

Системы

счисления

- **ЦЕЛЬ:** Ознакомить учащихся с одним из разделов школьного курса информатики историей развития и классификацией различных систем счисления, с алгоритмом перевода из десятичной системы счисления в другие (двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная).
- **Используемые информационные продукты:**
 - Microsoft Power Point - для создание и демонстрации презентации;
 - Microsoft Word - для набора текста;
 - Paint - для создания графических объектов;
 - Adobe Photoshop - для редактирования графических объектов;
- **Системные требования:**
 - Презентацию можно выполнить на компьютере любого класса где содержаться Win98/ME/2000/XP
 - Программа Microsoft Power Point любой версии.
 - Особых ограничений НЕТ.
- **Содержание проекта:**

Основные темы:

 - История системы счисления
 - Непозиционные системы счисления
 - Позиционные системы счисления
 - Двоичная арифметика
 - Алгоритм перевода чисел из одной системы счисления в другую

Представление числовой информации с помощью систем счисления

ЧЕМ ОТЛИЧАЕТСЯ ЦИФРА ОТ ЧИСЛА?

Для записи информации о количестве объектов используются **числа**.

Числа записываются с использованием особых знаковых систем, которые называются **системами счисления**.

Знаки системы счисления, с помощью которых записывают числа – это **цифры**.



**ЦИФР ОГРАНИЧЕННОЕ КОЛИЧЕСТВО,
А ЧИСЕЛ БЕСКОНЕЧНО МНОГО!**

Унарная система счисления

В древние времена, когда люди начали считать, появилась потребность в записи чисел.

Количество предметов изображалось нанесением **равного количества** черточек, зарубок или засечек на какой-либо твердой поверхности.



Такая система записи чисел называется единичной (**унарной**), так как любое число в ней образуется путем повторения одного знака, символизирующего единицу.

Раскопки относятся к периоду палеолита (10–11 тысяч лет до н.э.)

Типы систем счисления

Типы систем счисления

```
graph TD; A[Типы систем счисления] --> B[Позиционные]; A --> C[Непозиционные]; B --> D[значение цифры зависит от ее места (позиции) в записи числа;]; C --> E[значение цифры не зависит от ее места (позиции) в записи числа;];
```

Позиционные

е

значение цифры **зависит** от ее места (*позиции*) в записи числа;

Непозиционные

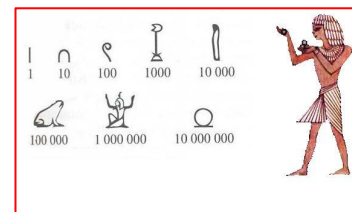
ые

значение цифры **не зависит** от ее места (*позиции*) в записи числа;

Непозиционная система счисления

✓ Римская

ЦИФРЫ В ДРЕВНЕМ РИМЕ			
I	1	VI	6
II	2	VII	7
III	3	VIII	8
IV	4	IX	9
V	5	X	10
L	50		
C	100		
D	500		
M	1000		



✓ Древнеегипетская

✓ Древнегреческие

↵	- тысяча (1000)
⊕	- тьма (10 000)
☀	- легион (100 000)
⊕	- леандр (1 000 000)
⊕	- ворон (10 000 000)
⊕	- колода (100 000 000)

