

## Основные единицы

<b>Метр (м)</b>	— длина пути, проходимого светом в вакууме за $\frac{1}{299792458}^c$ .
<b>Килограмм (кг)</b>	— масса, равная массе международного прототипа килограмма (платиноиридиевого цилиндра, хранящегося в Международном бюро мер и весов в Севре, близ Парижа).
<b>Секунда (с)</b>	— время, равное 9192631770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133.
<b>Ампер (А)</b>	— сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого поперечного сечения, расположенных в вакууме на расстоянии 1 метр один от другого, создает между этими проводниками на каждый метр длины силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Ньютона.
<b>Кельвин (К)</b>	$\frac{1}{273,16}$ часть термодинамической температуры тройной точки воды.
<b>Моль (моль)</b>	— количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько атомов содержится в 12г изотопа углерода $^{12}C$ .
<b>Кандела (кд)</b>	— сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ герц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет $\frac{1}{683}$ Вт/ср.

<b>Механика</b>	- раздел физики, занимающийся изучением закономерностей механического движения и взаимодействия тел. Оформление механики как науки впервые в книге И.Ньютона (1687г.) «Математические начала натуральной философии». Механика подразделяется на <b>кинематику, динамику и статику.</b>
<b>Кинематика</b>	– занимается пространственным описанием движения, не изучая его причин.
<b>Динамика</b>	– изучает движение тел в связи с теми причинами, которые обуславливают тот или иной его характер.
<b>Статика</b>	– рассматривает частный случай движения тел, а именно – их равновесие.

**Современная механика – это:**

**Ньютоновская или классическая механика**, которая применима для макроскопических тел (тел, сравнимых с человеческим масштабом), движущихся со скоростями  $v$  много меньшими, чем скорость света в вакууме  $c$  ( $c \sim 3 \cdot 10^8$  м/с):  $v \ll c$

**Релятивистская механика** применима при движении любых тел со скоростями  $v$ , сравнимыми со скоростью  $c$ :  $v \sim c$ . Эта механика основана на теории относительности, созданной А.Эйнштейном в 1905-1914 гг. Релятивистская механика включает в себя как частный случай классическую механику.

**Квантовая механика**, она описывает движение микроскопических тел (молекулы, отдельные атомы, элементарные частицы), строение и свойства атомов и молекул. Год рождения квантовой физики, фундаментом которой является квантовая механика, принято считать 1900г., когда М.Планк сделал доклад об энергии теплового излучения.

<b>Материальная точка</b>	– это тело, геометрическими размерами которого в условиях задачи можно пренебречь и считать, что вся масса тела сосредоточена в геометрической точке.
<b>Абсолютно твердое тело</b>	– это система, состоящая из совокупности материальных точек, расстояния между которыми в условиях задачи можно считать неизменными.
<b>Абсолютно упругое тело</b>	– тело, деформации которого подчиняются закону Гука, т.е. деформации пропорциональны вызывающим их силам.
<b>Физическое пространство</b>	– <b>трехмерно</b> (т.е. положение тела полностью определяется тремя числами - координатами), <b>изотропно</b> (свойства по всем выделенным направлениям одинаковы и не изменяются), <b>однородно</b> (свойства пространства во всех его точках одинаковы).
<b>Время</b>	<b>одномерно</b> (ось времени можно снабдить стрелкой, указывающей направление, стрела времени), <b>однородно</b> (свойства времени во всех точках на оси направления времени одинаковы), <b>однаково текущее</b> .
<b>Механическое движение</b>	- это изменение взаимного расположения тел или их частей в пространстве с течением времени. Механическое движение <b>относительно</b> . Этот принцип впервые сформулирован <b>Г.Галилеем</b> до появления труда <b>И.Ньютона</b> «Математические начала натуральной философии». Относительность движения означает, что в разных системах отсчета движение будет описываться по-разному.

## Система отсчета

– это система координат (прямоугольная, цилиндрическая и т.д.), снабженная часами и жестко связанная с абсолютно твердым телом (тело отсчета), по отношению к которому определяется положение других тел в различные моменты времени.

## Радиус-вектор в декартовой системе координат.

Декартова система координат— это три взаимно перпендикулярных оси  $x, y, z$ ,  $O$  – тело отсчета и часы для отсчета времени (Рис.1).

