

УИР

## Расчетная работа № 4

### **ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА. ВВЕДЕНИЕ В КРИСТАЛЛОГРАФИЮ. ПОСТРОЕНИЕ СТЕРЕОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ**

Существует четыре агрегатных состояния вещества: твердое, жидкое, газообразное, плазменное.

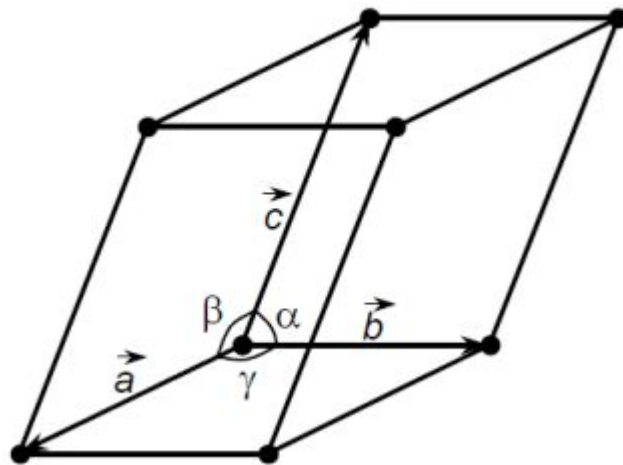
Твердое тело, характеризующееся закономерным, трехмерно упорядоченным расположением образующих его материальных частиц называют кристаллическим.

Металлы – кристаллические вещества. Кристаллическая решетка металлов состоит из положительных ионов, расположенных в узлах решетки и валентных электронов, распределенных в пространстве между узлами («электронный газ»). Это металлическая кристаллическая структура.

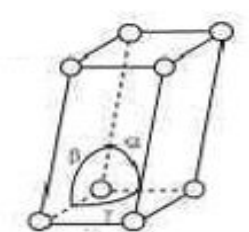
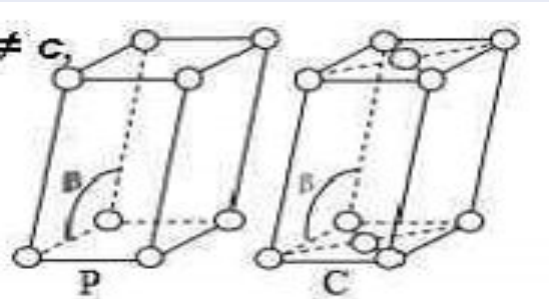
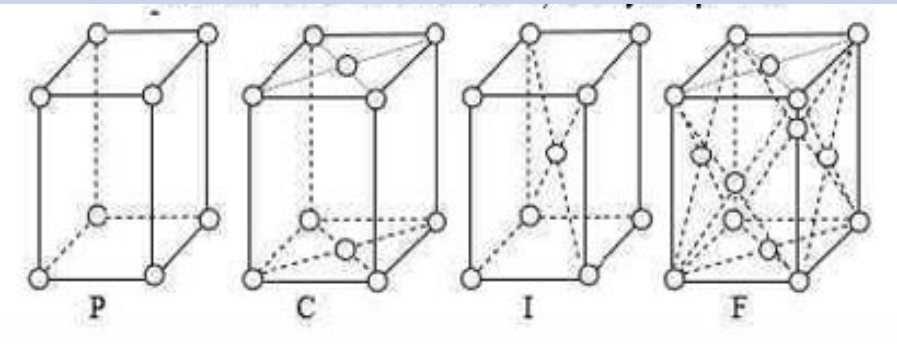
Кристалл обладает трансляционной симметрией (при перемещении на любой трансляционный вектор решётка совмещается сама с собой).

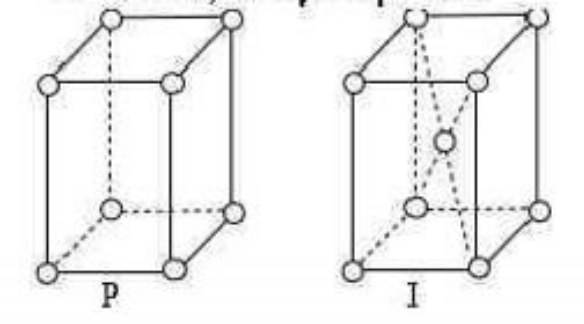
Базисные вектора – тройка некопланарных векторов, соединяющих один из узлов решётки с тремя другими.

