



Лекция по теме : “Электростатика”

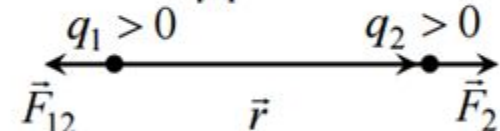
3 ЭЛЕКТРОСТАТИКА

3.1 Школьные знания

1 *Электрический заряд* – материальный источник электромагнитного поля

2 *Элементарный электрический заряд* – $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

3 *Закон сохранения заряда*: $\sum_{i=1}^N q_i = \text{const}$ (для изолированной системы)

4 *Закон Кулона*:  $\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2 \vec{r}}{r^2 r}$ (3.1)

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \quad |F_{12}| = |F_{21}| = F; \quad F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}^{-2}; \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2) = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

5 Принцип суперпозиции:
$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i. \quad (3.2)$$

6 Напряженность электрического поля:
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}; \quad [E] = \frac{\text{В}}{\text{М}} \quad \left(1 \frac{\text{В}}{\text{М}} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} \right). \quad (3.3)$$

Поле точечного заряда:
$$E = k \frac{q}{r^2} \begin{cases} q_{\oplus} \text{-----} \rightarrow \vec{E} \\ q_{\ominus} \text{-----} \leftarrow \vec{E} \end{cases}$$

Принцип суперпозиции электрических полей:
$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i. \quad (3.4)$$

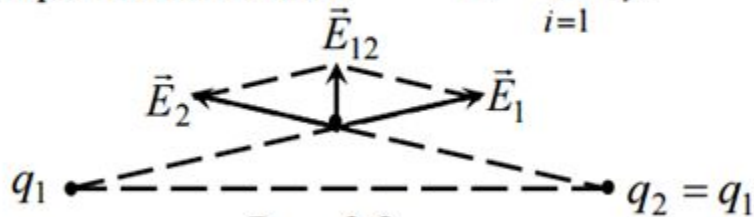
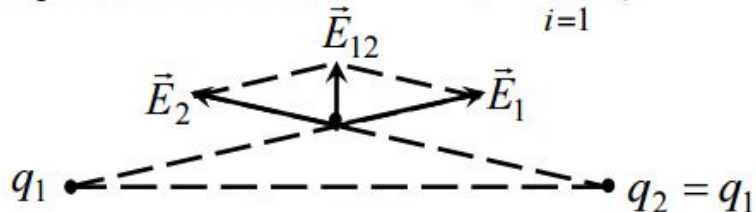


Рис. 3.2

Принцип суперпозиции электрических полей:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i.$$

(4)



Электрические силовые линии

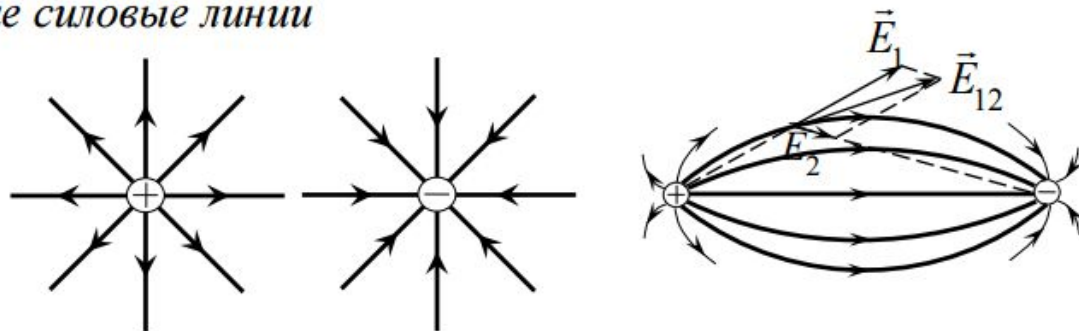
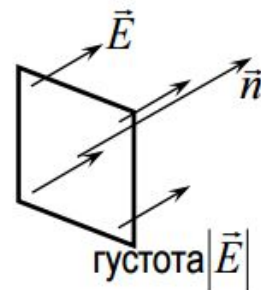
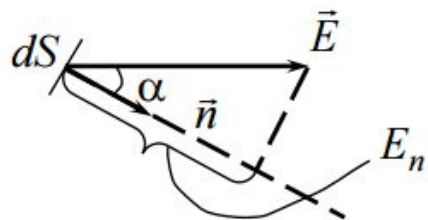