Положение материальной точки  $M$  относительно этой системы отсчета можно задать двумя способами:

- координатами  $x, y, z$
- радиус-вектором  $\vec{r}$

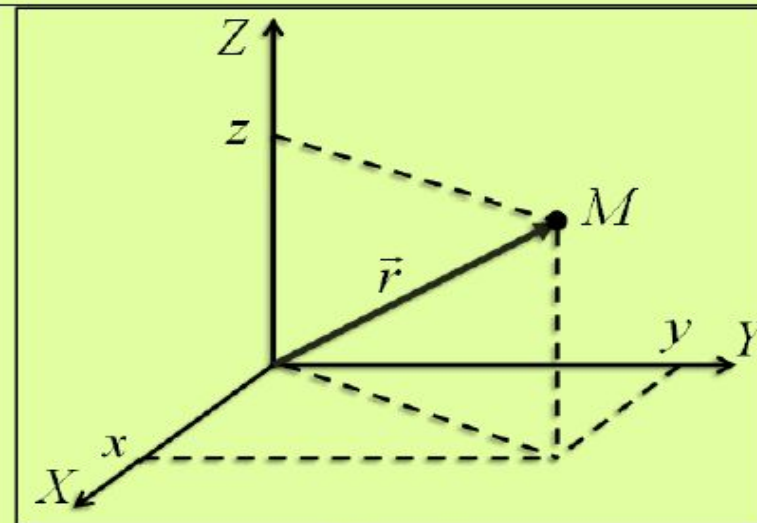


Рис.1

## Поступательное движение

– это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению.

Признак поступательного движения – прямая, соединяющая две любые точки тела, остается параллельной самой себе. (Рис.2)

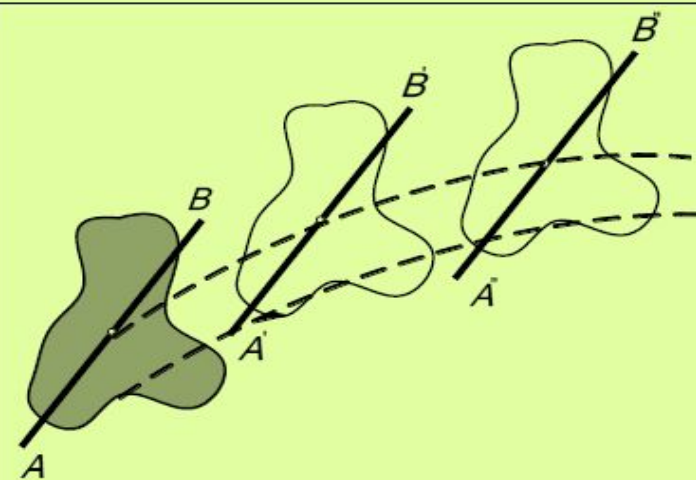


Рис.2

**Разложение радиус-вектора на составляющие вдоль координатных осей. (Рис.3)**

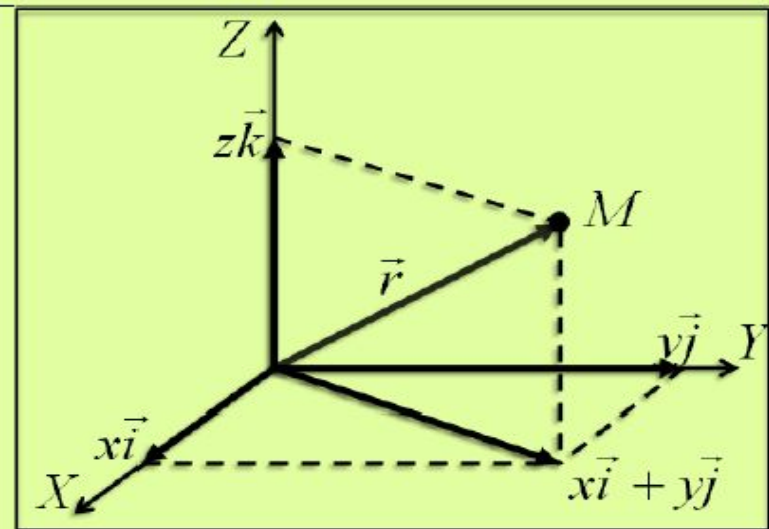
Если ввести три единичных вектора  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ , направленные вдоль координатных осей (**единичные орты**), то радиус-вектор  $r$  можно представить в виде суммы трех векторов:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \text{ где } |\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

Квадрат длины вектора равен сумме квадратов его проекций:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$



**Рис.3**

**Кинематические уравнения движения.**

При движении материальной точки М ее координаты и радиус-вектор изменяются с течением времени  $t$ .