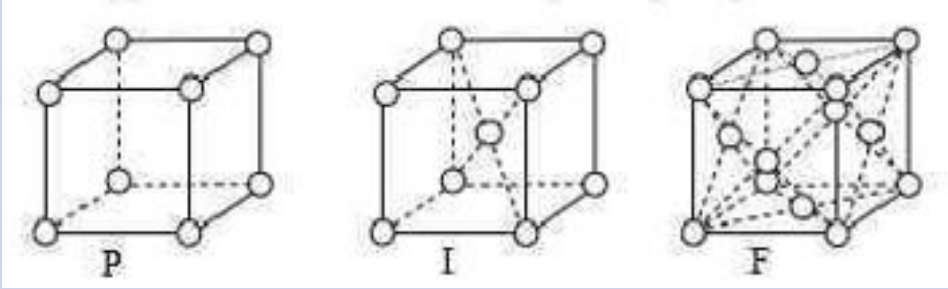
Параллелепипед, построенный на базисных векторах – элементарная ячейка пространственной решётки

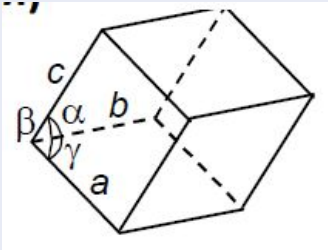


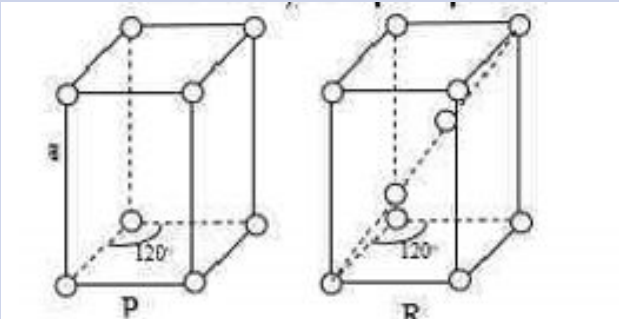
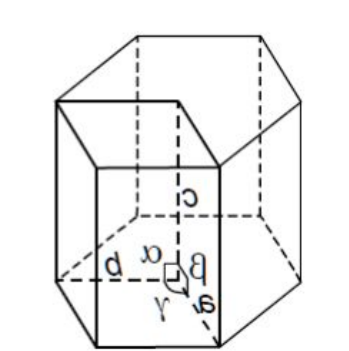
Все возможные типы решеток, существующие в природе, представлены в таблице:

Кристаллографическая система	Соотношение между сторонами элементарной ячейки	Соотношение между кристаллографическими углами	
Триклинная	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma$	
Моноклинная	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$	
Ромбическая	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	

Тетрагональная	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$		
----------------	----------------	--------------------------------------	--	--

Кубическая	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$		
------------	-------------	--------------------------------------	---	--

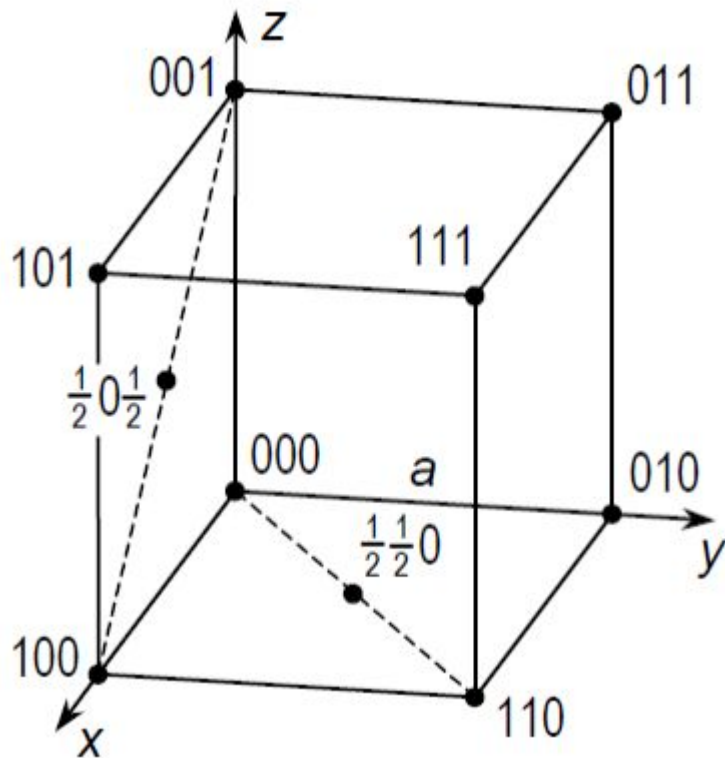
Тригональная	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma < 120^\circ, \neq 90^\circ$		
--------------	-------------	--	--	--

