Тема 2.2 Логарифмы

2.2.1 Логарифм числа

2.2.2 Основное логарифмическое тождество

2.2.3 Основные свойства логарифма

Логарифмом числа **b** по основанию **a** называется *показатель степени*, в которую нужно возвести основание a, чтобы получить число b

Основное логарифмическое тождество:

$$\mathbf{a^{\log_a b} = b}$$

Пример:

Найдите значение

а) $log_2 32$

$2^5 = 32$ => $log_2 32$ =5

б) $log_5 0{,}04$

0,04 = $\frac{4}{100} = \frac{1}{25} = 5^{-2}$ =>$log_5 0{,}04$ = -2

Пример:

Найдите x

а) $log_8 x = \frac{1}{3}$

По основному логарифмическому тождеству: x=$8^{log_8 x} = 8^{\frac{1}{3}} = 2$

б) $log_x 8 = -\frac{3}{2}$

По основному логарифмическому тождеству : 8 = $x^{log_x 8} = x^{-\frac{3}{2}}$

$x^{-\frac{3}{2}} = 8 \Rightarrow x = 8^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow x = \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{2}$

Основные свойства логарифма

1. $\log_a 1 = 0$
2. $\log_a a = 1$
3. $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$
4. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
5. $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$
6. $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$
7. $\log_{a^k} b^n = \frac{n}{k} \cdot \log_a b$
8. $\log_{a^n} b^n = \log_a b$
10. $\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a} = \frac{1}{\log_b a}$
11. $\log_a b \cdot \log_b a = 1$
12. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$