**Закон движения материальной точки** – это функциональная зависимость от времени  $t$  координат или радиус-вектора  $r$ .

Кинематические уравнения движения задают **траекторию** движения тела в параметрической форме, параметром служит время  $t$ .

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \text{ или } \vec{r} = \vec{r}(t)$$

## Траектория материальной точки.

Траектория – это линия, описываемая движущимся телом относительно выбранной системы отсчета. В зависимости от формы траектории движение подразделяют на **прямолинейное и криволинейное.**

(Рис.4)

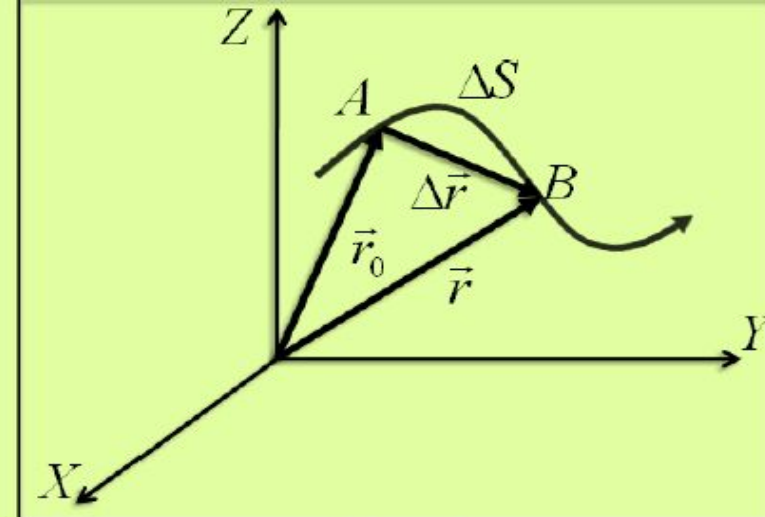


Рис.4

## Длина пути точки

-сумма длин всех участков траектории, пройденных этой точкой за рассматриваемый промежуток времени  $t$ .

Длина пути – **скалярная** функция времени.

$$\Delta S = \Delta S(t) \quad (\text{Рис.4})$$

## Вектор перемещения

$\Delta \vec{r}$

- это вектор, проведенный из начального положения движущейся точки в положение в данный момент времени, т.е. приращение радиус-вектора материальной точки за рассматриваемый промежуток времени.

$$\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \Delta x \cdot \vec{i} + \Delta y \cdot \vec{j} + \Delta z \cdot \vec{k}$$

В пределе  $\Delta t \rightarrow 0$  длина пути по хорде  $\Delta s$  и длина хорды  $\Delta r = |\Delta \vec{r}|$  будут все меньше отличаться:

$$ds = |d\vec{r}| = dr$$

<p><b>материальной точки</b></p>	<p>к траектории движения точки, и по модулю равная производной от пути по времени. Она определяет как быстроту движения, так и его направление в данный момент времени.</p>
<p><b>Средняя скорость движения</b></p> $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$	<p>- определяется как отношение вектора перемещения к промежутку времени, за который перемещение произошло и характеризует быстроту изменения радиус-вектора с течением времени. <b>Вектор средней скорости направлен</b> также как вектор перемещения <math>\Delta r</math> - вдоль прямой, соединяющей точки А и В.</p>
<p><b>Мгновенная скорость</b></p> $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$	<p>- определяется как скорость в конкретный момент времени <math>t</math> или в конкретной точке траектории. <b>Мгновенная скорость</b> - величина, к которой стремится отношение <math>\Delta r/\Delta t</math> при стремлении <math>\Delta t</math> к нулю. <math>\frac{d\vec{r}}{dt}</math> - первая производная радиус-вектора материальной точки <math>\vec{r}</math> по времени <math>t</math>. <b>Вектор мгновенной скорости направлен</b> по касательной к траектории в данной точке в сторону движения тела, на рисунке скорость <math>v_1</math> в точке А скорость <math>v_2</math> в точке В (Рис.7).</p>
<p><b>Модуль скорости</b></p> $v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow ds = v \cdot dt$	<p>- равен первой производной пройденного пути по времени, если движение происходит только вдоль одного направления.</p>