Гексагональная	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$		
----------------	----------------	---	---	---

## КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ УЗЛОВ, НАПРАВЛЕНИЙ, ПЛОСКОСТЕЙ

Узлы, направления и плоскости в кристаллической решётке принято обозначать тройками чисел

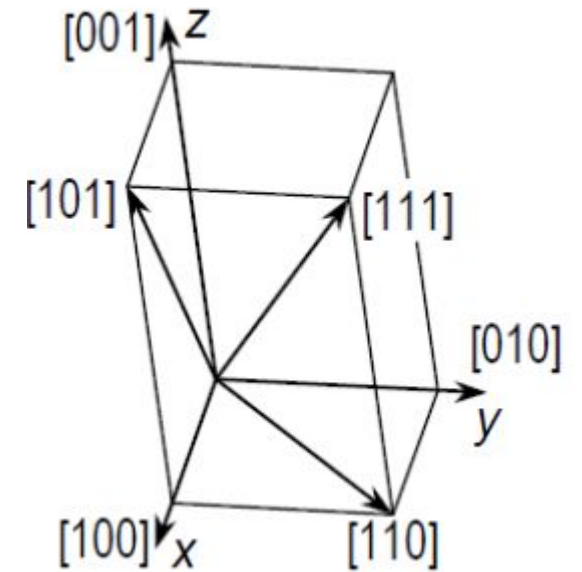
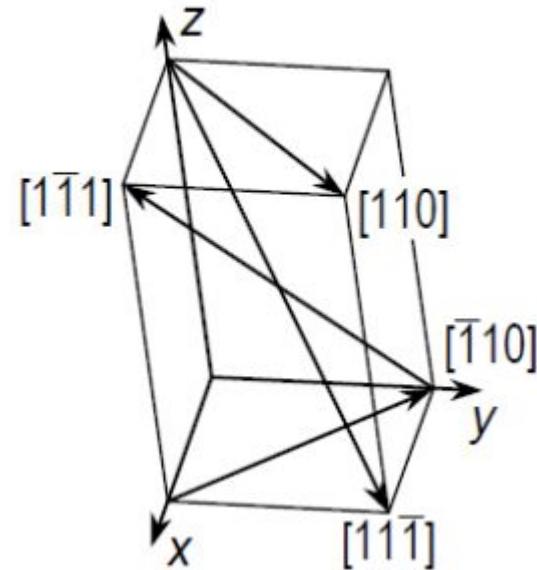
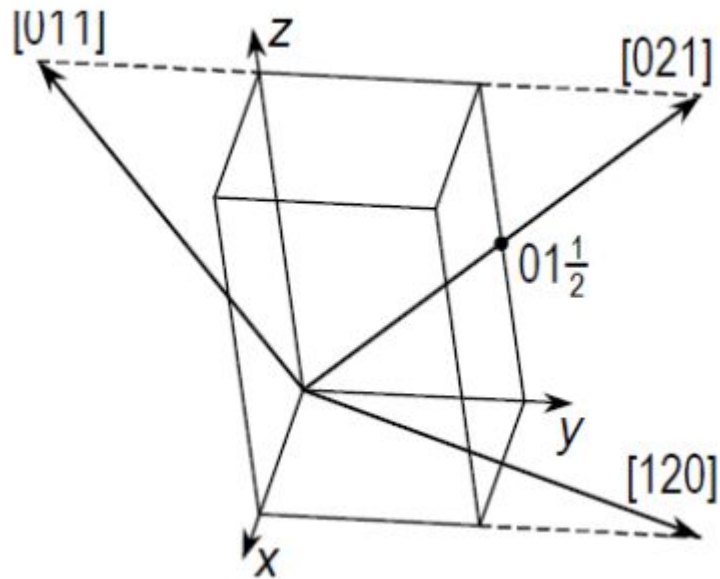
**Индексы узла** представляют собой его координаты, выраженные в единицах параметров решётки. Индексы узлов заключают в двойные квадратные скобки или приводят без скобок:  $[[001]]$  или 001.



