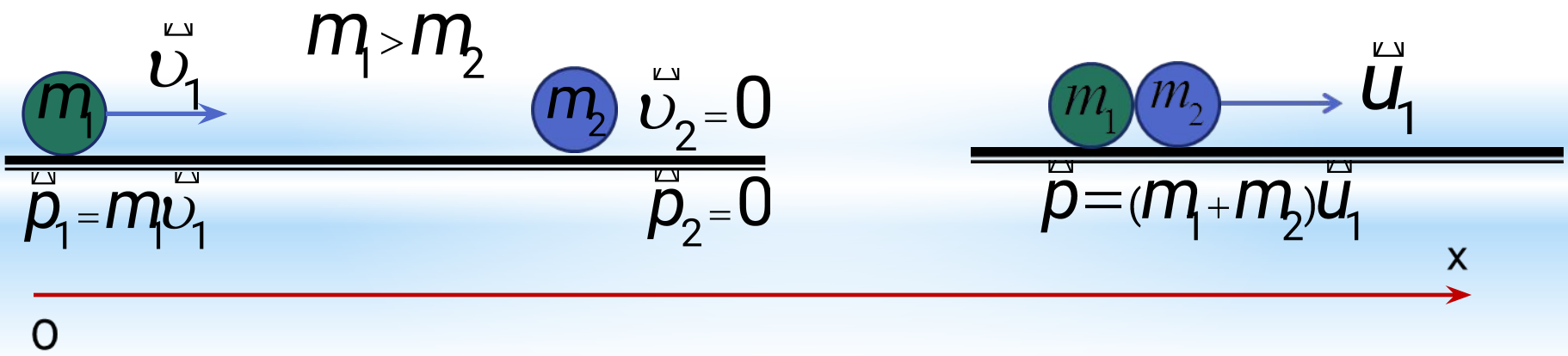
На ось 0x: $$\Delta p = m\upsilon - m(-\upsilon) = 2m\upsilon$$

Неупругий удар –тело «прилипает" к стенке.

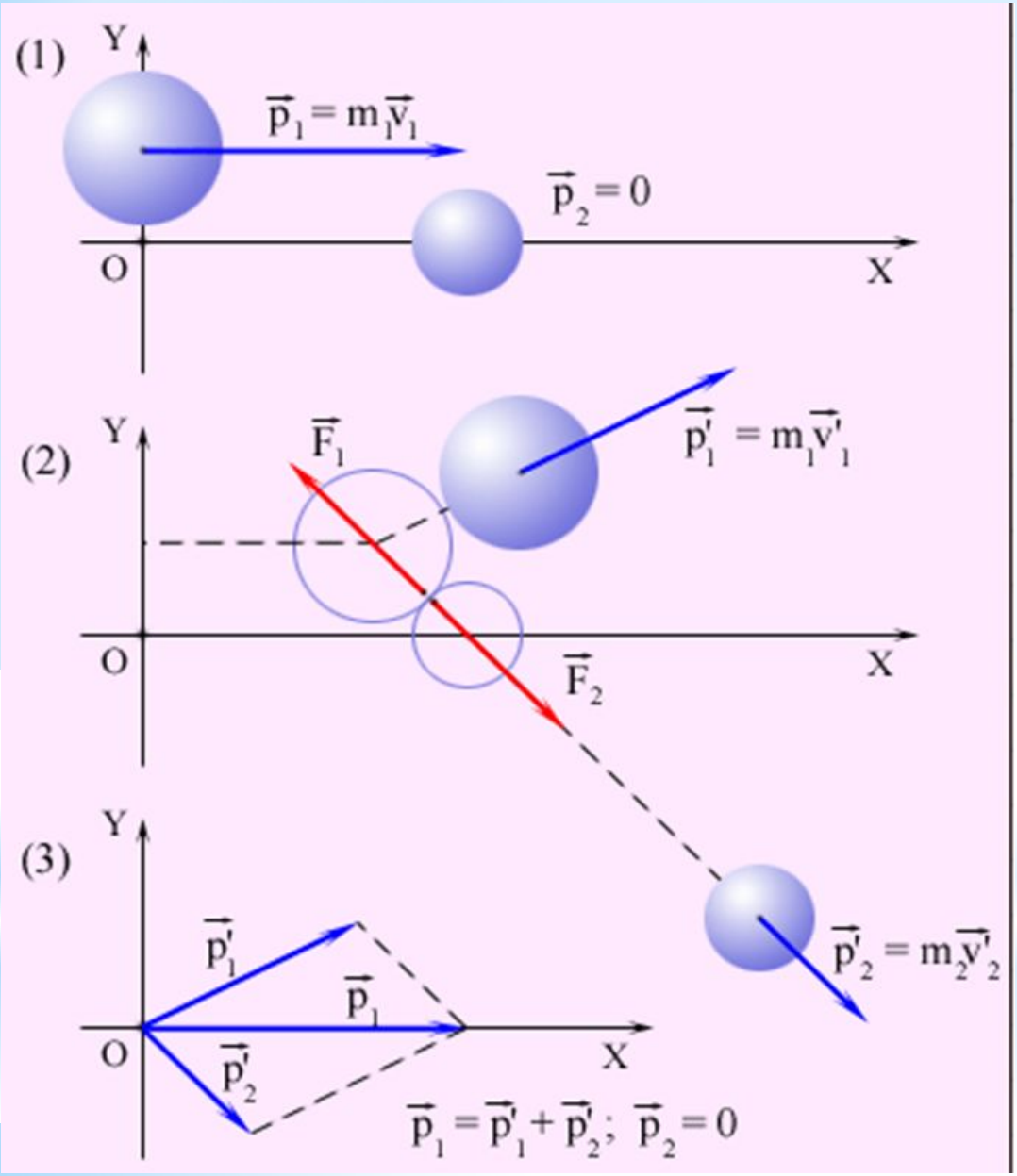


$$\Delta\vec{p}=m\vec{\upsilon}-0=m\vec{\upsilon}$$

Абсолютно неупругим ударом называют такое ударное взаимодействие, при котором тела соединяются (слипаются) друг с другом и движутся дальше как одно тело.



