

Основные единицы

| | |
|-----------------------|--|
| Метр (м) | — длина пути, проходимого светом в вакууме за $\frac{1}{299792458}^c$. |
| Килограмм (кг) | — масса, равная массе международного прототипа килограмма (платиноиридиевого цилиндра, хранящегося в Международном бюро мер и весов в Севре, близ Парижа). |
| Секунда (с) | — время, равное 9192631770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133. |
| Ампер (А) | — сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого поперечного сечения, расположенных в вакууме на расстоянии 1 метр один от другого, создает между этими проводниками на каждый метр длины силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Ньютона. |
| Кельвин (К) | $\frac{1}{273,16}$ часть термодинамической температуры тройной точки воды. |
| Моль (моль) | — количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько атомов содержится в 12г изотопа углерода ^{12}C . |
| Кандела (кд) | — сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ герц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет $\frac{1}{683}$ Вт/ср. |

| | |
|-------------------|--|
| Механика | - раздел физики, занимающийся изучением закономерностей механического движения и взаимодействия тел. Оформление механики как науки впервые в книге И.Ньютона (1687г.) «Математические начала натуральной философии». Механика подразделяется на кинематику, динамику и статику. |
| Кинематика | – занимается пространственным описанием движения, не изучая его причин. |
| Динамика | – изучает движение тел в связи с теми причинами, которые обуславливают тот или иной его характер. |
| Статика | – рассматривает частный случай движения тел, а именно – их равновесие. |

Современная механика – это:

Ньютоновская или классическая механика, которая применима для макроскопических тел (тел, сравнимых с человеческим масштабом), движущихся со скоростями v много меньшими, чем скорость света в вакууме c ($c \sim 3 \cdot 10^8$ м/с): $v \ll c$

Релятивистская механика применима при движении любых тел со скоростями v , сравнимыми со скоростью c : $v \sim c$. Эта механика основана на теории относительности, созданной А.Эйнштейном в 1905-1914 гг. Релятивистская механика включает в себя как частный случай классическую механику.

Квантовая механика, она описывает движение микроскопических тел (молекулы, отдельные атомы, элементарные частицы), строение и свойства атомов и молекул. Год рождения квантовой физики, фундаментом которой является квантовая механика, принято считать 1900г., когда М.Планк сделал доклад об энергии теплового излучения.

| | |
|--------------------------------|---|
| Материальная точка | – это тело, геометрическими размерами которого в условиях задачи можно пренебречь и считать, что вся масса тела сосредоточена в геометрической точке. |
| Абсолютно твердое тело | – это система, состоящая из совокупности материальных точек, расстояния между которыми в условиях задачи можно считать неизменными. |
| Абсолютно упругое тело | – тело, деформации которого подчиняются закону Гука, т.е. деформации пропорциональны вызывающим их силам. |
| Физическое пространство | – трехмерно (т.е. положение тела полностью определяется тремя числами - координатами), изотропно (свойства по всем выделенным направлениям одинаковы и не изменяются), однородно (свойства пространства во всех его точках одинаковы). |
| Время | одномерно (ось времени можно снабдить стрелкой, указывающей направление, стрела времени), однородно (свойства времени во всех точках на оси направления времени одинаковы), однаково текущее . |
| Механическое движение | - это изменение взаимного расположения тел или их частей в пространстве с течением времени. Механическое движение относительно . Этот принцип впервые сформулирован Г.Галилеем до появления труда И.Ньютона «Математические начала натуральной философии». Относительность движения означает, что в разных системах отсчета движение будет описываться по-разному. |

Система отсчета

– это система координат (прямоугольная, цилиндрическая и т.д.), снабженная часами и жестко связанная с абсолютно твердым телом (тело отсчета), по отношению к которому определяется положение других тел в различные моменты времени.

Радиус-вектор в декартовой системе координат.

Декартова система координат— это три взаимно перпендикулярных оси x, y, z , O – тело отсчета и часы для отсчета времени (Рис.1).