**Индексы направления**, проходящего через начало координат, принимают координаты первого узла, лежащего на этом направлении. Индексы направлений заключают в одинарные квадратные скобки:  $[111]$ . Если какой-либо из индексов отрицателен, то минус ставят над цифрой.

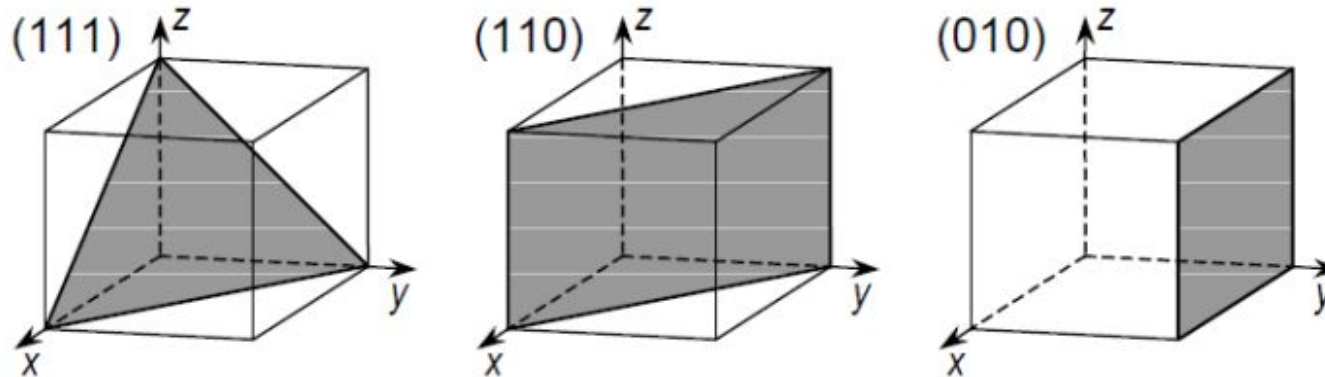
Индексы направления всегда представляют собой **три взаимно простых целых** числа: пишут не  $[0\ 1\ \frac{1}{2}]$ , а  $[0\ 2\ 1]$ , не  $[224]$ , а  $[112]$ .

Если направление не проходит через нулевой узел, то нужно перенести (параллельным переносом) либо начало координат так, чтобы оно лежало на направлении, либо само направление так, чтобы оно проходило через начало координат.

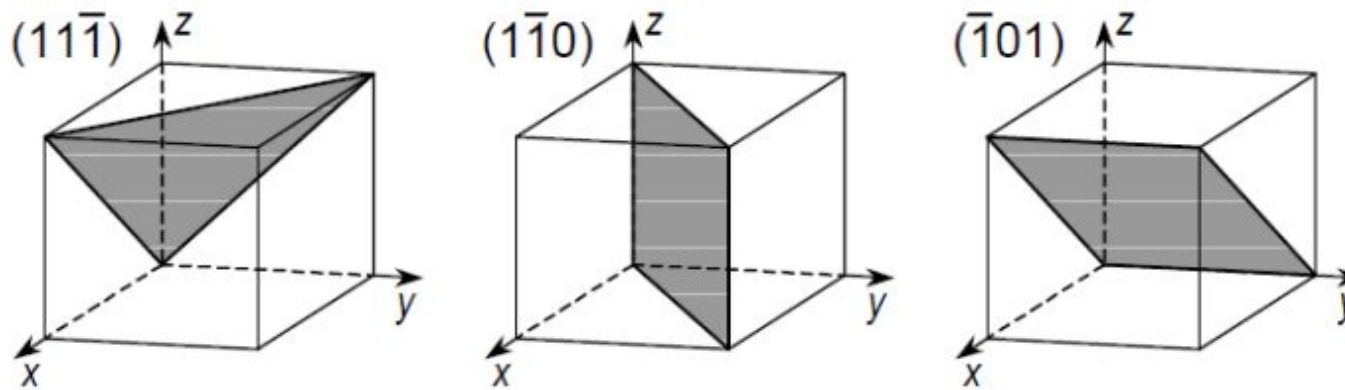


**Индексами плоскости**, не проходящей через начало координат, являются числа, обратные величинам отрезков, которые плоскость отсекает на координатных осях.