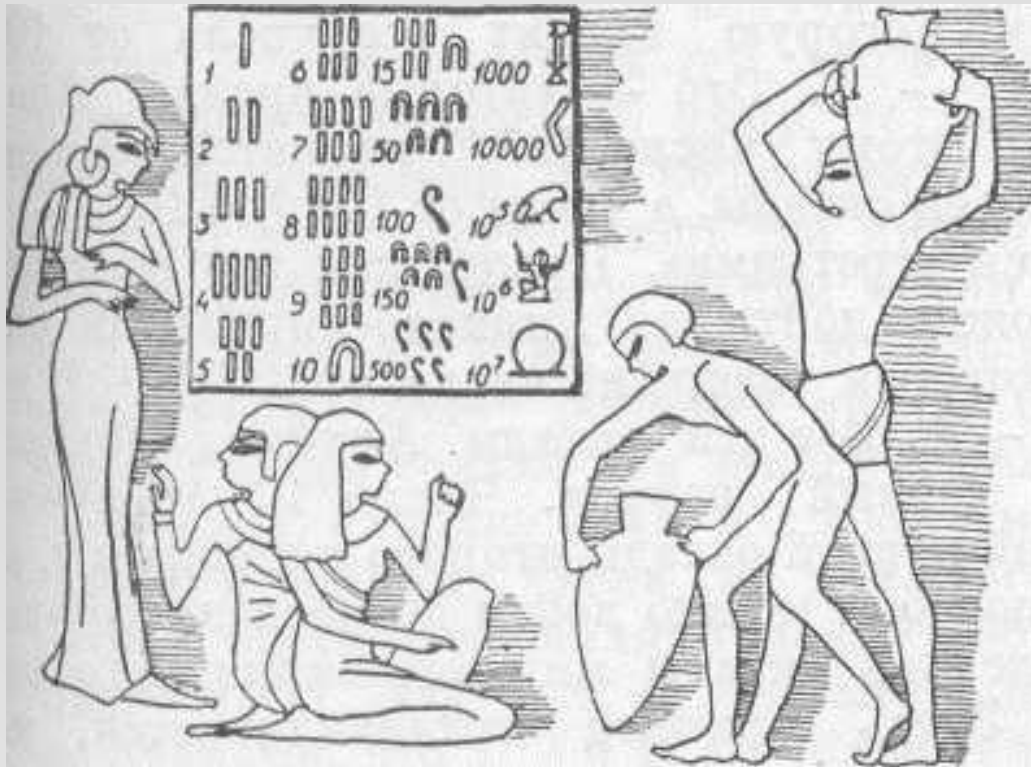
0	1	2	3	4
⊕	•	••	•••	••••
5	6	7	8	9
⊕	⊕	⊕	⊕	⊕
10	11	12	13	14
⊕	⊕	⊕	⊕	⊕
15	16	17	18	19
⊕	⊕	⊕	⊕	⊕

✓ Старославянская

✓ Древнеиндийская



Древнеегипетская система счисления



Возникла во второй половине III тысячелетия до н.э.

Каждый символ повторяется определенное число раз, и, чтобы прочесть число, нужно просуммировать значения всех символов, входящих в его запись.

Древнегреческая система счисления

Древнегреческая аттическая пятеричная

В древнейшее время в Греции была распространена так называемая Аттическая система счисления, название происходит от области Греции– Аттики со столицей Афины.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	II	III	IIII	Γ	ΓΙ	ΓΙΙ	ΓΙΙΙ	ΓΙΙΙΙ
10	100	1000	10000	50	500	5000		
Δ	Η	Χ	Μ	Ϛ	ϛ	Ϝ		

$$\text{ΗΗϚΓ} = 256, \quad \text{ΧΧϚΙ} = 2051$$

$$\text{ΗΗΗϚϛϜϛϜ} = 382, \quad \text{ϚΧΧϚΗΗΗ} = 7800$$

Славянская система счисления

Алфавитная система была принята и в Древней Руси. Получила большое распространение в связи с тем, что имела полное сходство с греческой записью чисел.

Была создана для перевода священных библейских книг для славян греческими монахами братьями **Кириллом и Мефодием в IX веке.**

Использовалась она нечасто, но достаточно долго.

По организации повторяет греческую нумерацию. Использовалась она **с VIII по XIII в.**