## Геометрический смысл мгновенной скорости

На рисунке (Рис.5) показана зависимость пройденного пути  $S$  от времени  $t$ . Вектор скорости  $v(t)$  направлен по касательной к кривой  $S(t)$  в момент времени  $t$ . Из рисунка видно, что угол наклона касательной к оси  $t$  равен

$$\frac{ds}{dt} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$v = \frac{ds}{dt} = \operatorname{tg} \alpha$$

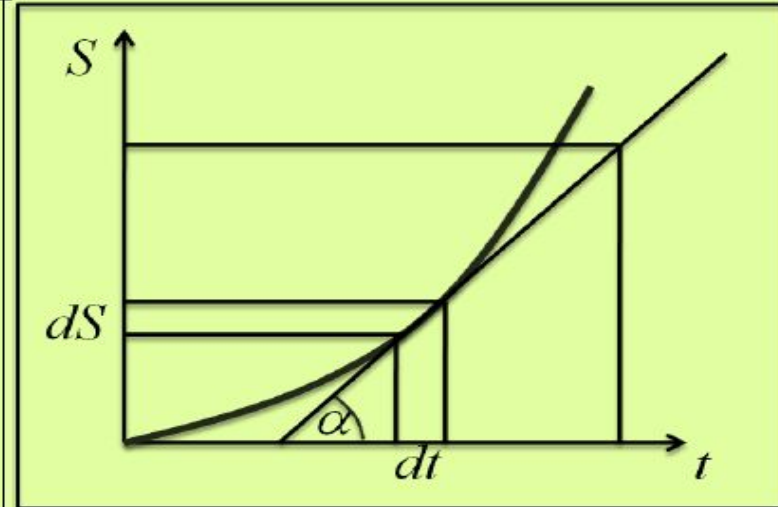


Рис.5

## Геометрический смысл перемещения.

Интегрируя выражение  $ds = v \cdot dt$  в интервале времени от  $t_0$  до  $t$ , получим формулу, позволяющую вычислить путь, пройденный телом за время  $t_2 - t_1$  если известна зависимость от времени его скорости  $v(t)$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

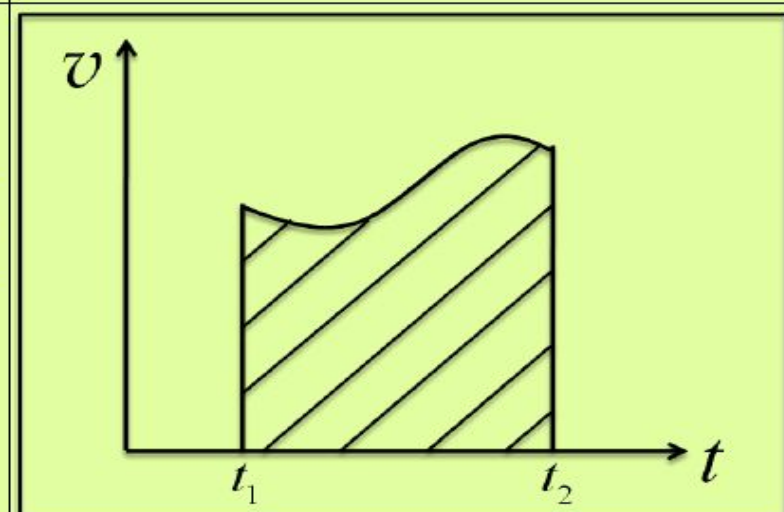


Рис.6

Геометрический смысл этой формулы ясен из рисунка (Рис.6).

По определению интеграла пройденный путь представляет собой площадь, ограниченную кривой  $v = v(t)$  в интервале от  $t_1$  до  $t_2$ .