Рис. 3.3

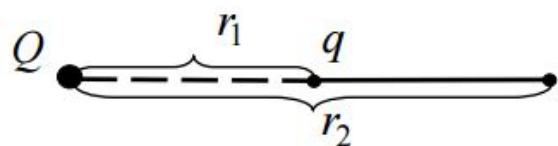
$d\Phi_E = E_n dS = \vec{E} \cdot d\vec{S}$ –
 поток вектора \vec{E}
 сквозь площадку dS



Потенциал: $\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{q_0}, \quad [\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}. \quad [5]$

Потенциал поля на расстоянии r от точечного заряда Q : $\varphi = k \frac{Q}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}. \quad [6]$

Работа по переносу заряда в электрическом поле (вывод формулы):



$$A = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 F \cdot dr \cos \alpha = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} dr =$$

$$= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right); \quad A = W_{\text{п}_1} - W_{\text{п}_2}.$$

Если $r_2 \rightarrow \infty$, то $W_{\text{п}_2} = 0$. Поэтому $W_{\text{п}_1} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$ или $W_{\text{п}} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$, тогда

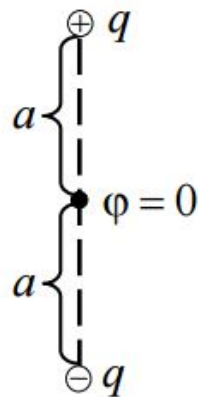
$$\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

В результате

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU. \quad [7]$$

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i$$

– потенциал электрического поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов полей, которые создаются каждым зарядом в отдельности.



Циркуляция вектора \vec{E}

Если заряд q после перемещения его по замкнутому контуру l в поле заряда Q попадает в исходную точку ($r_1 = r_2$), то $A = W_{n_1} - W_{n_2} = 0$ или $A = \oint \vec{F} d\vec{l} = q \oint \vec{E} d\vec{l} = 0$.

$$\text{В итоге } \boxed{\oint \vec{E} d\vec{l} = 0}. \quad [8]$$

В электростатическом поле циркуляция вектора \vec{E} равна нулю,
то есть это поле потенциально.

Линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми.

Связь напряженности и потенциала электрического поля. Эквипотенциальные поверхности

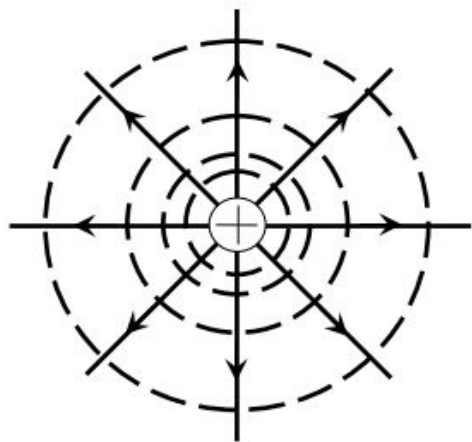
Элементарная работа, совершаемая силами электрического поля по переносу точечного заряда q на расстояние dl вдоль силовой линии, равна убыли потенциальной энергии

$$\delta A = -dW_{\text{п}} \text{ или } qEdl = -qd\varphi, \text{ то есть } E = -\frac{d\varphi}{dl}. \quad [9]$$

Если вектор перемещения $d\vec{l}$ разложить по осям прямоугольной декартовой системы координат X, Y, Z , получим:

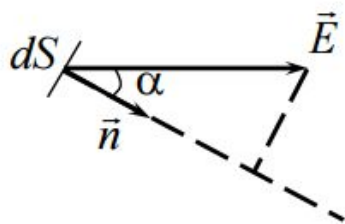
$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right) = -\text{grad}\varphi = -\nabla\varphi. \quad [10]$$

Потенциал электрического поля принято изображать графически с помощью эквипотенциальных поверхностей (линий), потенциалы во всех точках которых одинаковы.