$$\text{Щ} \text{Ѡ} \text{Ѣ} = 800 + 60 + 3 = 863$$

Ѡ₁

Ѣ₂

Ѧ₃

Ѩ₄

Ѭ₅

Ѯ₆

Ѱ₇

Ѳ₈

Ѵ₉

Ѧ₁₀

Ѩ₂₀

Ѭ₃₀

Ѯ₄₀

Ѱ₅₀

Ѳ₆₀

Ѵ₇₀

Ѷ₈₀

Ѹ₉₀

Ѫ₁₀₀

Ѭ₂₀₀

Ѯ₃₀₀

Ѱ₄₀₀

Ѳ₅₀₀

Ѵ₆₀₀

Ѷ₇₀₀

Ѹ₈₀₀

Ѻ₉₀₀

Славянская система счисления

Славянская кириллическая десятичная алфавитная

А	В	Г	Д	Е	З	И	Й	Ѡ
<i>аз</i>	<i>веди</i>	<i>глаголь</i>	<i>добра</i>	<i>есть</i>	<i>зело</i>	<i>земля</i>	<i>иже</i>	<i>фита</i>
1	2	3	4	5	6	7	8	9
І	К	Л	М	Н	Ѣ	О	П	Ч
<i>и</i>	<i>како</i>	<i>люди</i>	<i>мыслете</i>	<i>наш</i>	<i>кси</i>	<i>он</i>	<i>покой</i>	<i>червь</i>
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Р	С	Т	У	Ф	Х	Ѩ	Ѧ	Ц
<i>рцы</i>	<i>слово</i>	<i>твердь</i>	<i>ук</i>	<i>ферт</i>	<i>жа</i>	<i>пси</i>	<i>о</i>	<i>цы</i>
100	200	300	400	500	600	700	800	900

	Тысяча	1000
	Тьма	10 000
	Легион	100 000
	Леодр	1 000 000
	Ворон	10 000 000
	Колода	100 000 000

ДИ = 14

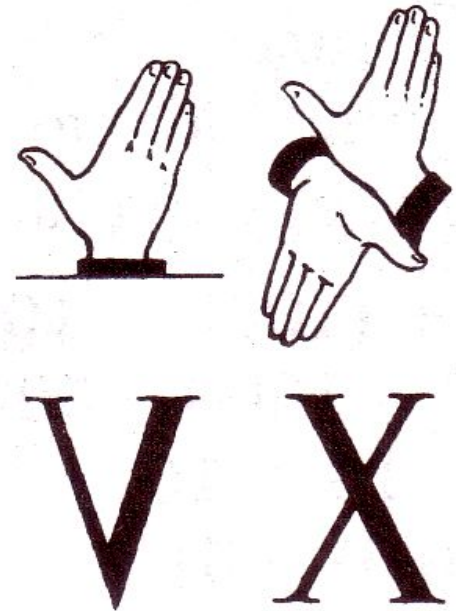
ѦѢГ = 863

Римская непозиционная СС

(500 лет до н.э.) Используется обозначение веков, номера глав в книгах, циферблат часов

Для записи чисел используются буквы латинского алфавита

I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000



Римская непозиционная СС

—

если **меньшая**
цифра стоит **слева**
от большей
IX (10-1=9)

+

если **меньшие**
цифры стоят **справа**
от большей
XII (10+1+1=12)

не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд

Примеры:

$$\underbrace{\text{XXX}}_{=90} \underbrace{\text{II}}_{=2} = 32$$

$$97 = \text{XCVII}$$

$$98 = \text{XCVIII}$$

$$\underbrace{\text{D}}_{=500} \underbrace{\text{XL}}_{=40} \underbrace{\text{II}}_{=2} = 542$$

$$99 = \text{XCIX}$$

$$100 = \text{C}$$

$$101 = \text{CI}$$

$$102 = \text{CII}$$

Римская непозиционная СС

Переведите числа в римскую СС и обратно.

$$\mathbf{MCDLXIV} = 1000 + (500 - 100) + (50 + 10) + (5 - 1) = 1464$$

$$\mathbf{1279} = 1000 + 200 + 70 + 9 = \mathbf{MCCLXXIX}$$

М СС LXX IX

Задание № 1

• **CMXVII =**

• **405 =**

• **MMCSXXIX=**

• **1984 =**

• **MCMLXIII =**

• **2983 =**

Недостатки непозиционных СС

- ✓ Существует постоянная потребность введения новых знаков для записи больших чисел.
- ✓ Невозможно представлять дробные и отрицательные числа.
- ✓ Сложно выполнять арифметические операции, так как не существует алгоритмов их выполнения.



Позиционные системы счисления

Позиционная система - значение цифры определяется ее позицией в записи числа.


- ✓ Десятичная
- ✓ Вавилонская (шестидесятиричная)
- ✓ Племена индейцев Майя
(двадцатеричная)
- ✓ Двенадцатеричная (древняя Шумера)
- ✓ В компьютерной технике (двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная)

Вавилонская система счисления

Шестидесятеричная вавилонская система – первая известная система счисления, основанная на позиционном принципе.