<p><b>Прямолинейное движение</b></p>	<p>- направление вектора скорости с течением времени остается неизменным.</p>
<p><b>Равномерное движение</b></p>	<p>- модуль скорости с течением времени остается постоянным.</p> $v = const$ <p>При этом перемещение равно</p> $s = \int_{t_1}^{t_2} v dt = v \int_{t_1}^{t_2} dt = v(t_2 - t_1) = v\Delta t$
<p><b>Неравномерное движение</b></p>	<p>- модуль скорости изменяется с течением времени.</p> <p>При <b>неравномерном</b> движении длина пути <math>S</math>, пройденного точкой за промежуток времени от <math>t_1</math> до <math>t_2</math>, задается интегралом</p> $s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$ <p>Если модуль скорости увеличивается с течением времени, то движение называется <b>ускоренным</b>, если убывает, то - <b>замедленным</b>.</p>

## Криволинейное движение

- направление вектора скорости меняется с течением времени.

### Скорость при криволинейном движении.

Если движение происходит не только вдоль одного направления, то модуль скорости определяется иначе. Вектор скорости можно разложить на составляющие по осям декартовой системы координат:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k},$$

причем составляющие скорости по направлениям определяются как первые производные соответствующих координат по времени:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

Модуль полной скорости определится с помощью теоремы Пифагора:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

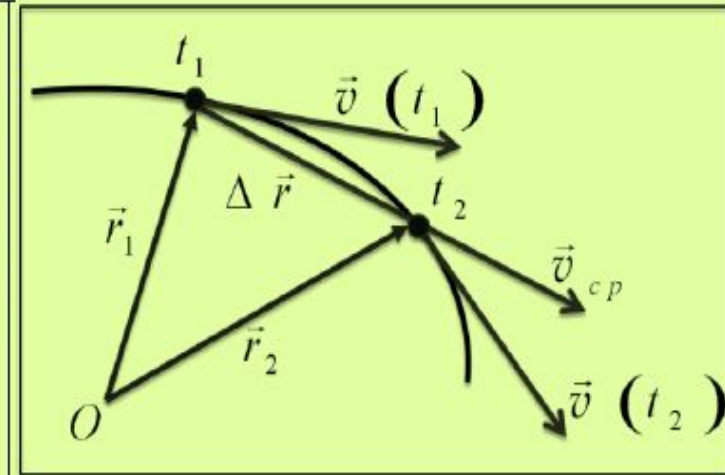


Рис.7

<p>ускорение</p>	<p>Мгновенная скорость может изменяться как по модулю, так и по направлению, для характеристики быстроты изменения скорости служит <b>ускорение</b>.</p>
<p><b>Среднее ускорение</b> <math>\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}</math></p>	<p>- это приращение <math>\Delta \vec{v}</math> мгновенной скорости за промежуток времени <math>\Delta t</math>.</p> $\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$
<p><b>Мгновенное ускорение</b></p>	<p><b>Мгновенное ускорение</b> получается, если промежуток времени сделать бесконечно малым <math>\Delta t \rightarrow 0</math>.</p> <p><b>Мгновенное ускорение или ускорение в данный момент времени</b> – это предельное значение среднего ускорения, которое является первой производной скорости по времени.</p> $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \frac{d^2 r}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$ <p>В разложении по зафиксированным осям ускорение запишется в виде</p> $\begin{aligned} \vec{a} &= a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} = \left( \frac{dv_x}{dt} \right) \vec{i} + \left( \frac{dv_y}{dt} \right) \vec{j} + \left( \frac{dv_z}{dt} \right) \vec{k} = \\ &= \left( \frac{d^2 x}{dt^2} \right) \vec{i} + \left( \frac{d^2 y}{dt^2} \right) \vec{j} + \left( \frac{d^2 z}{dt^2} \right) \vec{k} \end{aligned}$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Если траектория точки - плоская кривая, то вектор ускорения лежит в этой плоскости.

Удобно **разложить** на две составляющие вдоль направлений  $n$  и  $\tau$ .

( $n$  - нормаль,  $\tau$  - касательная к траектории в данной точке): **нормальное и тангенциальное ускорение (Рис.8)**.