Положение материальной точки M относительно этой системы отсчета можно задать двумя способами:

- координатами x, y, z
- радиус-вектором \vec{r}

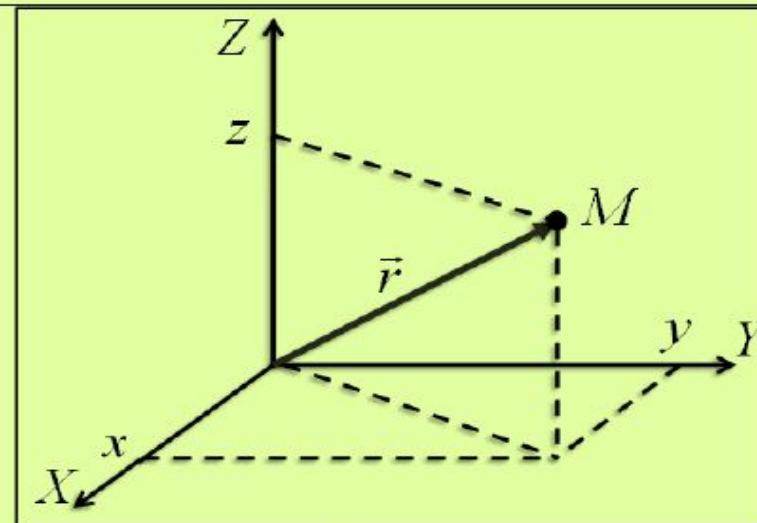


Рис.1

Поступательное движение

– это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению.

Признак поступательного движения – прямая, соединяющая две любые точки тела, остается параллельной самой себе. (Рис.2)

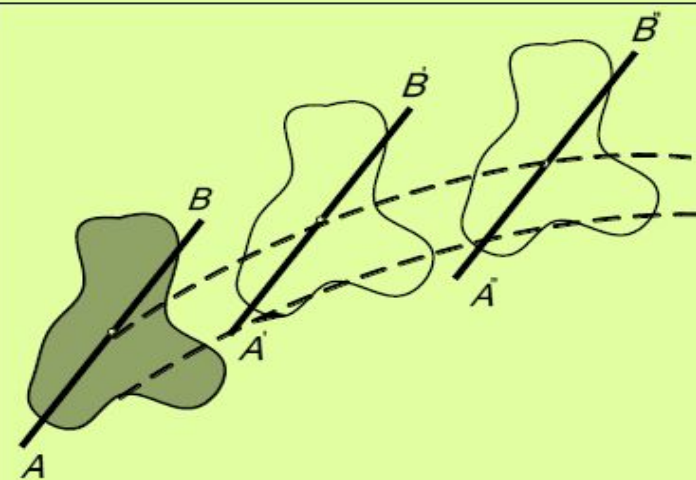


Рис.2

Разложение радиус-вектора на составляющие вдоль координатных осей. (Рис.3)

Если ввести три единичных вектора $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, направленные вдоль координатных осей (**единичные орты**), то радиус-вектор r можно представить в виде суммы трех векторов:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \text{ где } |\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

Квадрат длины вектора равен сумме квадратов его проекций:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

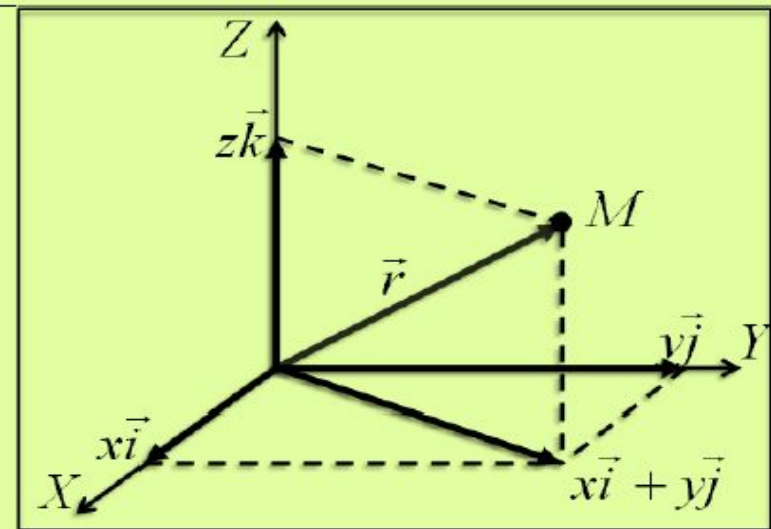


Рис.3

Кинематические уравнения движения.