- эквипотенциальные поверхности и силовые линии всегда взаимно перпендикулярны;
- принято разность потенциалов между любыми двумя соседними эквипотенциальными поверхностями делать одинаковыми;
- эквипотенциальные линии всегда замкнуты.

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме



Поток вектора \vec{E} через элемент поверхности $d\vec{S}$:

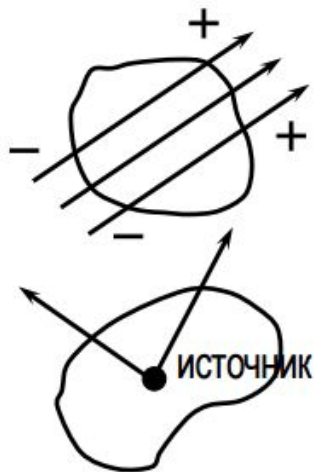
$$d\Phi_E = E_n dS = \vec{E} d\vec{S}, \quad \text{где } d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$$

Поток вектора \vec{E} через всю поверхность S :

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S E_n dS. \quad (11)$$

(Школа: для силовых линий магнитного поля $\Phi = BS \cos \alpha$)

Φ – число силовых линий, пронизывающих данную поверхность перпендикулярно ей.



Для замкнутой поверхности:

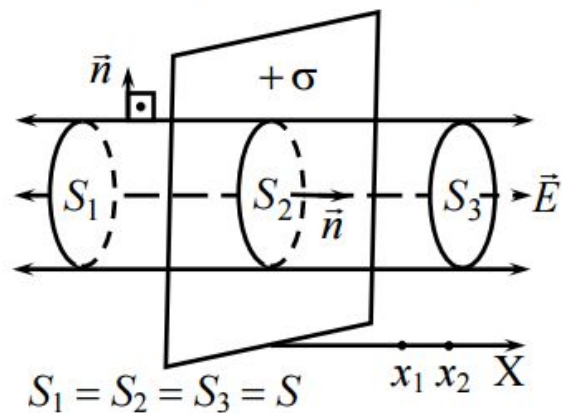
если поток идёт наружу, он положителен: $+\Phi$

если поток идёт внутрь, он отрицателен: $-\Phi$

Чтобы полный поток через замкнутую поверхность не равнялся нулю, надо иметь внутри поверхности источник силовых линий (или несколько источников).

Примеры:

1 Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости:



$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \int_{S_1} E dS \cos 0^\circ + \int_{S_3} E dS \cos 0^\circ + \int_{S_{\text{бок}}} E dS \cos 90^\circ = 2ES$$

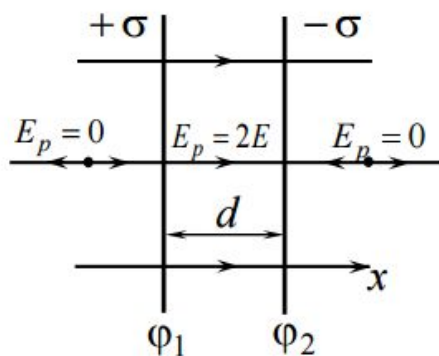
$$\Phi_E = 2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}.$$

Напряжённость поля: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$. [13]

Так как $E_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}$, то для разности потенциалов в точках поля с координатами x_1 и x_2 можно записать:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1).$$

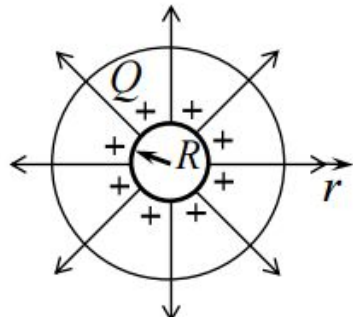
Поле двух параллельных равномерно заряженных плоскостей:



$$E_p = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad [14]$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d$$

Поле равномерно заряженной сферы радиусом R



$$\begin{aligned}\Phi_E &= \oint_S E dS \cos 0^\circ = \\ &= E \oint_S dS = 4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