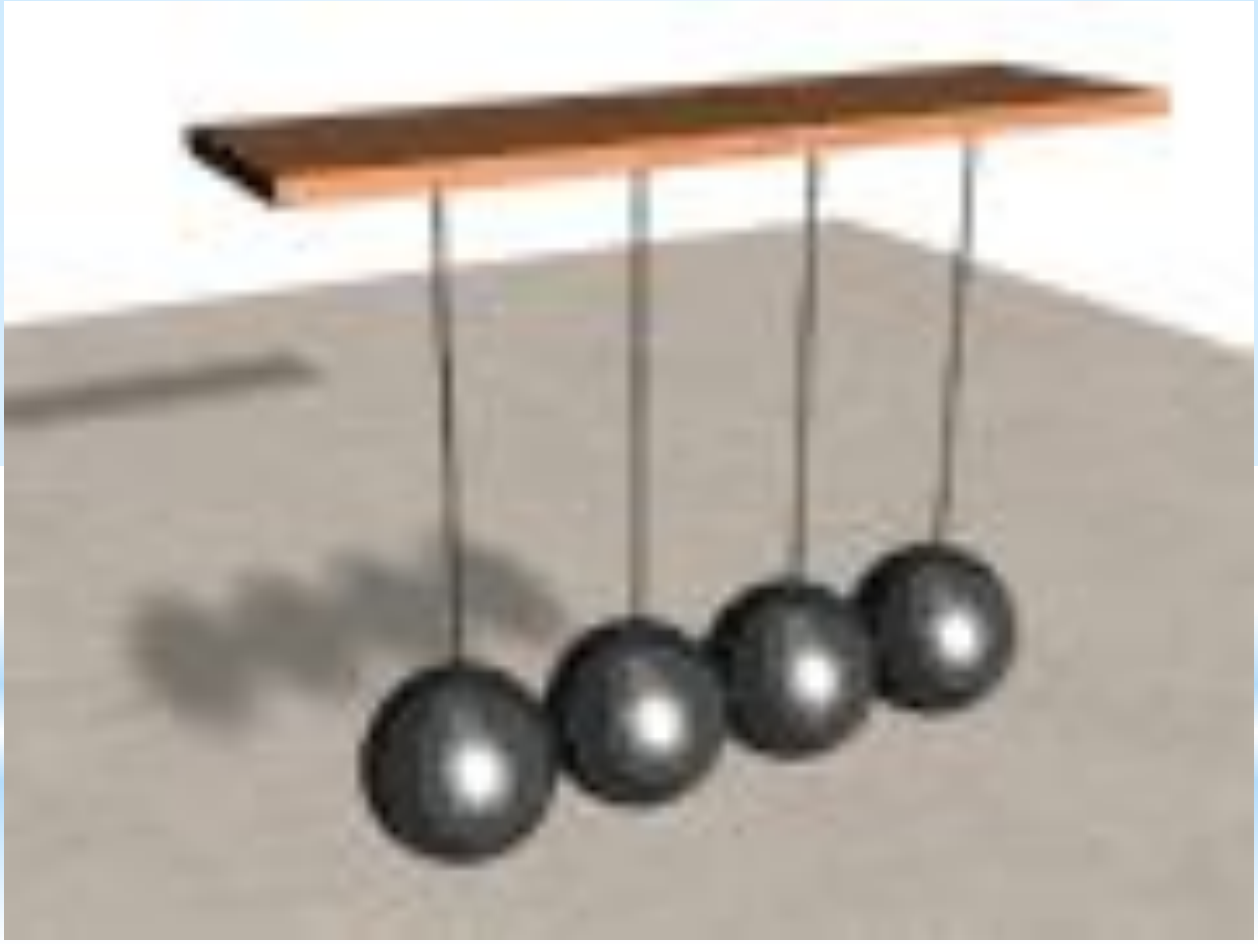
На ось 0x: $p=(m_1+m_2)u_1$



Сохранение импульса тел при косом абсолютно упругом ударе.

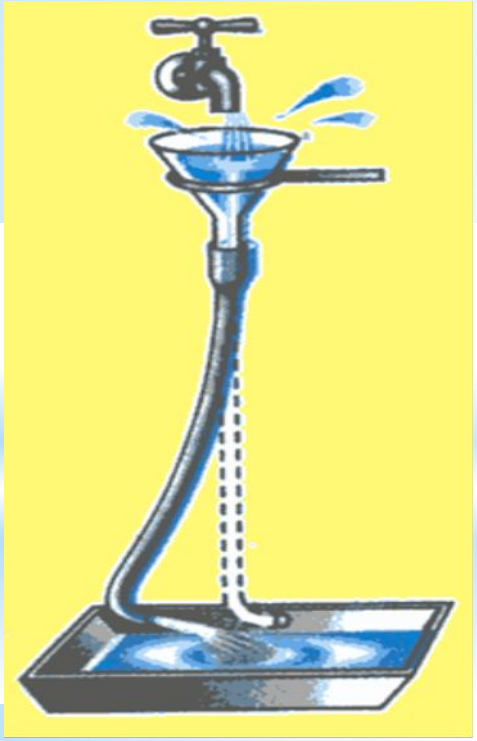
OLIMPIC
OLIMPIC

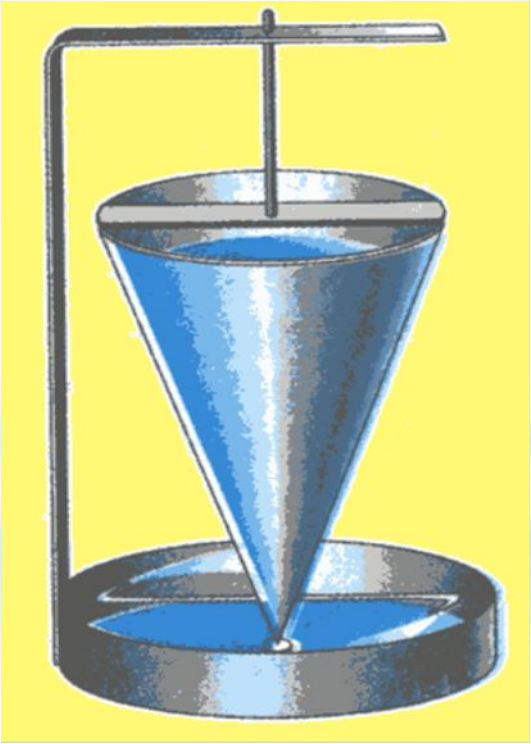
Объясните наблюдаемое явление.
Массы шаров одинаковые.



Закон сохранения импульса лежит в основе реактивного движения.

Движение тела, возникающее вследствие отделения от него части его массы с некоторой скоростью, называют реактивным.





Принципы реактивного движения находят широкое практическое применение в авиации и космонавтике и наблюдаются в природе.

Закрепление.

1. Импульсом тела называют:

А. величину, равную произведению массы тела на силу;

Б. величину, равную отношению массы тела к его скорости;

В. величину, равную произведению массы тела на его скорость.

2. Единицей импульса силы в СИ является:

А. 1Н; Б. 1м; В. 1 Дж; Г. 1Н • с.

3. Если на тело не действует сила, то импульс тела:

А. увеличивается; Б. не изменяется; В. уменьшается

4. Закон сохранения импульса справедлив для:

А. замкнутой системы; Б. любой системы.

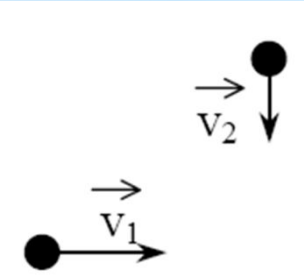
5. Направления вектора скорости и вектора импульса тела:

А. направлены в противоположные стороны;

Б. перпендикулярны друг другу;

В. их направления совпадают.

6. Шары одинаковой массы движутся так, как показано на рисунке, и абсолютно не упруго соударяются. Как будет направлен импульс шаров после соударения?



7. Тележка массой m, движущаяся со скоростью v, сталкивается с неподвижной тележкой той же массы и сцепляется с ней. Импульс тележек после взаимодействия равен

А. 0 Б. $\frac{mv}{2}$ В. mv Г. $2mv$

8. Мальчик, ударяя мяч массой 0,7 кг, сообщает ему скорость 16 м/с. Считая продолжительность удара равной 0,02 с, определите силу удара.

Решение задач

Задача №1. Первое тело массой 2 кг движется со скоростью 6 м/с, второе неподвижно. После столкновения оба тела движутся вместе со скоростью 2 м/с. Какова масса второго тела?