При движении материальной точки М ее координаты и радиус-вектор изменяются с течением времени t .

Закон движения материальной точки – это функциональная зависимость от времени t координат или радиус-вектора r .

Кинематические уравнения движения задают **траекторию** движения тела в параметрической форме, параметром служит время t .

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \text{ или } \vec{r} = \vec{r}(t)$$

Траектория материальной точки.

Траектория – это линия, описываемая движущимся телом относительно выбранной системы отсчета. В зависимости от формы траектории движение подразделяют на **прямолинейное и криволинейное.**

(Рис.4)

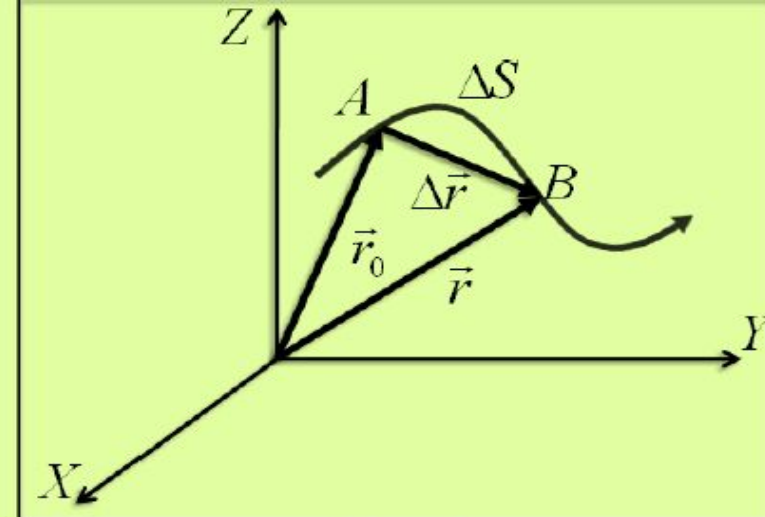


Рис.4

Длина пути точки

-сумма длин всех участков траектории, пройденных этой точкой за рассматриваемый промежуток времени t .

Длина пути – **скалярная** функция времени.

$$\Delta S = \Delta S(t) \quad (\text{Рис.4})$$

Вектор перемещения

$\Delta \vec{r}$

- это вектор, проведенный из начального положения движущейся точки в положение в данный момент времени, т.е. приращение радиус-вектора материальной точки за рассматриваемый промежуток времени.

$$\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \Delta x \cdot \vec{i} + \Delta y \cdot \vec{j} + \Delta z \cdot \vec{k}$$

В пределе $\Delta t \rightarrow 0$ длина пути по хорде Δs и длина хорды $\Delta r = |\Delta \vec{r}|$ будут все меньше отличаться:

$$ds = |d\vec{r}| = dr$$

| | |
|---|---|
| <p>материальной точки</p> | <p>к траектории движения точки, и по модулю равная производной от пути по времени. Она определяет как быстроту движения, так и его направление в данный момент времени.</p> |
| <p>Средняя скорость движения</p> $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ | <p>- определяется как отношение вектора перемещения к промежутку времени, за который перемещение произошло и характеризует быстроту изменения радиус-вектора с течением времени. Вектор средней скорости направлен также как вектор перемещения Δr - вдоль прямой, соединяющей точки А и В.</p> |
| <p>Мгновенная скорость</p> $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$ | <p>- определяется как скорость в конкретный момент времени t или в конкретной точке траектории. Мгновенная скорость - величина, к которой стремится отношение $\Delta r/\Delta t$ при стремлении Δt к нулю. $\frac{d\vec{r}}{dt}$ - первая производная радиус-вектора материальной точки \vec{r} по времени t. Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории в данной точке в сторону движения тела, на рисунке скорость v_1 в точке А скорость v_2 в точке В (Рис.7).</p> |
| <p>Модуль скорости</p> $v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow ds = v \cdot dt$ | <p>- равен первой производной пройденного пути по времени, если движение происходит только вдоль одного направления.</p> |