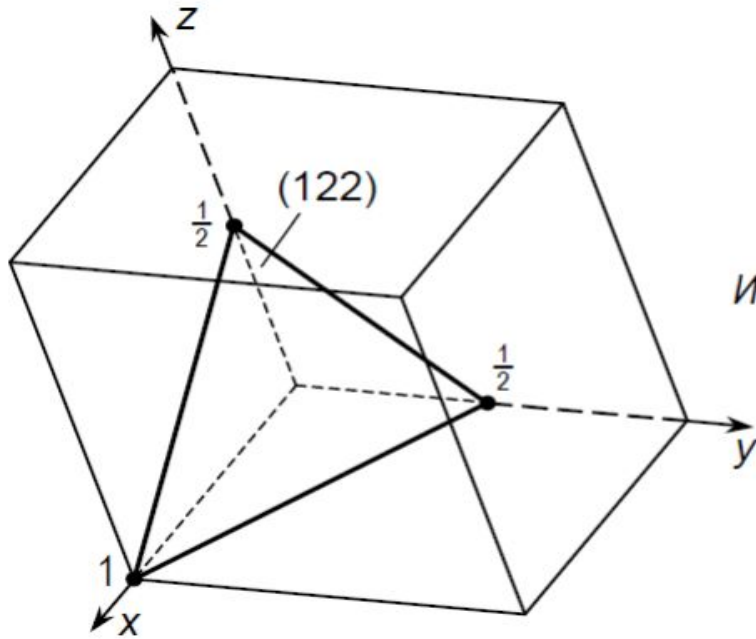
Индексы плоскости заключают в круглые скобки. Если плоскость параллельна одной из осей («пересекается в бесконечности»), то соответствующий индекс равен нулю ( $1/\infty = 0$ ).



Если начало координат лежит в плоскости, то либо саму плоскость, либо нулевой узел необходимо перенести так, чтобы она не проходила через него.



Как и для направлений, индексы плоскостей всегда приводят к трём наименьшим (взаимно простым) целым числам.



Отрезки на осях:

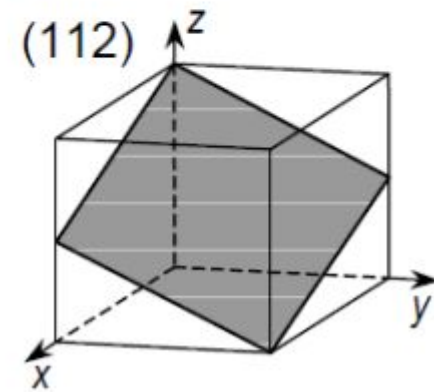
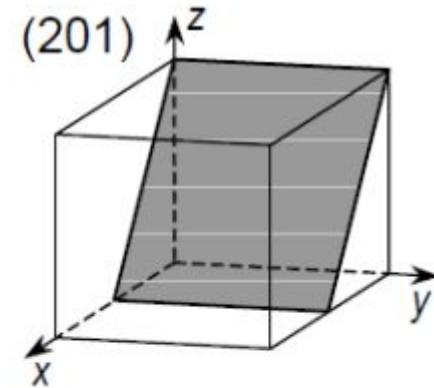
$$1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}$$

Индексы плоскости:

$$\frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{1}{1/2} = 2$$

$$\frac{1}{1/2} = 2$$





При перемещении начала координат в другой узел решётки индексы всех остальных узлов изменяются, а индексы направлений и плоскостей остаются неизменными. Иначе говоря, тройка индексов задаёт не одну прямую или плоскость, а всё множество параллельных прямых (плоскостей) кристалла.

Некоторые непараллельные плоскости и направления являются тем не менее кристаллографически эквивалентными. Например, все рёбра элементарной ячейки кубической сингонии физически идентичны, хотя имеют разные индексы:  $[100]$ ,  $[010]$  и  $[001]$ ; то же можно сказать и о её гранях  $(100)$ ,  $(010)$  и  $(001)$ .