Дано:

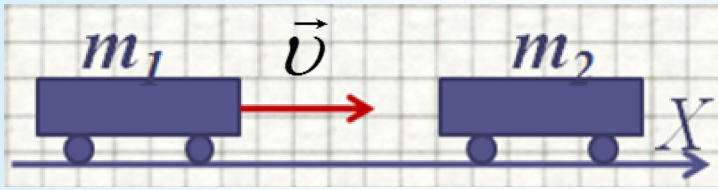
$m_1 = 2кг$

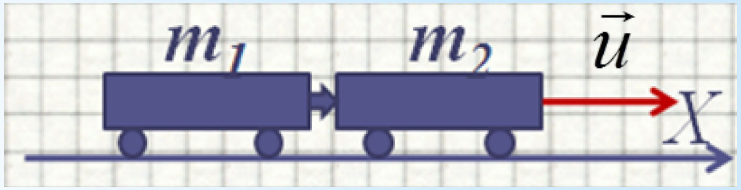
$\upsilon_1 = 6м/с$

$u = 2м/с$

$m_2 - ?$

Решение.





До взаимодействия:

$$\vec{p} = m_1\vec{\upsilon}$$

После:

$$\vec{p} = m_1\vec{u} + m_2\vec{u}$$

По закону сохранения импульса: $m_1\vec{\upsilon} = m_1\vec{u} + m_2\vec{u}$

В проекции на ось X: $m_1\upsilon = m_1u + m_2u$ **Отсюда:**

$$m_2 = \frac{m_1\upsilon - m_1u}{u}$$

$$m_2 = \frac{2\cdot 6 - 2\cdot 2}{2} = 4(кг)$$

Ответ: 4 *кг*.

Задача №2. **Две тележки массами 1 и 0,5 кг движутся навстречу друг другу со скоростями 5 и 4 м/с соответственно. Определите скорость тележек после их абсолютно неупругого столкновения.**

Дано:

$m_1 = 1кг$

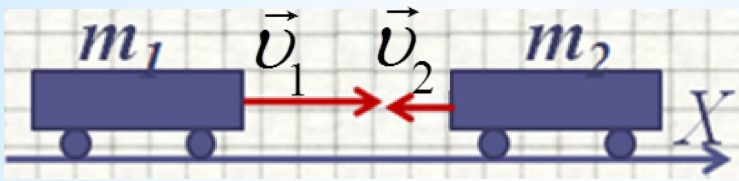
$m_2 = 0,5кг$

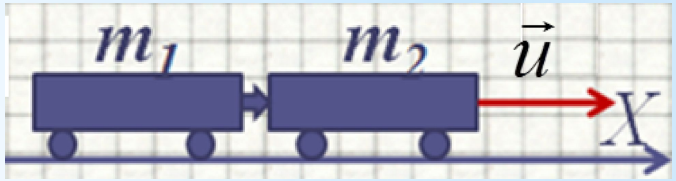
$\upsilon_1 = 5м/с$

$\upsilon_2 = 4м/с$

$u - ?$

Решение.





До взаимодействия:

$$\vec{p} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2$$

После:

$$\vec{p} = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

По закону сохранения импульса:

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

В проекции на ось X: $m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)u$

Отсюда:

$$u = \frac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}$$

$$u = \frac{1 \cdot 5 - 0,5 \cdot 4}{1 + 0,5} = 2(м/с)$$

Ответ: 2 *м/с*.

Задача №3. **Снаряд массой 100 кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью 500 м/с, попадает в вагон с песком массой 10 т и застревает в нем. Определите модуль скорости вагона после попадания в него снаряда, если первоначально вагон двигался со скоростью 7,2 км/ч в направлении, противоположном движения снаряда.**

Дано:

$m_1 = 100 кг$

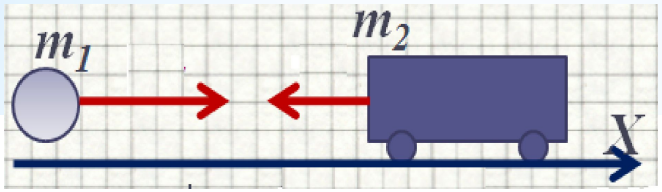
$m_2 = 10000 кг$

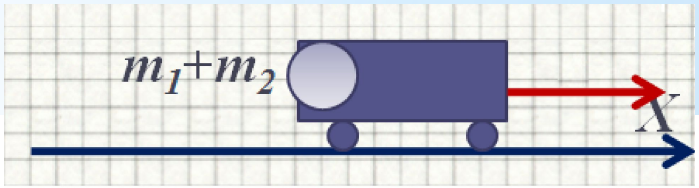
$\upsilon_1 = 500 м/с$

$\upsilon_2 = 2 м/с$

$u - ?$

Решение.





До взаимодействия:

$\vec{p} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2$

После:

$\vec{p} = (m_1 + m_2)\vec{u}$

По закону сохранения импульса:

$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$

В проекции на ось X: $m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)u$

Отсюда: $u = \dfrac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}$

$$u = \frac{100 \cdot 500 - 10000 \cdot 2}{100 + 10000} = 2{,}97 м/с$$

Домашнее задание.

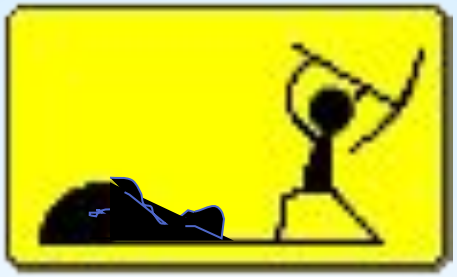
Задача 1. **Тележка массой 10 кг, движущаяся по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью 5 м/с, сталкивается с неподвижной тележкой такой же массы и сцепляется с ней. Чему равна скорость тележек после взаимодействия?** (2,5 м/с)

Задача 2. **Вагон массой 20 т, движущийся со скоростью 0,3 м/с, догоняет вагон массой 30 т, движущийся со скоростью 0,2 м/с. Найдите скорость вагонов после взаимодействия, если удар не упругий.** (0,24 м/с)

Задача 3. **Мальчик, ударяя мяч массой 0,7 кг, сообщает ему скорость 15 м/с. Считая продолжительность удара равной 0,02 с, определите силу удара.** (525 Н)

Задача 4. **Шарик массой 100 г движется с постоянной скоростью 1,5 м/с; после удара о преграду он движется обратно, не меняя скорости по модулю. Определите изменение импульса шарика.** (0,3 *кг·м/с*)

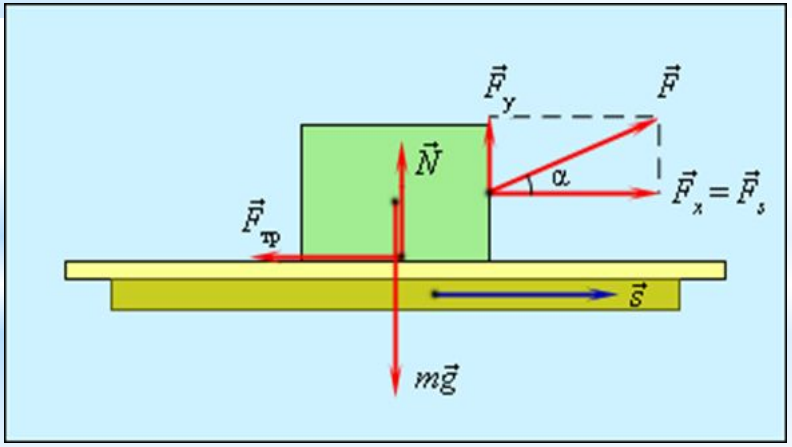
Задача 5. **Неподвижная лодка вместе с находящимся в ней охотником имеет массу 250 кг. Охотник выстреливает из охотничьего ружья в горизонтальном направлении. Какую скорость получит лодка после выстрела? Масса пули 8 г, а ее скорость при вылете равна 700 м/с.** (0,022м/с)



3. Механическая работа и мощность

Для характеристики эффективности силового воздействия на тело используется величина, называемая *механической работой*.