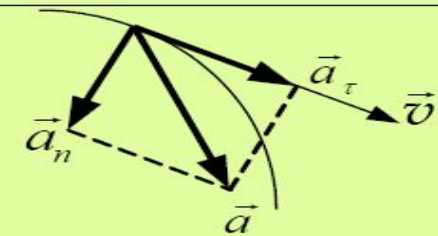


Рис.8

$\vec{a}_\tau$  - **тангенциальная составляющая**, направлена по касательной к траектории, совпадает с направлением скорости  $\vec{v}$  и определяет быстроту изменения скорости **по модулю**.

$\vec{a}_n$  - **нормальная составляющая**, направлена к центру кривизны траектории, является центростремительным ускорением и характеризует изменение скорости **по направлению**.

В общем случае плоского криволинейного движения вектор ускорения удобно представить в виде **суммы двух проекций (Рис.8)**:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$$

**Вывод формулы центростремительного ускорения при равномерном движении по окружности.**

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

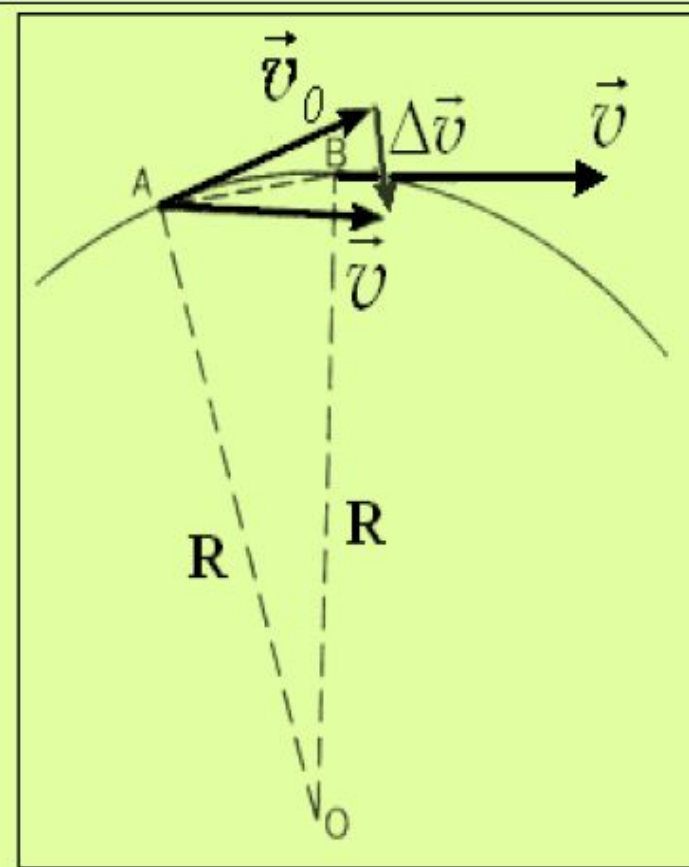
$\vec{a}$  совпадает по направлению с  $\Delta \vec{v}$  и направлено к центру закругления.

Треугольники построенные на векторах скоростей ( $\vec{v}_0$ ,  $\vec{v}$ ,  $\Delta \vec{v}$ ) и на радиусах (OAB) подобны (Рис.9).

Из подобия составим отношение:

$$\frac{\Delta v}{AB} = \frac{v}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta v}{v \Delta t} = \frac{v}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R}} \text{ - центростремительное ускорение;}$$



**Рис.9**

## Классификация движения с учетом тангенциальной и нормальной составляющих ускорения

$a_\tau = 0, a_n = 0$	прямолинейное равномерное движение
$a_\tau = a = const, a_n = 0$ $a_\tau = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t}$ $v = v_0 + at$ $s = \int_0^t (v_0 + at) dt = v_0 t + \frac{at^2}{2}$	прямолинейное равнопеременное движение
$a_\tau = f(t), a_n = 0$	прямолинейное движение с переменным ускорением
$a_\tau = 0, a_n = const = \frac{v^2}{R}$	равномерное движение по окружности
$a_\tau = 0, a_n = f(t)$	криволинейное равнопеременное движение
$a_\tau = const, a_n \neq 0$	равномерное криволинейное движение
$a_\tau = f(t), a_n \neq 0$	криволинейное движение с переменным ускорением

## Кинематика вращательного движения.

При описании вращательного движения удобно пользоваться **полярными координатами**  $R$  и  $\varphi$ , где  $R$  — **радиус** — расстояние от полюса (центра вращения) до материальной точки, а  $\varphi$  — **полярный угол** (угол поворота).