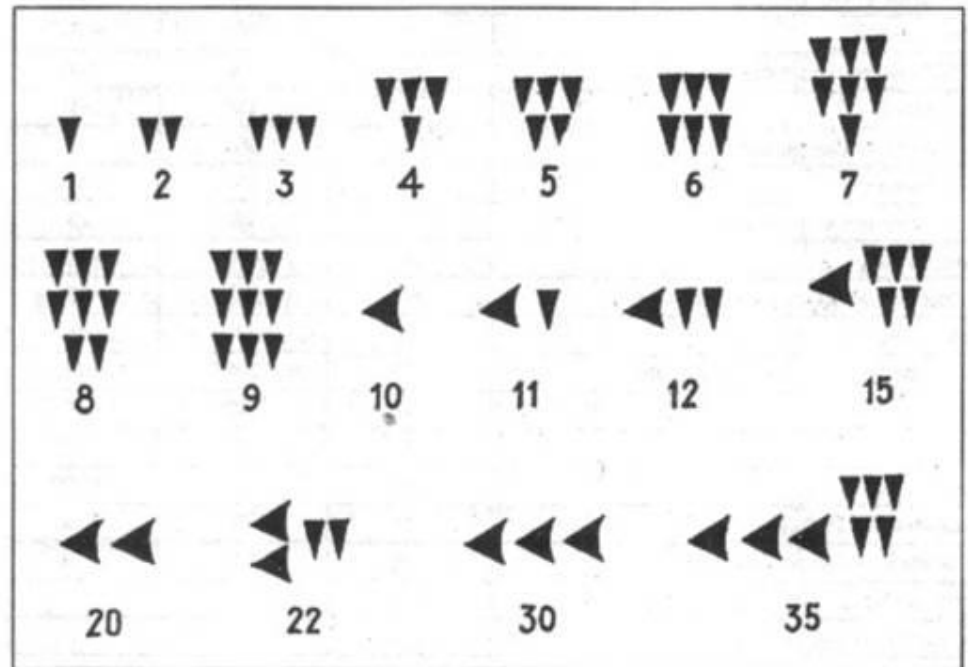
Числа менее 60 обозначались с помощью двух знаков: прямой клин служил для обозначения единиц, лежащий клин – для обозначения десятков.

 - единицы

 - десятки

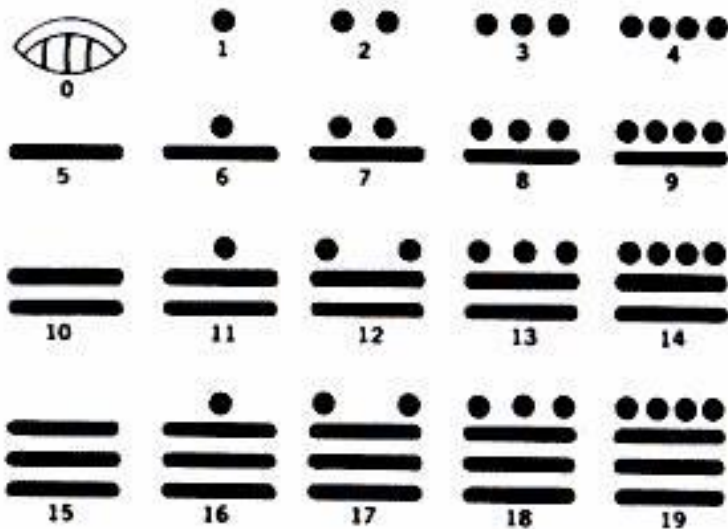
 - ноль

Древний Вавилон
(II тысячелетие до нашей эры)



Вавилонская система счисления

У ацтеков и майя, населявших американский континент и создавших там высокую культуру, почти полностью уничтоженную испанскими завоевателями в XVI - XVII в., была принята **двадцатеричная система счисления.**



Бактун	144,000 дней	
Катун	7,200 дней	
Тун	360 дней	
Виналь	20 дней	
Кин	1 день	

= 20

= 21

= 55

= 249

Арабская нумерация

Самая распространенная на сегодняшний день нумерация, которой мы пользуемся в настоящее время.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

400 г. н.э. – изобретена в Индии

800 г.н.э. – заимствована арабами

в 1200 г.н.э. - начали применять в Европе,

В Европе они стали известны благодаря трудам арабских математиков, и потому за ними утвердилось название

«арабские», хотя сами арабы вплоть до настоящего времени пользуются совсем другими символами.