Работой A, совершаемой постоянной силой, называется физическая величина, равная произведению модулей силы и перемещения, умноженному на косинус угла α между векторами силы $\vec{F}$ и перемещения $\vec{S}$:



$$A = F \cdot s \cdot \cos\alpha$$

Если направление силы не совпадает с направлением перемещения, то работу перемещения совершает только часть приложенной силы, именно та составляющая, которая совпадает с направлением перемещения.

В системе СИ работа измеряется в джоулях (Дж).

Джоуль равен работе, совершаемой силой в 1 Н на перемещении 1 м в направлении действия силы.

$$1 Дж = 1 Н \cdot м$$

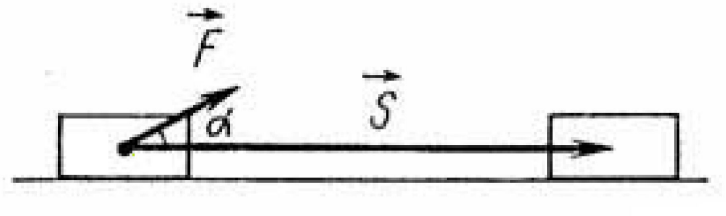
НЕУЖЕЛИ?

При перелете с большого пальца руки человека на указательный комар совершает работу –
0, 000 000 000 000 000 000 000 000 001 Дж.

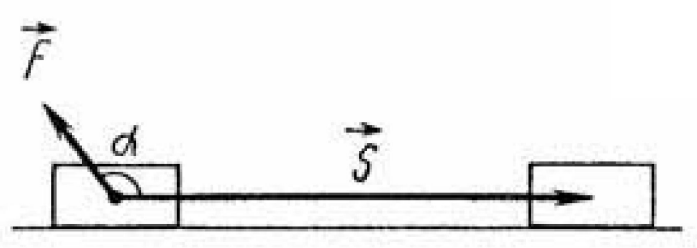
Сердце человека за одно сокращение совершает приблизительно 1 Дж работы, что соответствует работе, совершенной при поднятии груза массой 10 кг на высоту 1 см.

Работа является скалярной величиной.

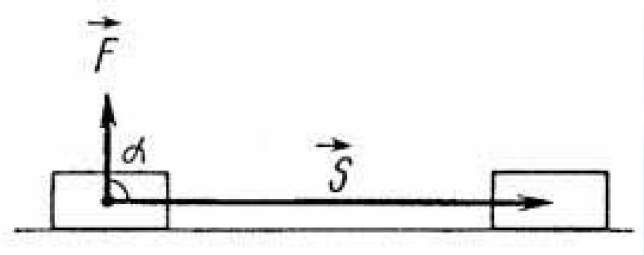
Она может быть как положительна ($0° \leq \alpha < 90°$)



так и отрицательна ($90° < \alpha \leq 180°$)



При $\alpha = 90°$ работа, совершаемая силой, равна нулю.



A=0 при отсутствии перемещения

Мощность *N* — физическая величина, равная отношению работы *A* к промежутку времени *t*, в течение которого она совершена:

$$N = \frac{A}{t}$$

Единица мощности в СИ называется ваттом (Вт).
1 Ватт равен мощности, при которой совершается работа 1 Дж за время 1 с:

$$1Вт = 1\frac{Дж}{с}$$

Внесистемные единицы — киловатт и мегаватт:

$$1кВт = 10^3 Вт \qquad 1МВт = 10^6 Вт$$

Работа, совершаемая за один час при *N=1кВт*:

$$1кВт \cdot ч = 10^3 Вт \cdot 3600с = 3{,}6 \cdot 10^6 Дж$$

Самолёты, автомобили, корабли и др. транспортные средства часто движутся с постоянной скоростью. Это значит, что силы, действующие на них благодаря работе двигателя, равны по модулю и противоположны по направлению силам сопротивления. Скорость движения при этом определяется мощностью двигателя:

$$N = \frac{A}{t}$$

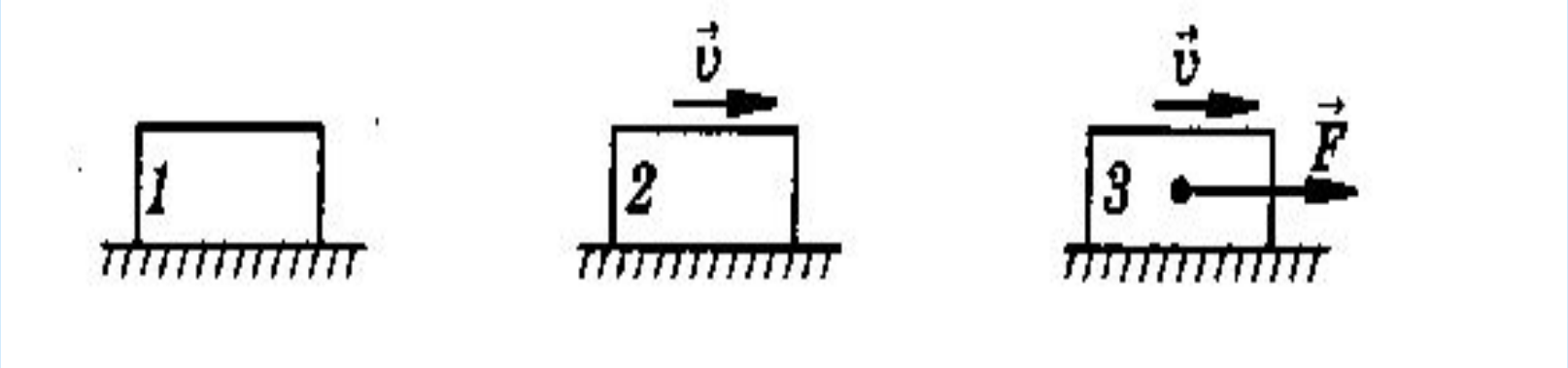
$$A = F \cdot s$$

$$s = \upsilon \cdot t$$

$$N = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot \upsilon$$

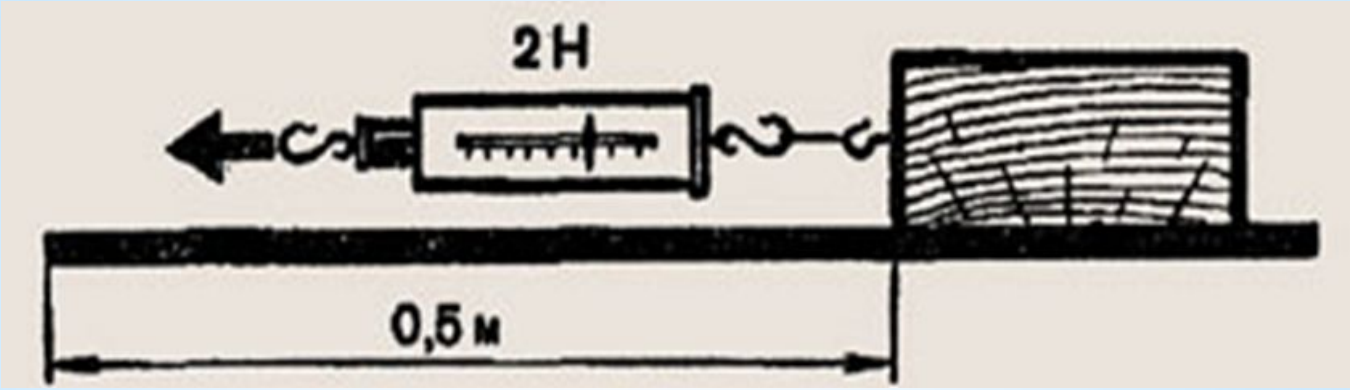
Закрепление.