(Рис.10)

**Элементарные повороты** (обозначаются  $\vec{\Delta\varphi}$  или  $d\vec{\varphi}$ ) можно рассматривать как **псевдовекторы**.

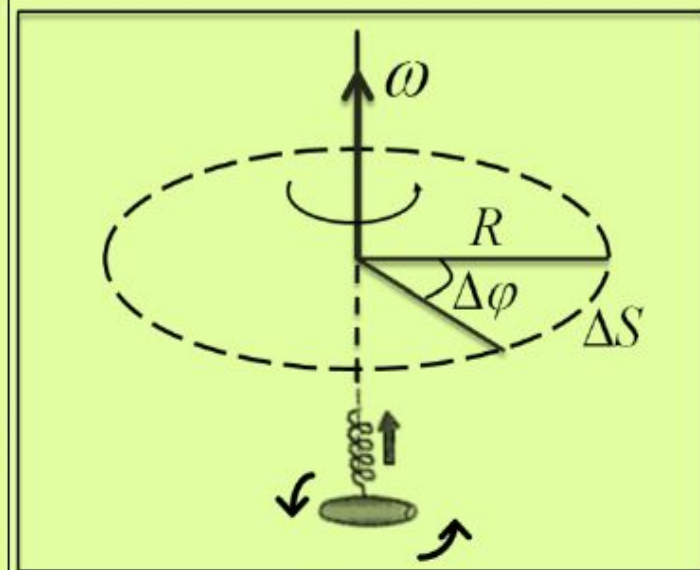


Рис.10

**Угол поворота**

$\vec{\Delta\varphi}$

-физическая величина, измеряемая отношением длины дуги  $\Delta S$ , пройденной вращающейся точкой к радиусу  $R$ .  $\varphi$  измеряется в радианах - за 1 рад принимается такой центральный угол, длина дуги которого равняется  $R$ .

Полный угол  $\varphi_0 = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi$  или  $\varphi_0 = 360^\circ$ , поэтому

$$1 \text{ рад} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57,3^\circ$$

<p><b>Частота вращения</b> <math>n</math></p>	<p>— число полных оборотов, совершаемых телом при равномерном его движении по окружности, в единицу времени:</p> <p><b>Единица частоты вращения — герц (Гц).</b></p> $[n] = [1\text{Гц}] = \left[ \frac{1}{c} \right]$
<p><b>Циклическая или круговая частота вращения</b> <math>\omega = 2\pi n</math></p>	<p>— число полных оборотов, совершаемых телом при равномерном его движении по окружности за время <math>2\pi</math> секунд. <math>\omega = 2\pi n</math></p>
<p><b>Период вращения</b></p>	<p>- время одного полного оборота .</p> <p><b>Единица периода вращения - <math>[T] = [c]</math></b></p>
<p><b>Угловое перемещение</b> <math>d\vec{\varphi}</math></p>	<p>— векторная величина, модуль которой равен углу поворота, а направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта.</p>
<p><b>Угловая скорость</b></p>	<p>- векторная величина равная первой производной угла поворота тела по времени</p>
<p><math>\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \dot{\vec{\varphi}}</math></p>	<p>Вектор <math>\vec{\omega}</math> <b>направлен</b> вдоль оси вращения так же как и вектор <math>d\vec{\varphi}</math> , т.е. по правилу правого винта.</p> <p><b>Единица угловой скорости - <math>\left[ \frac{\text{град}}{c}, \frac{\text{рад}}{c}, \frac{\pi}{c} \right]</math>.</b></p>



## Угловое ускорение

- векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \dot{\vec{\omega}} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} = \ddot{\vec{\varphi}}$$

Вектор  $\vec{\beta}$  направлен вдоль оси вращения в сторону вектора приращения угловой скорости (при ускоренном вращении вектор  $\vec{\beta}$  сонаправлен вектору  $\vec{\omega}$ , при замедленном — противоположен ему). (Рис.11)