Совокупность кристаллографически эквивалентных направлений или плоскостей называется семейством. Индексы семейства направлений заключают в угловые скобки: а семейства плоскостей — в фигурные:  $\{100\}$ .

Все направления (плоскости), входящие в семейство, могут быть переведены друг в друга путём симметричных преобразований, характерных для данной решётки.

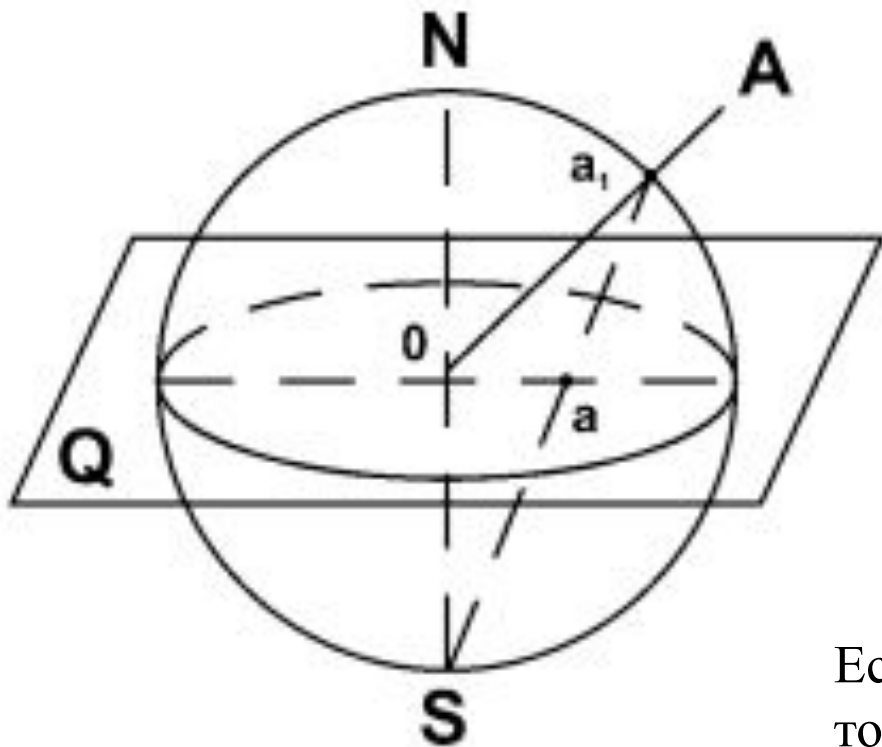
Важно запомнить: для кубических кристаллов в семейство входят все направления (плоскости), которые можно получить из данного набора индексов путём их перестановки или замены знаков.

**Пример:** для кубической сингонии символ  $\{100\}$  отвечает плоскостям  $(100)$ ,  $(010)$ ,  $(001)$ ,  $(\bar{1} 0 0)$ ,  $(0, \bar{1} 0)$ ,  $(0 0 \bar{1})$  связанным между собой преобразованиями симметрии.

## СТЕРЕОГРАФИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ НАПРАВЛЕНИЙ

За плоскость стереографической проекции  $Q$  принимается экваториальная плоскость, на которую сфера проецируется в виде круга проекций (рис.4). В результате пересечения сферической поверхности с  $Q$  имеем большой круг, отвечающий экватору сферы проекций и представляющий круг проекций.