1. В каком из перечисленных случаев совершается механическая работа?



2.Одинаковую ли работу совершают мальчики при равномерном перемещении на одном и том же пути?

3.Определите механическую работу по перемещению бруска.

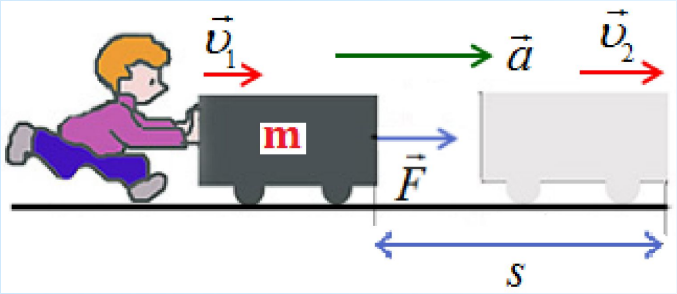


4. Какую работу совершает равнодействующая всех сил при разгоне автомобиля из состояния покоя до скорости 36 км/ч на горизонтальном участке дороги?

5. Самолёт летит прямолинейно и равномерно со скоростью 900 км/ч. Какова сила сопротивления воздуха, если развиваемая двигателем самолёта мощность равна 1800 кВт?

4. Кинетическая энергия тела

Любая работа, совершаемая над телом, увеличивает его энергию и делает его способным в свою очередь совершать работу.



Для случая, изображённого на рисунке, работа постоянной силы равна: $A=F\cdot s$ **.**

По II-му з-ну Ньютона: $F=ma$. **Модуль перемещения**

$$s=\frac{\upsilon_2^2-\upsilon_1^2}{2a}$$

Тогда для работы получим:

$$\boxed{A=Fs=ma\frac{\upsilon_2^2-\upsilon_1^2}{2a}=\frac{m\upsilon_2^2}{2}-\frac{m\upsilon_1^2}{2}}$$

Физическая величина, равная половине произведения массы тела на квадрат его скорости, называется ***кинетической энергией тела*****.**

Кинетическая энергия тела обозначается буквой : E_k

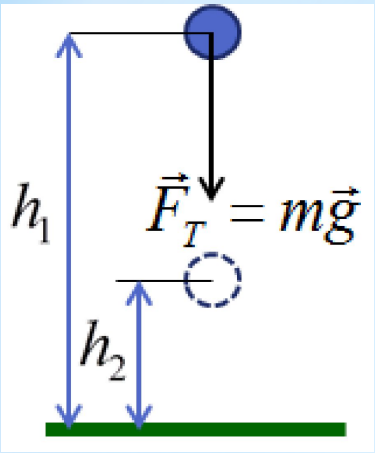
$$\boxed{E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}}$$

Тогда работа постоянной силы может быть записана в виде: $A = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k$

Работа равнодействующей сил, приложенных к телу, равна изменению кинетической энергии тела.

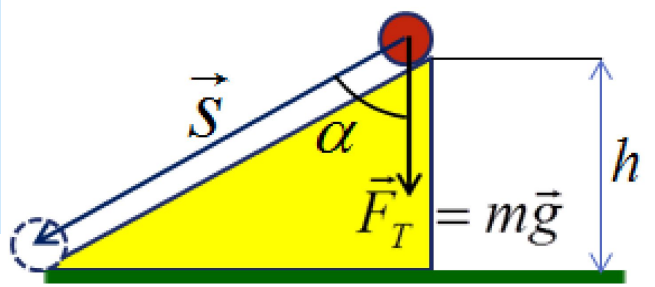
Кинетическая энергия выражается в тех же единицах, что и работа, т.е. в джоулях.

5. Потенциальная энергия тела



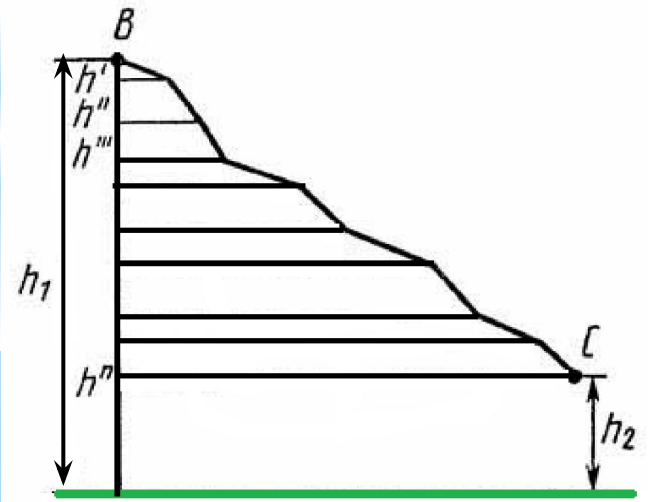
Найдём работу, совершаемую силой тяжести $\vec{F}_T$, при перемещении тела массой m вертикально вниз с высоты h_1 над поверхностью Земли до высоты h_2:

$$A = F_T \cdot s = mg(h_1 - h_2)$$



При движении тела по наклонной плоскости сила тяжести совершает работу:

$$A = F_T \cdot s \cdot \cos\alpha = mgh$$



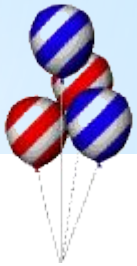
При движении тела из т. В в т. С по любой траектории

$$A = mgh' + mgh'' + \ldots + mgh^n =$$

$$= mg(h' + h'' + \ldots + h^n) = mg(h_1 - h_2)$$

Таким образом, ***работа силы тяжести не зависит от траектории движения и всегда равна произведению модуля силы тяжести на разность высот в начальном и конечном положениях.***

При движении вниз работа силы тяжести положительна, при движении вверх – отрицательна.



Если после движения по какой-либо траектории тело возвращается в исходную точку $(h_2 = h_1)$ **работа силы тяжести оказывается равной нулю.**

Работа силы тяжести на замкнутой траектории равна нулю.

Перепишем равенство $A = mg(h_1 - h_2)$ **в виде:**

$$A = -mg(h_2 - h_1) = -(mgh_2 - mgh_1)$$

Физическую величину, равную произведению массы тела на модуль ускорения свободного ускорения и на высоту, на которую поднято тело над поверхностью Земли, называется потенциальной энергией тела.

Обозначается потенциальная энергия буквой E_p**.**

Работа силы тяжести равна изменению потенциальной энергии тела, взятому с противоположным знаком:

$$\boxed{A = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p}$$

Значение потенциальной энергии тела над Землёй зависит от выбора нулевого уровня, т. е. высоты, на которой E_p принимается за нуль. Обычно принимают, что потенциальная энергия на поверхности Земли равна нулю.