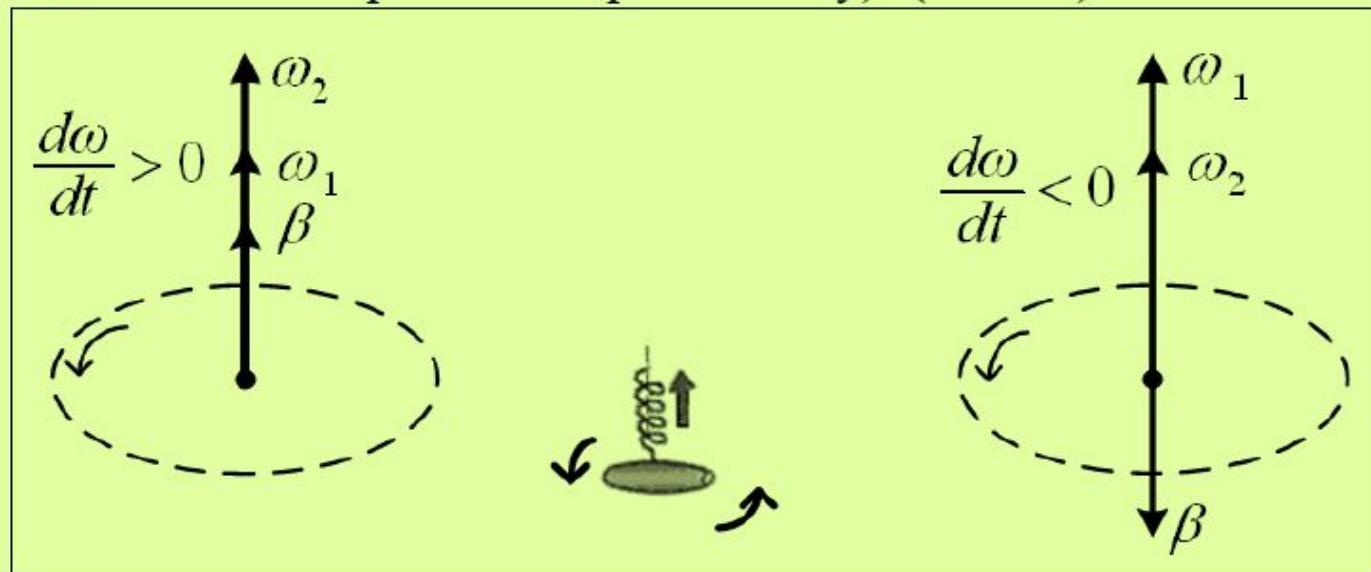


Рис.11

Единица углового ускорения -  $\left[ \frac{\text{рад}}{c^2} \right]$

## Линейная скорость

Линейная скорость точки связана с угловой скоростью и радиусом траектории соотношением

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R \cdot \Delta \varphi}{\Delta t} = R \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \omega R$$

В векторном виде формулу для линейной скорости можно написать как **векторное произведение**:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{R}]$$

**По определению векторного произведения** его модуль

равен 
$$|\vec{v}| = \omega R \sin \alpha$$

где  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{\omega}$  и  $\vec{R}$ , а направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от  $\vec{\omega}$  к  $\vec{R}$ .

**При равномерном вращении**

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \text{const}, \text{ следовательно } \varphi = \omega \cdot t.$$

Равномерное вращение можно характеризовать **периодом вращения**  $T$  — временем, за которое точка совершает один полный оборот,

$$2\pi = \omega \cdot T \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

**Связь ускорения и угловой скорости при равномерном вращении**

$$a_n = \frac{v^2}{R} = v\omega = \omega^2 R$$

$$a_\tau = 0$$

При  
равноускоренном  
вращении

$$\beta = \text{const} \quad S = R\varphi \quad v = R\omega$$

$$\omega = \omega_0 + \beta t \quad \varphi = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2};$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R;$$

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\beta;$$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v dt = \int_{t_1}^{t_2} \omega R dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\varphi}{dt} R dt = R \int_0^\varphi d\varphi = R\varphi$$