Арабские цифры:

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠

В России арабская нумерация стала использоваться при Петре I (до конца XVII века сохранилась славянская нумерация)

Наиболее распространенными
в настоящее время являются :

-десятичная

-двоичная

-восьмеричная

-шестнадцатеричная

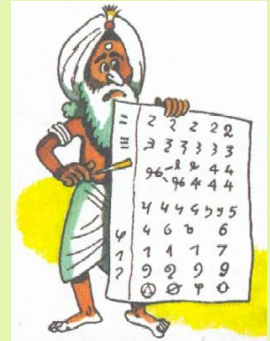
ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ.



Десятичная система счисления

Любое число мы можем записать при помощи десяти цифр:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9



Именно поэтому наша современная система счисления называется **десятичной**.

Известный русский математик **Н.Н.Лузин** так выразился по этому поводу:

«Преимущества десятичной системы счисления не математические, а зоологические. Если бы у нас было на руках не десять пальцев, а восемь, то человечество бы пользовалось восьмеричной системой счисления.»

Двоичная система счисления

Была придумана задолго до появления компьютеров. Официальное рождение двоичной арифметики связано с именем Г. В. Лейбница, опубликовавшего в 1703 г. статью, в которой он рассмотрел правила выполнения арифметических действий над двоичными числами. Ее недостаток – «длинная» запись чисел.

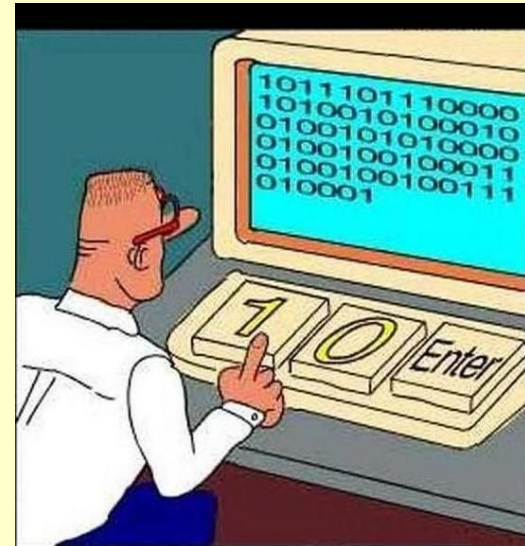
В настоящий момент – наиболее употребительная в информатике, вычислительной технике и смежных отраслях система счисления. Использует две цифры: **0 и 1**

Пример:

Свернутая форма записи числа: 101_2

Развернутая форма: $101 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

Все числа в компьютере представляются с помощью нулей и единиц, т. е. в двоичной системе счисления.



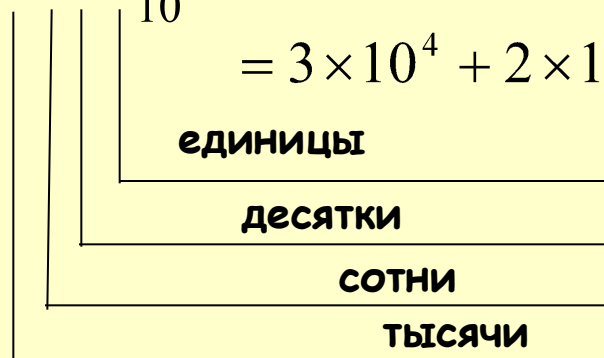
Развернутая форма записи числа

$$A_q = \pm (a_{n-1}q^{n-1} + a_{n-2}q^{n-2} + \dots + a_0q^0 + a_{-1}q^{-1} + a_{-2}q^{-2} + \dots + a_{-m}q^{-m})$$

где A -само число,
 q -основание системы счисления,
 a - цифры данной системы счисления,
 n -число разрядов целой части числа,
 m -число разрядов дробной части числа.

Пример:

$$\begin{aligned} 32478_{10} &= 3 \times 10000 + 2 \times 1000 + 4 \times 100 + 7 \times 10 + 8 = \\ &= 3 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0. \end{aligned}$$



"Алфавит" различных систем счисления

Система счисления	Основание	Размерность алфавита	Цифры
Двоичная	2	2	0, 1
Восьмеричная	8	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Десятичная	10	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Шестнадцатеричная	16	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 ,A,B,C,D,E,F

В таблице приведены некоторые числа, представленные в различных СС.