Для тела, поднятого на высоту *h* от поверхности Земли:

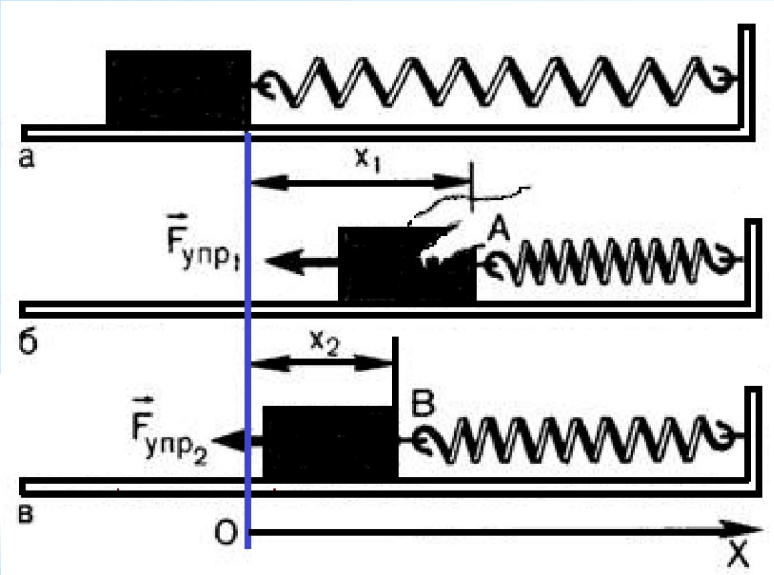
$$E_p = mgh$$

Для тела на глубине *h* от поверхности Земли:

$$E_p = -mgh$$

Таким образом, в отличие от кинетической энергии, потенциальная энергия может быть как положительной, так и отрицательной.

Вычислим работу, совершаемую силой упругости при изменении деформации (удлинения) пружины от некоторого начального значения x_1 до конечного значения x_2 (рис. б, в).



Сила упругости изменяется в процессе деформации пружины. Для нахождения работы силы упругости можно взять среднее значение модуля силы (т. к. сила упругости линейно зависит от x) и умножить на модуль перемещения:

$$A = F_{упр.ср.} \cdot (x_1 - x_2)$$

По закону Гука: $F_{упр.ср.} = k\dfrac{x_1 + x_2}{2}$. **Тогда:**

$$A = k\frac{x_1 + x_2}{2}(x_1 - x_2) = \frac{k(x_1^2 - x_2^2)}{2} = \frac{kx_1^2 - kx_2^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$$

Или:

$$\boxed{A = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right)} \quad \textbf{(1)}$$

Физическая величина, равная половине произведения жесткости тела на квадрат его деформации, называется потенциальной энергией упруго деформированного тела:

$$\boxed{E_p = \frac{kx^2}{2}} \quad \textbf{(2)}$$

Из уравнений (1) и (2) следует, что *работа силы упругости равна изменению потенциальной энергии упруго деформированного тела, взятому с противоположным знаком:*

$$A = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p$$

Если $x_2 = 0$ **и** $x_1 = x$**, то:** $E_p = A$

Тогда физический смысл потенциальной энергии деформированного тела:

потенциальная энергия упруго деформированного тела равна работе, которую совершает сила упругости при переходе тела в состояние, в котором деформация равна нулю.

Решить задачи.

1. Как велика работа, произведенная при подъеме тела весом 40 Н на высоту 120 см ?

2. При помощи подъёмного крана подняли груз 23 кН на высоту 4 м. Определить произведенную работу.

3. Человек массой 70 кг поднимается по лестнице длиной 20 м и на высоту 10 м. Какую работу совершает при этом сила тяжести?

4. Стальной трос жёсткостью 50 Н/м растянут на 2 мм. Вычислите потенциальную энергию упругой деформации троса.

6. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ И ПРЕВРАЩЕНИЯ ЭНЕРГИИ В МЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Если тела, составляющие замкнутую механическую систему, взаимодействуют между собой только силами тяготения и упругости, то работа этих сил равна изменению потенциальной энергии тел, взятому с противоположным знаком:

$$A = -(E_{p2} - E_{p1})$$

Вместе с тем по теореме о кинетической энергии эта работа равна изменению кинетической энергии тел:

$$A = E_{k2} - E_{k1}$$ **Следовательно:**

$$E_{k2} - E_{k1} = -(E_{p2} - E_{p1})$$ **или** $$\boxed{E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}}$$

Сумма кинетической и потенциальной энергии тел, составляющих замкнутую систему и взаимодействующих между собой силами тяготения и силами упругости, остается неизменной.

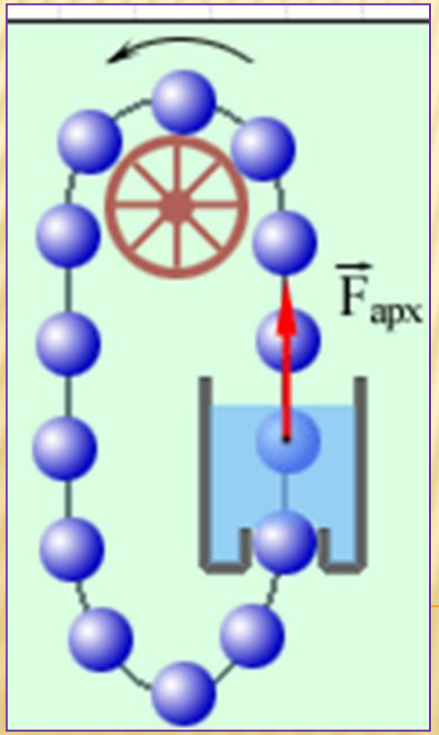
Это утверждение выражает закон сохранения энергии в механических процессах. Он является следствием законов Ньютона.

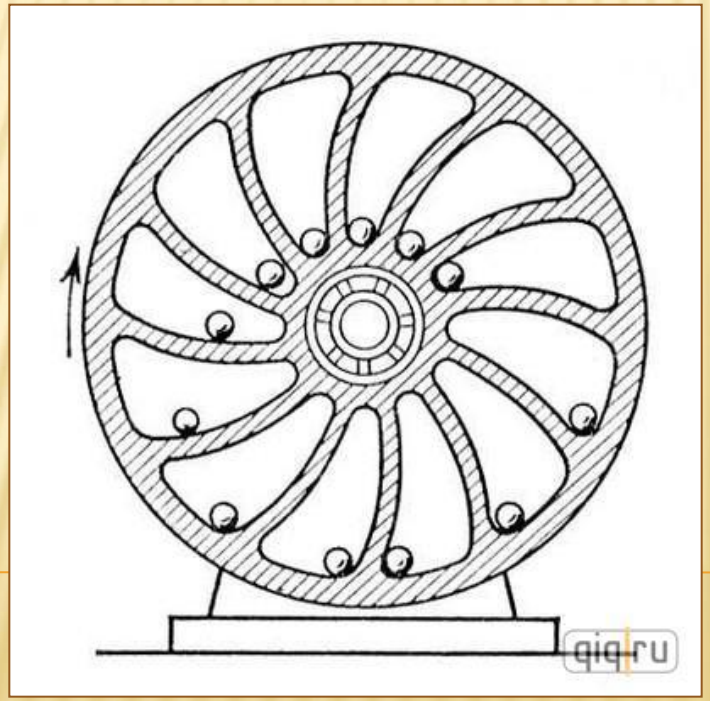
Сумму $E_п = E_k + E_p$ **называют полной механической энергией.**