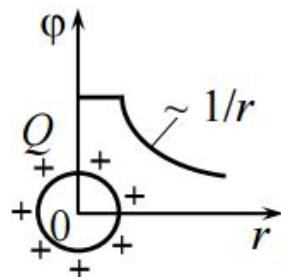
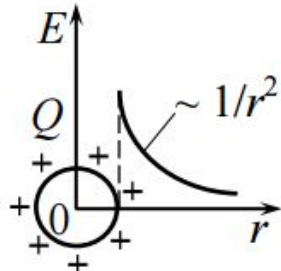
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}, \text{ при } r \geq R; \quad [15]$$

$$E = 0 \text{ при } r < R$$

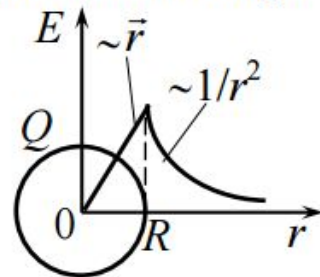
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\text{при } r_2 > r_1 \geq R.$$

$$\text{Если } r_2 = \infty, r_1 = r, \text{ то } \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$



Поле объемно заряженного шара



$$\text{а) } r \geq R \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

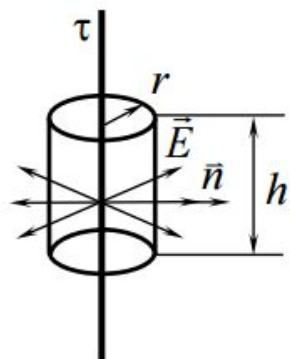
$$\text{б) } r < R \quad 4\pi r^2 E = \frac{Q \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{\epsilon_0 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3},$$

$$E = \frac{Q \cdot r}{4\pi\epsilon_0 R^3};$$

$$\begin{aligned}\text{в) } R > r_2 > r_1 \quad \varphi_1 - \varphi_2 &= \int_{r_1}^{r_2} E \cdot dr = \\ &= \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R^3} (r_2^2 - r_1^2)\end{aligned}$$

Поле равномерно заряженной бесконечно длинной тонкой прямой нити

Расчёт по теореме Гаусса



$$\Phi_E = \int_{S_{\text{бок}}} E dS = 2\pi r h E = \frac{\tau h}{\epsilon_0}$$

следовательно,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} \quad [16]$$

$$\Phi_1 - \Phi_2 =$$

$$= \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} dr =$$

$$= \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} (\ln r_2 - \ln r_1) =$$

$$= \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Расчёт с использованием принципа суперпозиции

$$E = \int dE_1 = \int dE \cos\alpha = \int k \frac{dq}{l^2} \cos\alpha.$$

Согласно рис. 3.13

$$x = r \cdot \operatorname{tg}\alpha \Rightarrow dx = \frac{r d\alpha}{\cos^2\alpha},$$

$$dq = \tau dx$$

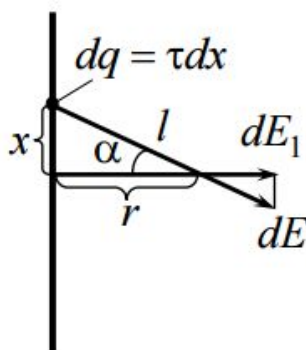
$$l = \frac{r}{\cos\alpha}.$$

$$E = \int k \left(\frac{\tau \cdot r d\alpha}{\cos^2\alpha} \right) \left(\frac{\cos^2\alpha}{r^2} \right) \cos\alpha = \int k \frac{\tau}{r} \cos\alpha d\alpha$$