Двоичные числа	Восьмеричные числа	Десятичные числа	Шестнадцатеричные числа
0	0	0	0
1	1	1	1
10	2	2	2
11	3	3	3
100	4	4	4
101	5	5	5
110	6	6	6
111	7	7	7
1000	10	8	8
1001	11	9	9
1010	12	10	A
1011	13	11	B
1100	14	12	C
1101	15	13	D
1110	16	14	E
1111	17	15	F

Перевод чисел в десятичную с/с

Алгоритм перевода:

1. **Представьте число в развернутой форме.**

При этом основание с/с должно быть представлено в десятичной системе счисления.

2. **Найдите сумму ряда.** Полученное число является значением числа в десятичной системе счисления.

Примеры:

Переведем число 11001_2 в десятичную систему счисления.

1. Запишем число в развернутой форме:

$$1101_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0.$$

2. Найдем сумму ряда:

$$2^4 + 2^3 + 0 + 0 + 2^0 = 16 + 8 + 4 + 1 = 29_{10}.$$

Переведем число $16,4_8$.

1. Запишем число в развернутой форме: $1 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1}$

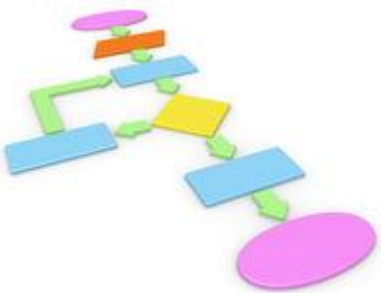
2. Найдем сумму: $8 + 6 + 0,5 = 14,5_{10}$.

Задание № 2

З а д а н и я

- 2.11. Перевести в десятичную систему следующие числа: 101_2 , 110_2 , 111_2 , 7_8 , 11_8 , 22_8 , $1A_{16}$, BF_{16} , $9C_{16}$.
- 2.12. Провести проверку выполнения задания 2.11 с помощью электронного калькулятора NumLock Calculator.

Перевод чисел из десятичной с/с в двоичную



Алгоритм перевода целых чисел из десятичной системы счисления в любую другую:

- 1. Последовательно выполнить деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой с/с, пока не получится частное, меньше делителя.**
- 2. Полученные остатки являются цифрами числа в новой с/с.**
- 3. Составить число в новой системе счисления, записывая его начиная с последнего остатка.**

Перевод десятичных чисел в другие

Двоичная

$$\begin{array}{r|l}
 15 & 2 \\
 \hline
 14 & \begin{array}{r} \underline{-7} \\ 6 \end{array} & 2 \\
 \hline
 1 & \begin{array}{r} \underline{-6} \\ 1 \end{array} & \begin{array}{r} \underline{-3} \\ 2 \end{array} & 2 \\
 & \begin{array}{r} \underline{-1} \\ 1 \end{array} & \begin{array}{r} \underline{-2} \\ 1 \end{array} & \begin{array}{r} \underline{-1} \\ 1 \end{array}
 \end{array}$$

$$15_{10} = 1111_2$$

Восьмеричная

$$\begin{array}{r|l}
 315 & 8 \\
 \hline
 24 & \begin{array}{r} \underline{-39} \\ 75 \end{array} & 8 \\
 \hline
 75 & \begin{array}{r} \underline{-32} \\ 72 \end{array} & 4 \\
 \hline
 72 & 7 & \\
 \hline
 3 & &
 \end{array}$$

$$315_{10} = 473_8$$

Шестнадцатеричная

$$\begin{array}{r|l}
 315 & 16 \\
 \hline
 16 & \begin{array}{r} \underline{-19} \\ 155 \end{array} & 16 \\
 \hline
 155 & \begin{array}{r} \underline{-16} \\ 144 \end{array} & 1 \\
 \hline
 144 & 3 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 (B)
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 31 \\
 5
 \end{array}
 \quad
 {}_{10} = \begin{array}{r}
 13B \\
 6
 \end{array}$$

Перевод десятичной дроби

Двоичная

$$0,1875_{10} = 0,0011_2$$

0	1875
	× 2
<hr/>	
0	3750
	× 2
<hr/>	
0	7500
	× 2
<hr/>	
1	5000
	× 2
<hr/>	
1	0000