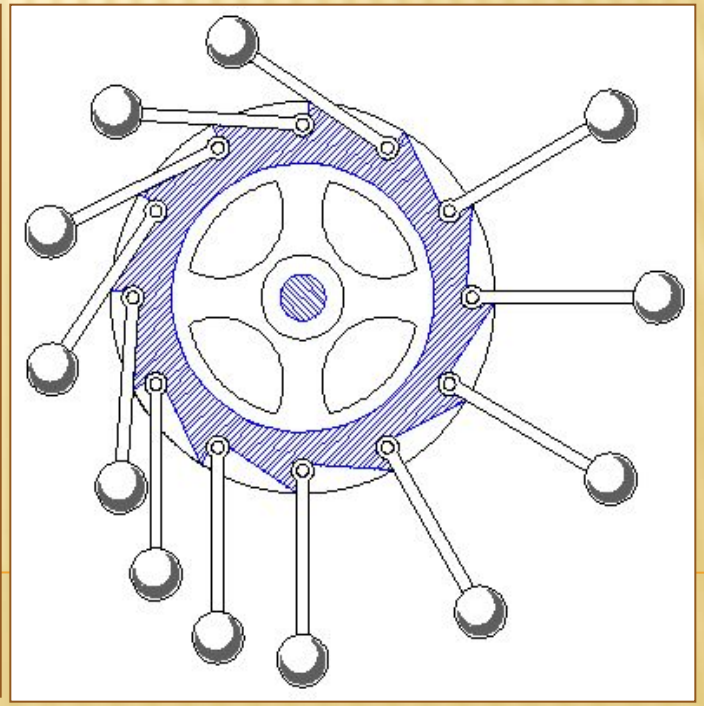
Закон сохранения механической энергии выполняется только тогда, когда тела в замкнутой системе взаимодействуют между собой при отсутствии сил трения.

Если между телами, составляющими замкнутую систему, действуют силы трения, то механическая энергия не сохраняется. Часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию тел (нагревание).

Одним из следствий закона сохранения и превращения энергии является утверждение о невозможности создания «вечного двигателя» (*perpetuum mobile*) – машины, которая могла бы неопределенно долго совершать работу, не расходуя при этом энергии







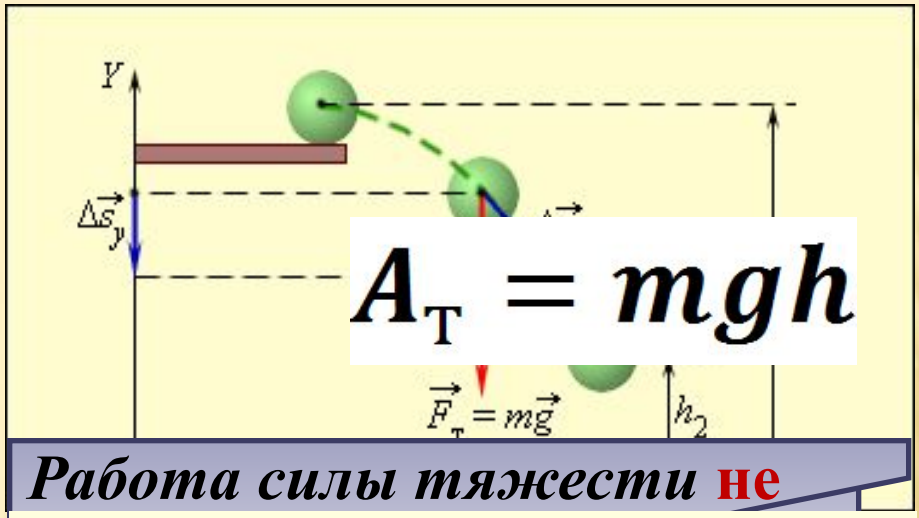
Для полной механической энергии закон сохранения энергии имеет следующее выражение: полная механическая энергия замкнутой системы тел, взаимодействующих силами тяготения и упругости, остается неизменной.

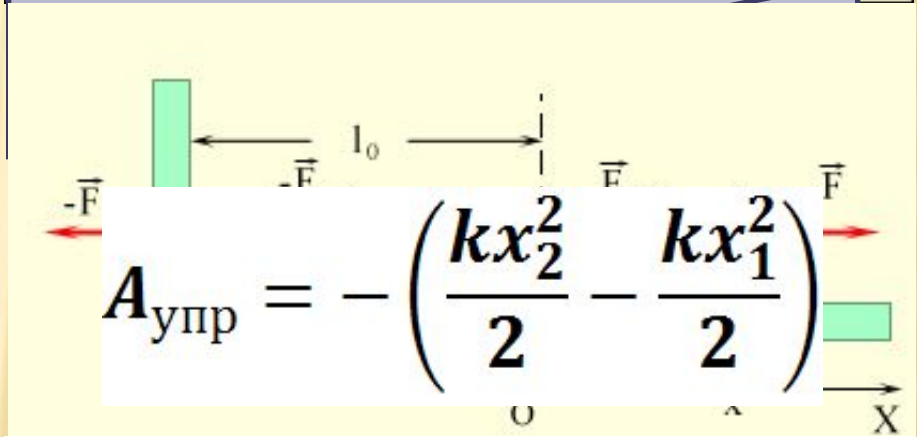
Закон сохранения энергии раскрывает физический смысл понятия работы.

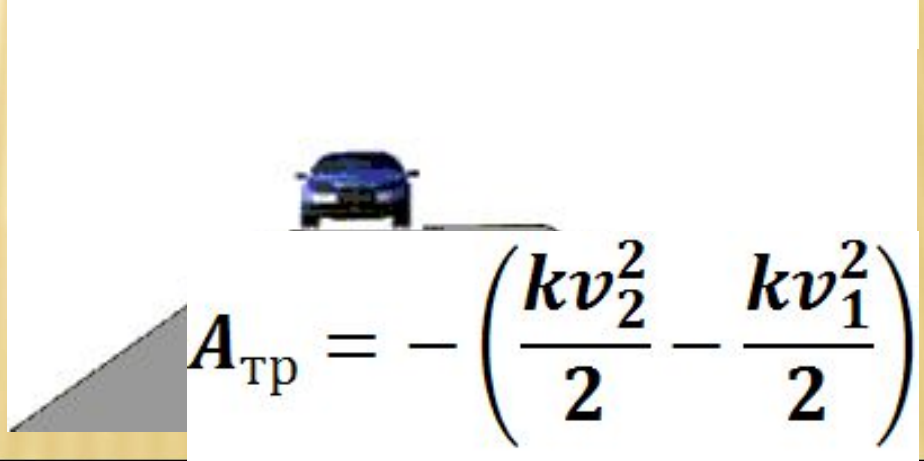
Работа сил тяготения и сил упругости, с одной стороны, равна увеличению кинетической энергии, а с другой стороны, — уменьшению потенциальной энергии тел.