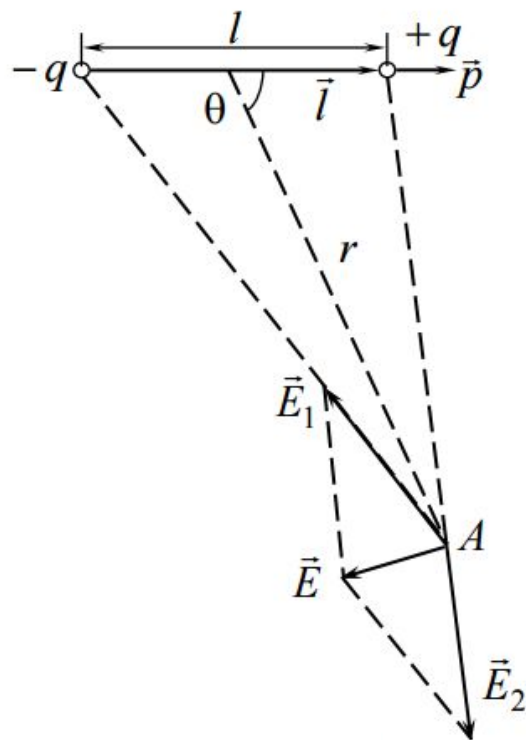
$$= k \frac{\tau}{r} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos\alpha d\alpha = k \frac{\tau}{r} \sin\alpha \Big|_{-\pi/2}^{+\pi/2} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r} \cdot 2 \Rightarrow$$

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}$$



Поле диполя. Диполь в электрическом поле



Электрический диполь – совокупность двух одинаковых по абсолютной величине разноименных точечных зарядов $+q$ и $-q$, расстояние l между которыми значительно меньше расстояния r до рассматриваемых точек поля.

Вектор \vec{l} , направленный от $-q$ к $+q$ называется *плечом диполя*.

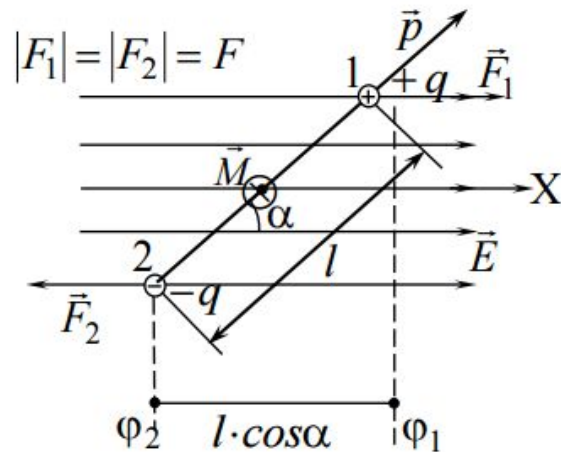
$\vec{p} = |q|\vec{l}$ – электрический момент диполя или *дипольный момент*.

При $r \gg l$ расчетная формула для E :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} \sqrt{1+3\cos^2\theta} \quad (17)$$

!!! Напряженность электрического поля диполя убывает пропорционально r^3 , то есть значительно быстрее, чем в случае поля одного точечного заряда.

Диполь в однородном электрическом поле



$$M = 2F \cdot \frac{l}{2} \sin \alpha = qEl \cdot \sin \alpha = pF \cdot \sin \alpha$$

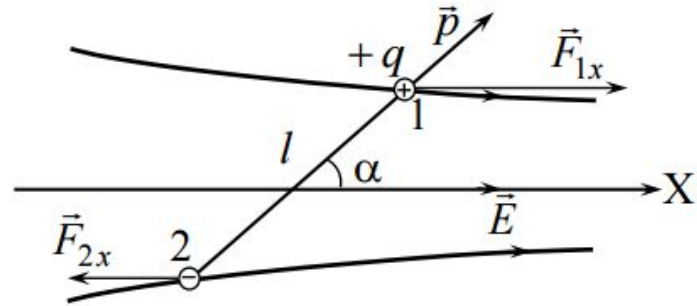
$$\vec{M} = [\vec{p}, \vec{E}] \quad [18]$$

$$W_{\Pi} = q(\varphi_1 - \varphi_2), \text{ так как } E_x = E = -\frac{\partial \varphi}{\partial x},$$

$$\text{то } W_{\Pi} = -qEl \cos \alpha = -\vec{p}, \vec{E}$$

$$\alpha = 90^\circ, W_{\Pi} = 0 \quad | \quad \alpha = 0^\circ, W_{\Pi_{\min}} = -pE.$$

Диполь в неоднородном электрическом поле



$$\Delta E_x = \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x = \frac{\partial E}{\partial x} l \cos \alpha$$

$$F_x = F_{1x} - F_{2x} = qE_{1x} - qE_{2x} = q\Delta E_x =$$

$$= q \frac{\partial E}{\partial x} l \cos \alpha = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha.$$