Геометрический смысл мгновенной скорости

На рисунке (Рис.5) показана зависимость пройденного пути S от времени t . Вектор скорости $v(t)$ направлен по касательной к кривой $S(t)$ в момент времени t . Из рисунка видно, что угол наклона касательной к оси t равен

$$\frac{ds}{dt} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$v = \frac{ds}{dt} = \operatorname{tg} \alpha$$

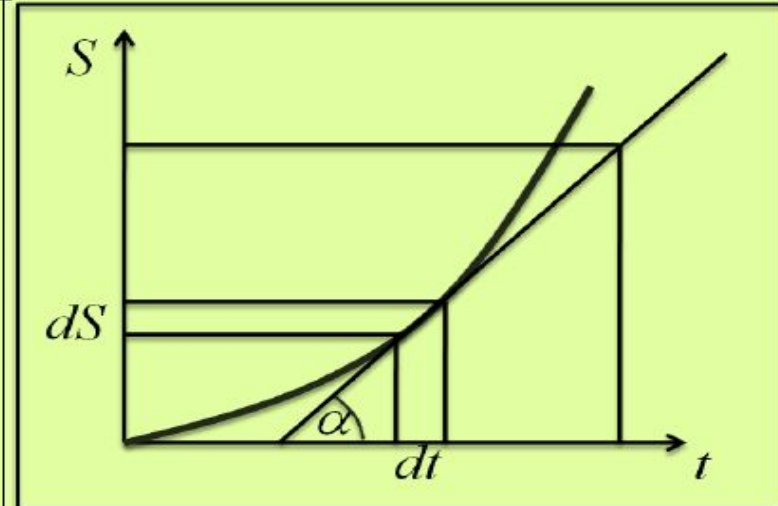


Рис.5

Геометрический смысл перемещения.

Интегрируя выражение $ds = v \cdot dt$ в интервале времени от t_0 до t , получим формулу, позволяющую вычислить путь, пройденный телом за время $t_2 - t_1$ если известна зависимость от времени его скорости $v(t)$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

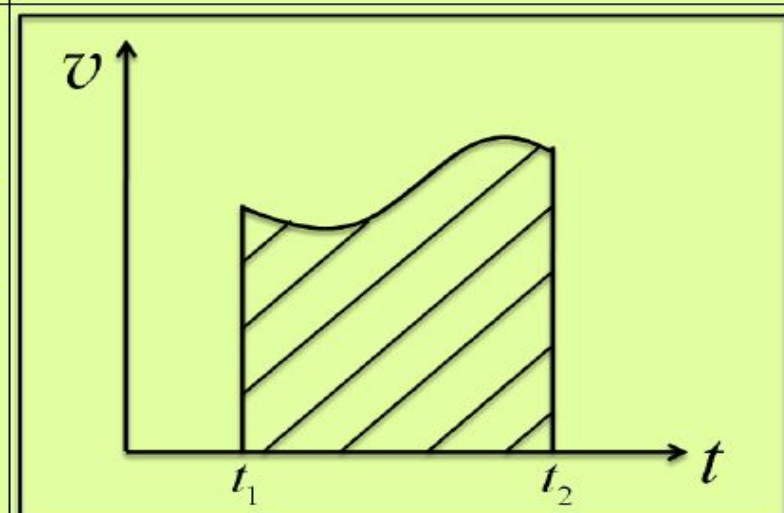


Рис.6

Геометрический смысл этой формулы ясен из рисунка (Рис.6) .