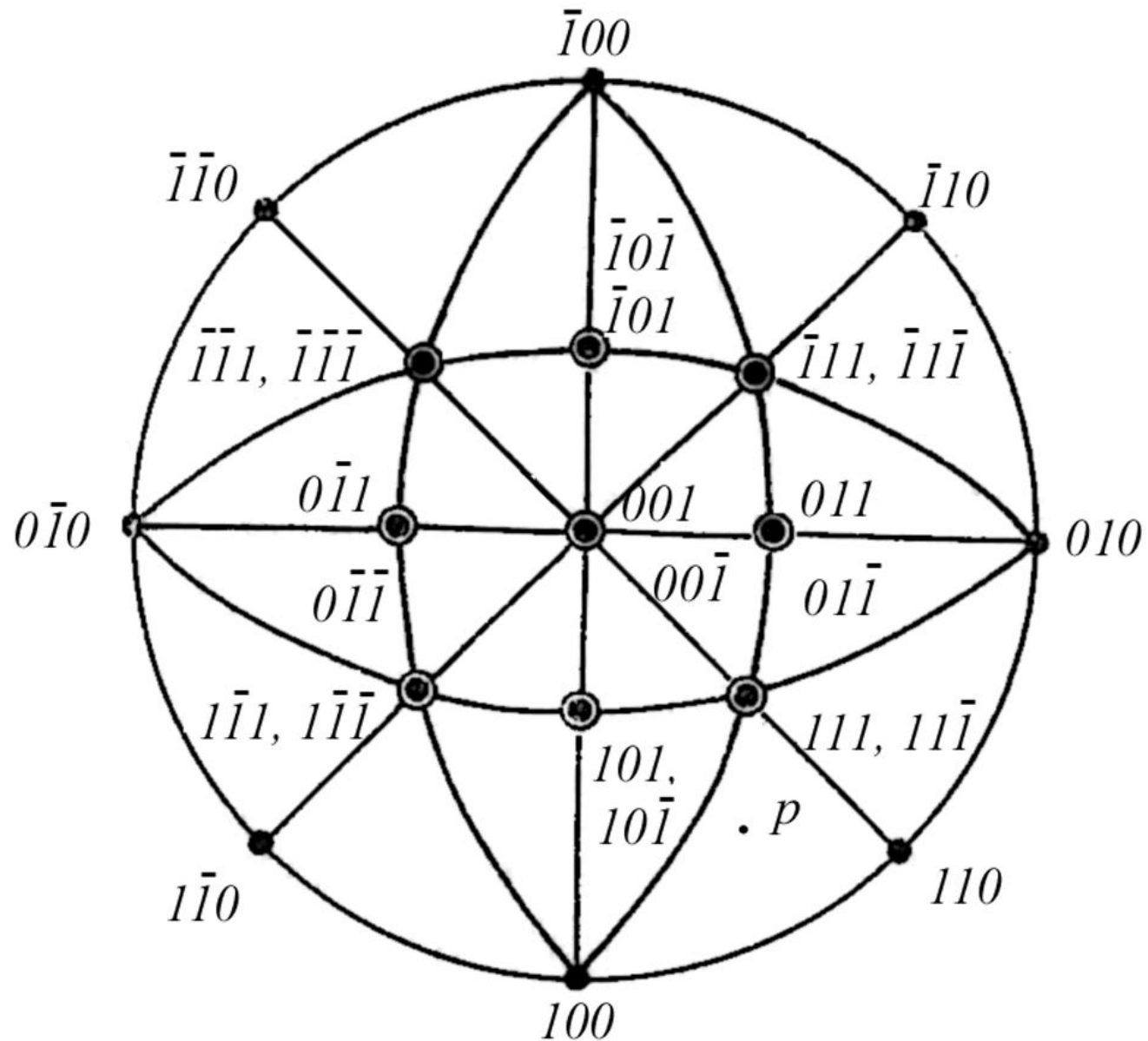
Вертикальный диаметр шара  $NS$ , перпендикулярный к  $Q$ , называется осью проекций. Такая ось пересекает сферу проекций в двух точках  $N$  и  $S$ . Одна из этих точек (южный полюс  $S$ ) является точкой зрения (“глазной точкой”).



Рассмотрим построение стереографической проекции некоторого направления  $OA$ : продолжим данное направление до пересечения со сферой проекций (точка  $a_1$ ). Соединим точку  $a_1$  с точкой зрения  $S$  лучом зрения  $Sa_1$ . Точка  $a$  – точка пересечения  $Sa_1$  с плоскостью  $Q$  является стереографической проекцией направления  $OA$ .

Если направление пересекает сферу проекций в ее нижней части, то за глазную точку принимается  $N$  (северный полюс). Таким образом, стереографические проекции направлений изображаются точками.

## Задание по Расчетной работе № 4



1. Вывести формулы координат точек на стереографической проекции для произвольного направления в кубической решетке, заданной индексами.
2. Реализовать алгоритм для вычисления и изображения стереографических проекций для произвольных направлений.
3. Построить стереографические проекции направлений, отмеченных на рис.