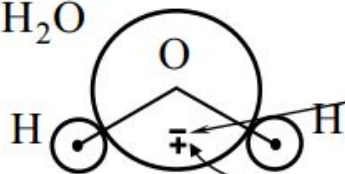
$$F_x = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha$$

[19]

Диэлектрик в электрическом поле. Поляризация

Полярные молекулы

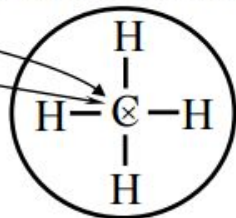
H₂O



$$\vec{r}^- = \frac{\sum_{i=1}^N q_i^- \vec{r}_i^-}{\sum_{i=1}^N q_i^-}$$

$$\vec{r}^+ = \frac{\sum_{i=1}^N q_i^+ \vec{r}_i^+}{\sum_{i=1}^N q_i^+}$$

Неполярные молекулы

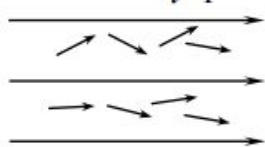


Ориентационная

При $\vec{E} = 0$ $\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = 0$



При $\vec{E} \neq 0$ $\sum_{i=1}^N \vec{p}_i \neq 0$



Поляризационная ионная

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{p}_i}{\Delta V} \quad (20)$$

$$\vec{P} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E},$$

где P – поляризованность
вещества;

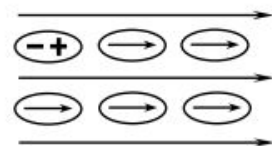
ε – диэлектрическая воспри-
имчивость вещества

Поляризационная
электронная

При $\vec{E} = 0$ $\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = 0$



При $\vec{E} \neq 0$ $\sum_{i=1}^N \vec{p}_i \neq 0$



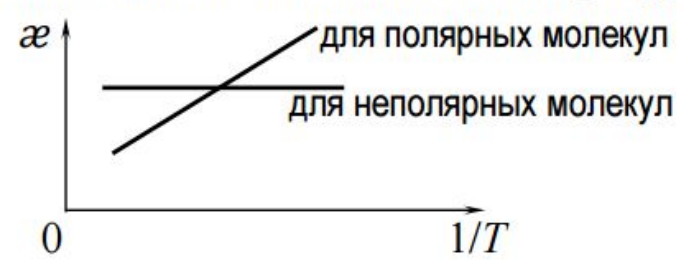
Примечание: В формуле $\vec{P} = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i}{\Delta V}$ [20] объем ΔV должен быть достаточно мал с тем, чтобы в его пределах электрическое поле было однородным.

Для неполярных атомов (молекул) $\vec{p}_i = \beta \epsilon_0 \vec{E}$ [21]
 (β – поляризуемость атома, молекулы). Формула используется только для неполярных веществ: в полярных веществах поляризуемостью атомов пренебрегают.

$$[\epsilon_0] = \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \quad \beta = \frac{P}{\epsilon_0 E}; \quad [\beta] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}^2 \cdot \text{Н}} = \text{м}^3.$$

Для неполярных молекул: $\vec{P} = n \vec{p}_i = n \beta \epsilon_0 \vec{E}$, или $\vec{P} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$,
 где ϵ – безразмерная величина.

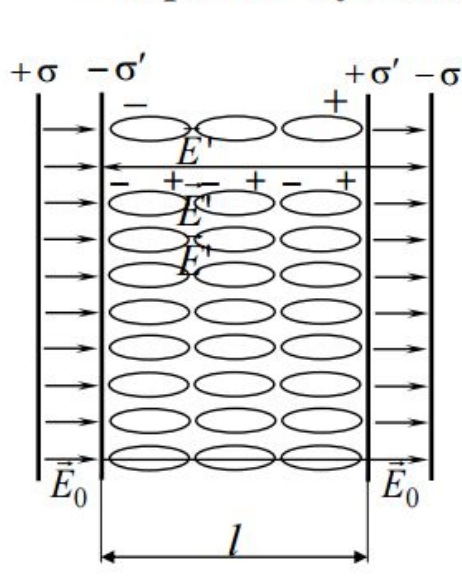
Формула $\vec{P} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$ справедлива и в случае полярных молекул при слабых электрических полях и постоянной температуре.