По определению интеграла пройденный путь представляет собой площадь, ограниченную кривой $v = v(t)$ в интервале от t_1 до t_2 .

| | |
|-------------------------------|---|
| Прямолинейное движение | - направление вектора скорости с течением времени остается неизменным. |
| Равномерное движение | - модуль скорости с течением времени остается постоянным. $v = const$ При этом перемещение равно <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $s = \int_{t_1}^{t_2} v dt = v \int_{t_1}^{t_2} dt = v(t_2 - t_1) = v\Delta t$ </div> |
| Неравномерное движение | - модуль скорости изменяется с течением времени. При неравномерном движении длина пути S , пройденного точкой за промежуток времени от t_1 до t_2 , задается интегралом <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$ </div> |
| | Если модуль скорости увеличивается с течением времени, то движение называется ускоренным , если убывает, то - замедленным . |

Криволинейное движение

- направление вектора скорости меняется с течением времени.

Скорость при криволинейном движении.

Если движение происходит не только вдоль одного направления, то модуль скорости определяется иначе. Вектор скорости можно разложить на составляющие по осям декартовой системы координат:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k},$$

причем составляющие скорости по направлениям определяются как первые производные соответствующих координат по времени:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

Модуль полной скорости определится с помощью теоремы Пифагора:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

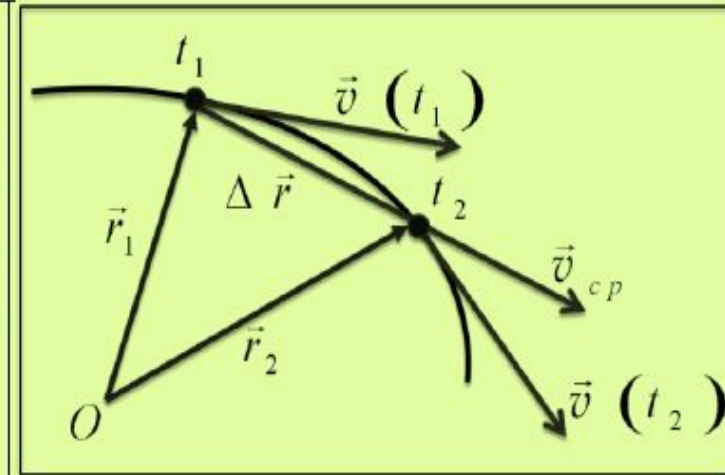


Рис.7

| | |
|--|---|
| <p>ускорение</p> | <p>Мгновенная скорость может изменяться как по модулю, так и по направлению, для характеристики быстроты изменения скорости служит ускорение.</p> |
| <p>Среднее ускорение $\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$</p> | <p>- это приращение $\Delta \vec{v}$ мгновенной скорости за промежуток времени Δt.</p> $\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ |
| <p>Мгновенное ускорение</p> | <p>Мгновенное ускорение получается, если промежуток времени сделать бесконечно малым $\Delta t \rightarrow 0$.</p> <p>Мгновенное ускорение или ускорение в данный момент времени – это предельное значение среднего ускорения, которое является первой производной скорости по времени.</p> $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \frac{d^2 r}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$ <p>В разложении по зафиксированным осям ускорение запишется в виде</p> $\begin{aligned} \vec{a} &= a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} = \left(\frac{dv_x}{dt} \right) \vec{i} + \left(\frac{dv_y}{dt} \right) \vec{j} + \left(\frac{dv_z}{dt} \right) \vec{k} = \\ &= \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \right) \vec{i} + \left(\frac{d^2 y}{dt^2} \right) \vec{j} + \left(\frac{d^2 z}{dt^2} \right) \vec{k} \end{aligned}$ |

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Если траектория точки - плоская кривая, то вектор ускорения лежит в этой плоскости.

Удобно **разложить** на две составляющие вдоль направлений n и τ .

(n - нормаль, τ - касательная к траектории в данной точке): **нормальное и тангенциальное ускорение** (Рис.8).