Шестнадцатеричная

$$0,1875_{10} = 0,3_{16}$$

0	1875
	× 16
<hr/>	
3	0000

Восьмеричная

$$0,1875_{10} = 0,14_8$$

0	1875
	× 8
<hr/>	
1	5000
	× 8
<hr/>	
4	0000

Задание № 3

З а д а н и я

- 2.13. Перевести целые десятичные числа 9_{10} , 17_{10} и 243_{10} в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.
- 2.14. Перевести десятичные дроби $0,2_{10}$ и $0,35_{10}$ в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления с точностью до трех знаков после запятой.
- 2.15. Перевести десятичные числа $3,5_{10}$ и $47,85_{10}$ в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления с точностью до трех знаков после запятой.

Двоичная арифметика

Таблица сложения

$0+0=0$
 $1+0=1$
 $0+1=1$
 $1+1=10$

Таблица вычитания

$0-0=0$
 $1-0=1$
 $1-1=0$
 $10-1=1$

Таблица умножения

$0*0=0$
 $1*0=0$
 $1*1=1$

$$\begin{array}{r} 1001000 \\ - 101101 \\ \hline 11011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 101101 \\ \hline 1001000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11001 \\ * 10001 \\ \hline 11001 \\ + 00000 \\ 00000 \\ 00000 \\ 11001 \\ \hline 110101001 \end{array}$$

Задача

Ей было **1100** лет.
Она в **101** класс ходила.
В портфеле по **100** книг носила.
Все это правда, а не бред.
Когда пыля десятком ног.
Она шагала по дороге,
За ней всегда бежал щенок
С одним хвостом, зато стоногий,
Она ловила каждый звук
Своими десятью ушами,
И **10** загорелых рук
Портфель и поводок держали.
И **10** темно-синих глаз
Оглядывали мир привычно.
Но станет все совсем обычным,
Когда поймете наш рассказ.



ОТВЕТ

Ей было **12** лет.
Она в **5** класс ходила.
В портфеле по **4** книг носила.
Все это правда, а не бред.
Когда пыля десятком ног.
Она шагала по дороге,
За ней всегда бежал щенок
С одним хвостом, зато стоногий,
Она ловила каждый звук
Своими десятью ушами,
И **2** загорелых рук
Портфель и поводок держали.
И **2** темно-синих глаз
Оглядывали мир привычно.
Но станет все совсем обычным,
Когда поймете наш рассказ.



Задание № 4

- 1. Выполните арифметические операции в двоичной системе счисления:
 - а) $1110 + 1001$
 - б) $101,101 + 11,01$
 - в) $10101 + 1111$
 - г) $1011011 + 101010$
 - д) $1010 + 1111$
 - е) $1110 - 1001$
 - ж) $10101 - 110$
 - з) $1000011 - 101$
 - и) $10101 - 1010$
 - к) $1100 - 11$
 - л) 1110×1001
 - м) 1101×101
 - н) $101,1 \times 11,1$
 - о) $1001,01 \times 11$
 - п) 10011×111
 -
- 2. Решите задачи в двоичной системе счисления.
 - а) На берегу моря лежало 10 камешков. Набежавшая волна выбросила еще несколько. Их стало 1000. Сколько камешков было выброшено волной?
 - б) Греются на солнышке воробьи. На нижней ветке их было 110, на верхней – на 10 меньше. Сколько всего было воробьев?
 - в) Младший брат учится в 101 классе. Старший на 11 лет старше. В каком классе учится старший брат?
 - г) В кабинетах биологии и информатики 1010 кактусов. В биологии их 111. Сколько кактусов в кабинете информатики?
 - д) У первоклассника Миши 1111 палочек для счета. У Коли 101. На сколько палочек у Миши больше, чем у Коли?

ЛИТЕРАТУРА:

1. Информатика и информационные технологии. Учебник для 10-11 кл. Н.Д. Угринович - Москва- издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2005г.
2. Системы счисления и компьютерная арифметика. Учебное пособие. Е. В Андреева. Москва- издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2004г.
3. Информатика. Структурированный конспект базового курса информатики. И.Г. Семакин. Москва- издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2001г.
4. Задачник - практикум. И.Г. Семакин. Москва- издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2001г.
5. Математические основы информатики. Элективный курс: Учебное пособие. Е. В Андреева. Москва- издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2005г.