В твердых диэлектриках, в основном, – электронная и ионная поляризация.

Вектор электрического смещения.

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике



$E = E_0 - E' = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$; $P = \frac{\sigma' sl}{V} = \epsilon \epsilon_0 E$ и $\sigma' = \epsilon \epsilon_0 E$

Связанные заряды

$E = E_0 - \epsilon E$; $\rightarrow E = E_0 / (1 + \epsilon)$

Тогда $E = \frac{E_0}{\epsilon}$, где $\epsilon = 1 + \epsilon$. (22)

ϵ – диэлектрическая проницаемость среды.

Удобно ввести вектор электрического смещения: $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$,
 который учитывает поляризуемость среды;

$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \epsilon) \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$.

В таком варианте удобно записать и теорему Гаусса в диэлектрике:

$$\oint_s \vec{D} d\vec{S} = \oint_s D_n dS = \sum_{i=1}^N q_i \quad (23)$$

– поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме свободных зарядов, охватываемых этой поверхностью.

Электреты. Сегнетоэлектрики. Пьезоэлектрический эффект

Кристаллические диэлектрики

Электронная
поляризация

Ориентационная
поляризация отсутствует

Ионная
поляризация

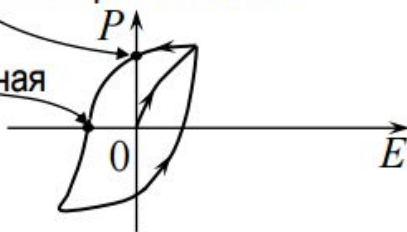
– Электреты (Ёгучи – 1922 г.): в некоторых диэлектриках поляризация сохраняется длительное время после прекращения действия внешнего электрического поля.

$\uparrow T, \Rightarrow$ расплав в сильном электрическом поле, $\Rightarrow T \downarrow$

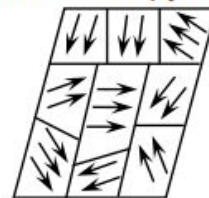
– Сегнетоэлектрики (сегнетовая соль $\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ – 1920 г.)

Остаточная поляризованность

Козрцитивная
сила



Доменная структура



– Пьезоэлектрики: при сжатии и растяжении ряда кристаллов на их гранях появляются электрические заряды, подобные поляризационным (пьезоэлектрический эффект открыт Ж. и П. Кюри – 1880 г.)

Электростатика проводников. Металлы в электрическом поле

Напряженность и потенциал электрического поля уединенного проводника

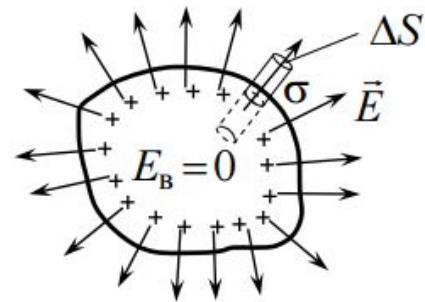
Незаряженный уединенный проводник:

- а) содержит свободные электроны и положительные ионы кристаллической решетки, в целом электронейтрален;
- б) в нём отсутствует направленное передвижение электрических зарядов, то есть внутри него $E = 0$.

Заряженный уединенный проводник:

- а) сообщенный заряд из-за сил взаимного отталкивания располагается на поверхности проводника, скапливаясь на выступах и рассредоточиваясь на впадинах;
- б) $E_{\text{внутри}} = 0$, поэтому весь заряд *на проводнике, содержащем полости*, располагается на его поверхности так же, как и на сплошном проводнике.
- в) силовые линии электрического поля перпендикулярны поверхности заряженного проводника (нет касательной составляющей $\vec{E}_\tau = 0$ вдоль поверхности). Объем и поверхность уединенного проводника эквипотенциальны (для всех точек проводника $\varphi = \text{const}$).