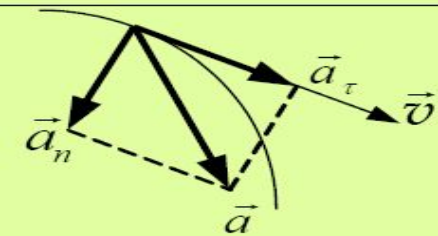


Рис.8

\vec{a}_τ - **тангенциальная составляющая**, направлена по касательной к траектории, совпадает с направлением скорости \vec{v} и определяет быстроту изменения скорости **по модулю**.

\vec{a}_n - **нормальная составляющая**, направлена к центру кривизны траектории, является центростремительным ускорением и характеризует изменение скорости **по направлению**.

В общем случае плоского криволинейного движения вектор ускорения удобно представить в виде **суммы двух проекций** (Рис.8):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

Вывод формулы центростремительного ускорения при равномерном движении по окружности.

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

\vec{a} совпадает по направлению с $\Delta \vec{v}$ и направлено к центру закругления.

Треугольники построенные на векторах скоростей (\vec{v}_0 , \vec{v} , $\Delta \vec{v}$) и на радиусах (OAB) подобны (Рис.9).

Из подобия составим отношение:

$$\frac{\Delta v}{AB} = \frac{v}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta v}{v \Delta t} = \frac{v}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R}} \text{ - центростремительное ускорение;}$$

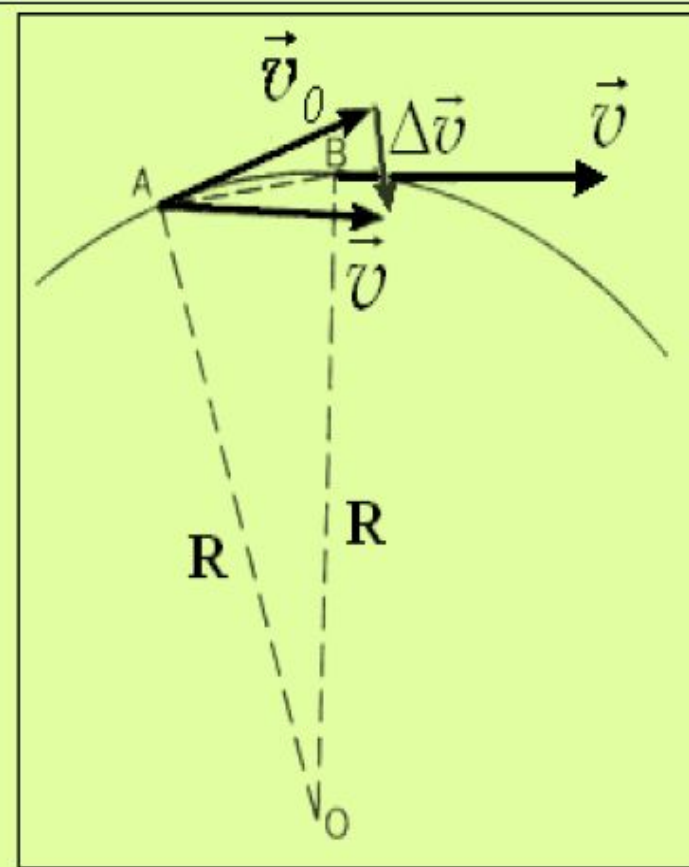


Рис.9

Классификация движения с учетом тангенциальной и нормальной составляющих ускорения

| | |
|--|--|
| $a_\tau = 0, a_n = 0$ | прямолинейное равномерное движение |
| $a_\tau = a = const, a_n = 0$ $a_\tau = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t}$ $v = v_0 + at$ $s = \int_0^t (v_0 + at) dt = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ | прямолинейное равнопеременное движение |
| $a_\tau = f(t), a_n = 0$ | прямолинейное движение с переменным ускорением |
| $a_\tau = 0, a_n = const = \frac{v^2}{R}$ | равномерное движение по окружности |
| $a_\tau = 0, a_n = f(t)$ | криволинейное равнопеременное движение |
| $a_\tau = const, a_n \neq 0$ | равномерное криволинейное движение |
| $a_\tau = f(t), a_n \neq 0$ | криволинейное движение с переменным ускорением |

Кинематика вращательного движения.