Следовательно, *работа равна энергии, превратившейся из одного вида в другой.*

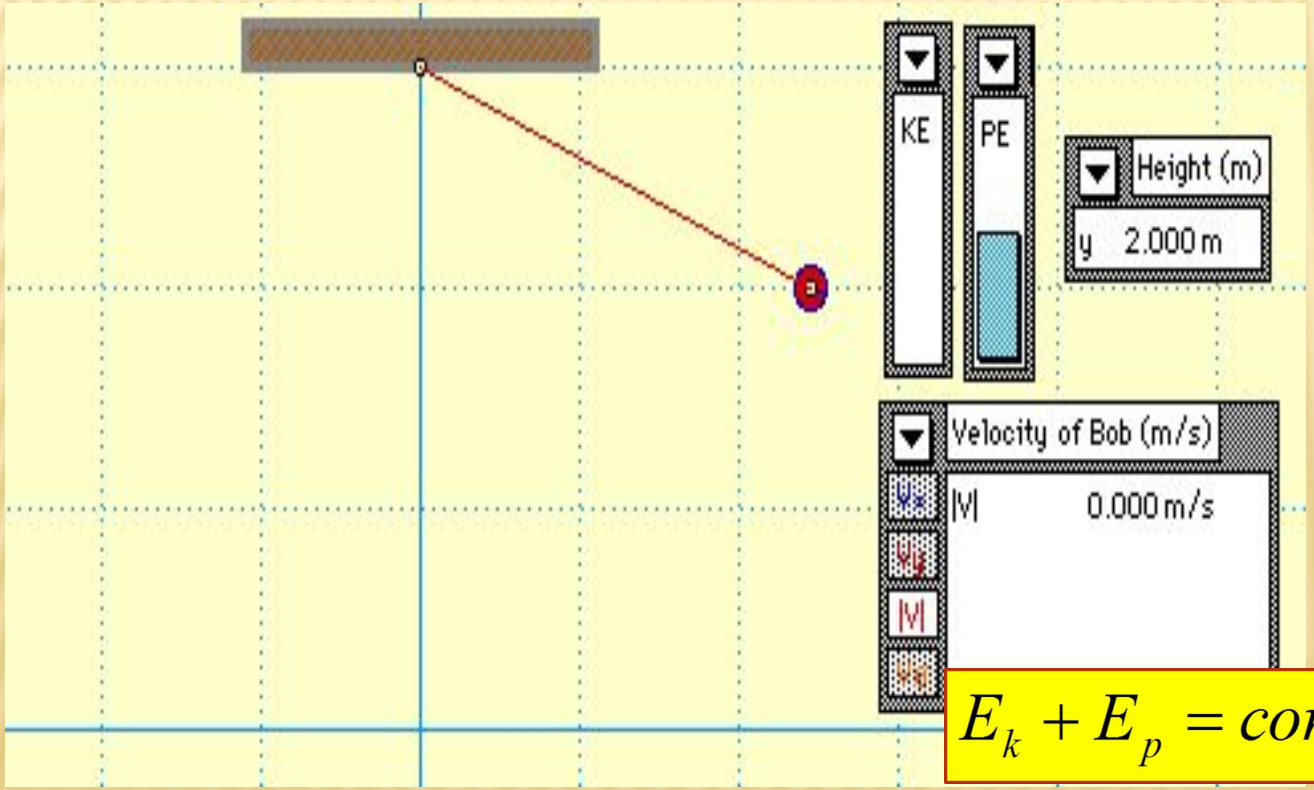
- **Работа силы тяжести** равна изменению потенциальной энергии тела, взятому с противоположным знаком.
- **Работа силы упругости:** равна изменению потенциальной энергии деформированного тела
- **Работа силы трения:** равна изменению кинетической энергии тела



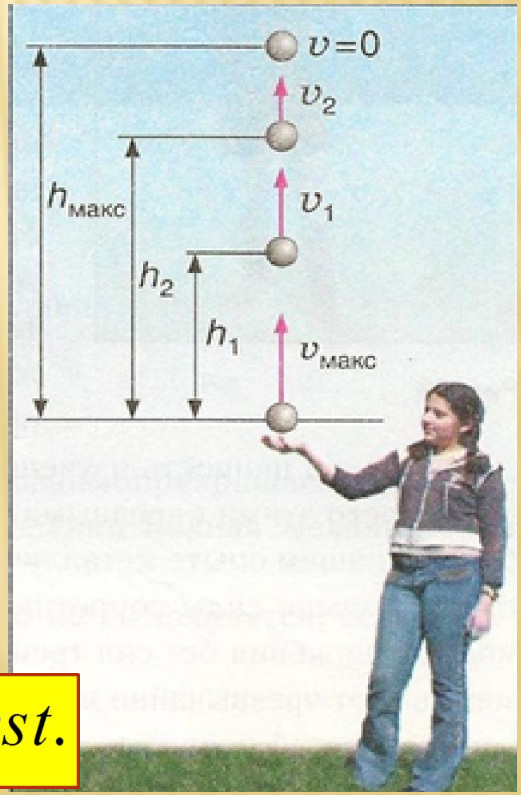




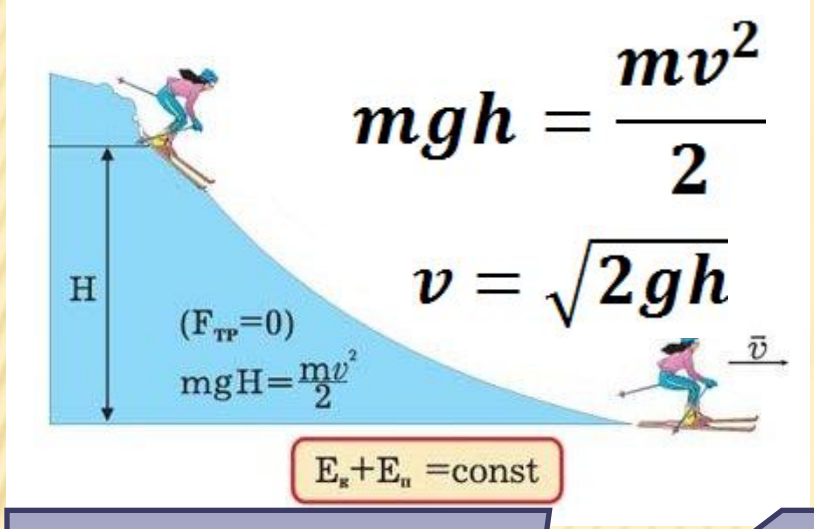
При любых физических взаимодействиях энергия не возникает и не исчезает. Она лишь превращается из одной формы в другую. Этот экспериментально установленный факт выражает фундаментальный закон природы – закон сохранения и превращения энергии.



$$E_k + E_p = const.$$



Примеры выполнения закона сохранения полной механической энергии

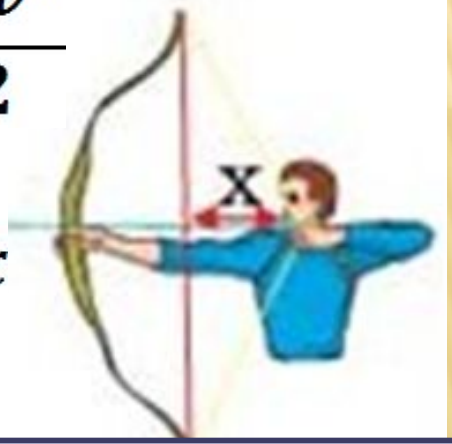


$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}}x$$



Потенциальная энергия тела, поднятого над землей переходит в кинетическую

Потенциальная энергия деформированного тела переходит в кинетическую

$$E_k + E_p = const.$$

Решить задачи.

1. Камень массой 500г, падая с высоты 10м, имел у поверхности земли в момент падения скорость 12 м/с. Какая была совершена работа по преодолению силы сопротивления воздуха?

2. Тело массой 100г, брошенное вертикально вниз с высоты 20м со скоростью 10 м/с, упало на землю со скоростью 20 м/с. Найдите работу по преодолению силы сопротивления воздуха.

3. Пуля, массой 10г попадает в дерево толщиной 10см, имея скорость 400 м/с. Пробив дерево, пуля вылетает со скоростью 200 м/с. Определить силу сопротивления, которую испытывает пуля, пробивая дерево.