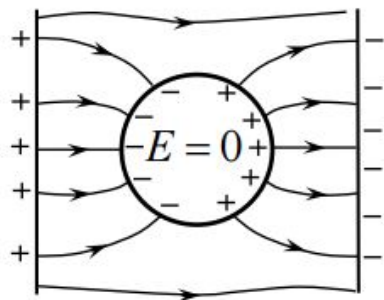
г) Используя факт перпендикулярности силовых линий любому участку площадью ΔS поверхности проводника, можно рассчитать напряжённость электрического поля вблизи этого участка. Согласно теореме Гаусса:



$$E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\epsilon\epsilon_0}, \quad \text{то есть} \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}.$$

$D = \epsilon\epsilon_0 E = \sigma$ – поверхностная плотность зарядов.

Проводник во внешнем электрическом поле



Электростатическая индукция – явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле.

Емкость и энергия единичного проводника

$q = C\phi$ – заряд на поверхности единичного проводника прямо пропорционален его потенциалу.

$$C = \frac{q}{\phi}, \quad (3.24)$$

C – емкость единичного проводника } определяется его размером, формой, а также свойствами материала окружающего диэлектрика

Пример: емкость единичного шара радиуса R с зарядом q :

В электрическом поле заряженного шара $d\phi = -E dr = -\frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} dr$, поэтому

$$\phi_1 - \phi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \text{ где } r_2 > r_1 \geq R.$$

Если $r_1 = R$, $r_2 = \infty$, то потенциал заряженного шара (или сферы) $\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$.

В результате: $C_{\text{ш}} = \frac{q}{\phi} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R$. $[C] = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \Phi$; $[\epsilon_0] = \frac{\Phi}{\text{М}}$.

Определим энергию заряженного проводника, для этого вспомним, что потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов равна

$$W_{\Pi 2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}.$$

Преобразуем это выражение: $W_{\Pi 2} = \frac{1}{2} \left(\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \right) = \frac{q_1 \varphi_1}{2} + \frac{q_2 \varphi_2}{2}.$

По аналогии $W_{\Pi N} = \sum_{i=1}^N \frac{q_i \varphi_i}{2}$, где $W_{\Pi N}$ — потенциальная энергия системы из N точечных зарядов q_1, q_2, \dots, q_N .

Разбив поверхность проводника на точечные сегменты с q_i ($\varphi = const$), получим

$$W_{\Pi} = \sum_{i=1}^N \frac{q_i \varphi_i}{2} = \frac{\varphi}{2} \sum_{i=1}^N q_i = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}. \quad (3.25)$$

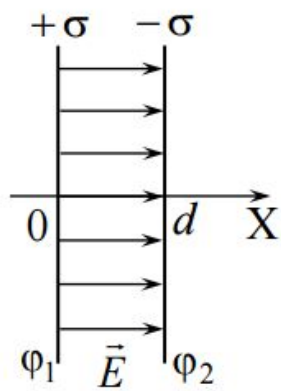
Конденсаторы

Электрическим конденсатором называется система, состоящая из двух близко расположенных проводников, имеющих такую форму, чтобы в заряженном состоянии создаваемое ими электрическое поле было почти полностью сосредоточено в ограниченной области пространства.

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U} \quad (3.26)$$

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} \quad (3.27)$$

Плоский конденсатор



$$E = -\frac{d\varphi}{dx}$$

$$d\varphi = -Edx$$

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\int_0^d Edx; \rightarrow E = \frac{U}{d}$$

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}d = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 S}d$$

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} \quad (3.28)$$

Последовательное соединение

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (3.29)$$

Параллельное соединение

$$U_1 = U_2 = \dots = U_N = U = const$$

$$C = \sum_{i=1}^N C_i \quad (3.30)$$

Энергия электростатического поля

На примере плоского конденсатора

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} U^2 = \\ &= \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 \left(\frac{U}{d} \right)^2 S \cdot d = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 \cdot V \quad (\text{для однородного поля}). \end{aligned}$$

Тогда $\mathbf{w} = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}$, (3.31)

Здесь \mathbf{w} – объемная плотность энергии электрического поля в изотропном диэлектрике.

В общем случае: полная энергия электрического поля

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V \epsilon E^2 dV.$$