При описании вращательного движения удобно пользоваться **полярными координатами** R и φ , где R — **радиус** — расстояние от полюса (центра вращения) до материальной точки, а φ — **полярный угол** (угол поворота).

(Рис.10)

Элементарные повороты (обозначаются $\vec{\Delta\varphi}$ или $d\vec{\varphi}$) можно рассматривать как **псевдовекторы**.

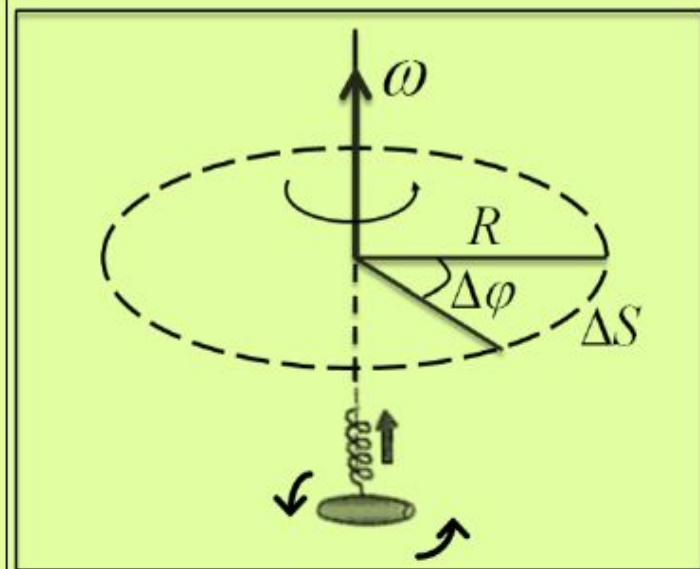


Рис.10

Угол поворота

$\vec{\Delta\varphi}$

-физическая величина, измеряемая отношением длины дуги ΔS , пройденной вращающейся точкой к радиусу R . φ измеряется в радианах - за 1 рад принимается такой центральный угол, длина дуги которого равняется R .

Полный угол $\varphi_0 = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi$ или $\varphi_0 = 360^\circ$, поэтому

$$1 \text{ рад} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57,3^\circ$$

| | |
|--|--|
| <p>Частота вращения n</p> | <p>— число полных оборотов, совершаемых телом при равномерном его движении по окружности, в единицу времени:</p> <p>Единица частоты вращения — герц (Гц).</p> $[n] = [1\text{Гц}] = \left[\frac{1}{c} \right]$ |
| <p>Циклическая или круговая частота вращения $\omega = 2\pi n$</p> | <p>— число полных оборотов, совершаемых телом при равномерном его движении по окружности за время 2π секунд. $\omega = 2\pi n$</p> |
| <p>Период вращения</p> | <p>- время одного полного оборота .</p> <p>Единица периода вращения - $[T] = [c]$</p> |
| <p>Угловое перемещение $d\vec{\varphi}$</p> | <p>— векторная величина, модуль которой равен углу поворота, а направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта.</p> |
| <p>Угловая скорость</p> | <p>- векторная величина равная первой производной угла поворота тела по времени</p> |
| <p>$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \dot{\vec{\varphi}}$</p> | <p>Вектор $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения так же как и вектор $d\vec{\varphi}$, т.е. по правилу правого винта.</p> <p>Единица угловой скорости - $\left[\frac{\text{град}}{c}, \frac{\text{рад}}{c}, \frac{\pi}{c} \right]$.</p> |

Угловое ускорение

- векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \dot{\vec{\omega}} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} = \ddot{\vec{\varphi}}$$

Вектор $\vec{\beta}$ направлен вдоль оси вращения в сторону вектора приращения угловой скорости (при ускоренном вращении вектор $\vec{\beta}$ сонаправлен вектору $\vec{\omega}$, при замедленном — противоположен ему). (Рис.11)

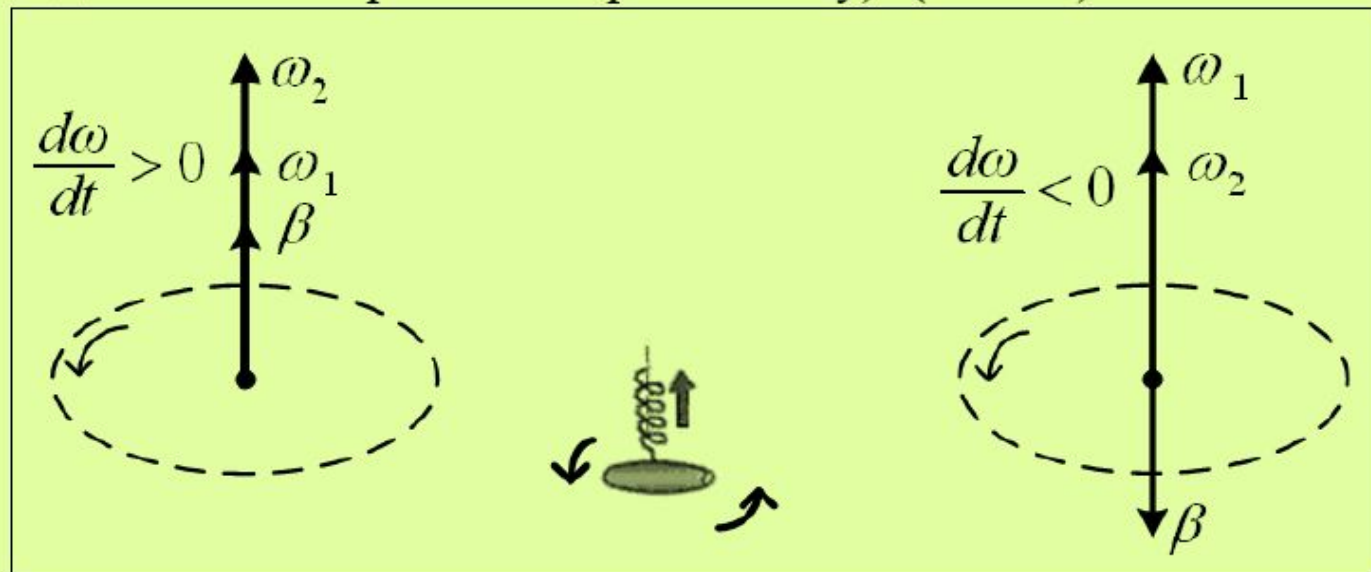


Рис.11

Единица углового ускорения - $\left[\frac{\text{рад}}{c^2} \right]$

Линейная скорость

Линейная скорость точки связана с угловой скоростью и радиусом траектории соотношением

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R \cdot \Delta \varphi}{\Delta t} = R \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \omega R$$

В векторном виде формулу для линейной скорости можно написать как **векторное произведение**:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{R}]$$

По определению векторного произведения его модуль

равен
$$|\vec{v}| = \omega R \sin \alpha$$

где α — угол между векторами $\vec{\omega}$ и \vec{R} , а направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от $\vec{\omega}$ к \vec{R} .

При равномерном вращении

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \text{const}, \text{ следовательно } \varphi = \omega \cdot t.$$

Равномерное вращение можно характеризовать **периодом вращения** T — временем, за которое точка совершает один полный оборот,

$$2\pi = \omega \cdot T \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Связь ускорения и угловой скорости при равномерном вращении

$$a_n = \frac{v^2}{R} = v\omega = \omega^2 R$$

$$a_\tau = 0$$

При
равноускоренном
вращении

$$\beta = \text{const} \quad S = R\varphi \quad v = R\omega$$

$$\omega = \omega_0 + \beta t \quad \varphi = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2};$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R;$$

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\beta;$$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v dt = \int_{t_1}^{t_2} \omega R dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\varphi}{dt} R dt = R \int_0^\varphi d\varphi = R\varphi$$