



ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ



# Известное и неизвестное о квадратном трёхчлене

Канд. пед. наук,  
доц. каф. высшей математики ПГГПУ  
Юлия Викторовна Корзнякова

<https://www.youtube.com/watch?v=M0ubSdFiAGI>



# О квадратном трёхчлене

*Квадратным трёхчленом* называется многочлен второй степени вида

$$ax^2 + bx + c, \quad \text{где } a \neq 0.$$

Функция  $f(x) = ax^2 + bx + c$  называется квадратичной.

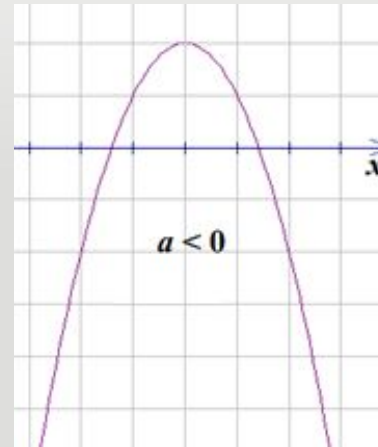
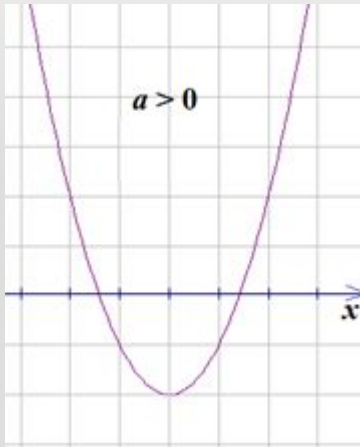
График квадратичной функции – *парабола*.

При  $a < 0$  ветви параболы направлены вниз; при  $a > 0$  – вверх.



# Расположение параболы в зависимости от величины дискриминанта

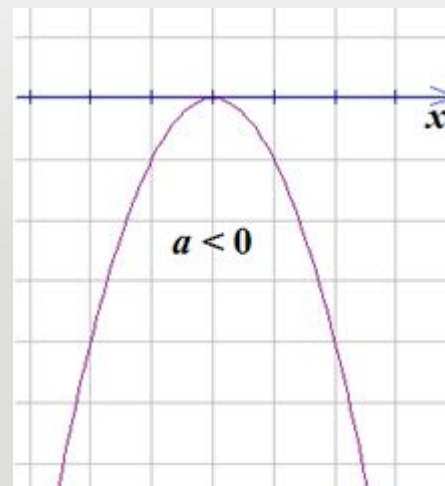
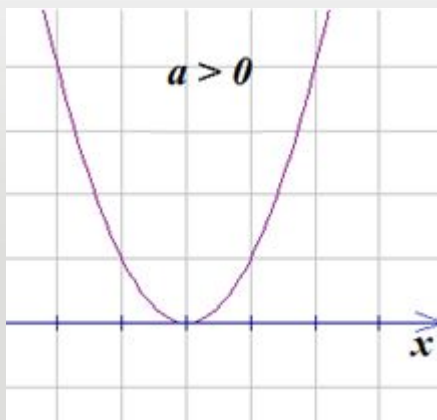
• При  $D > 0$  две различные точки пересечения с осью  $Ox$





# Расположение параболы в зависимости от величины дискриминанта

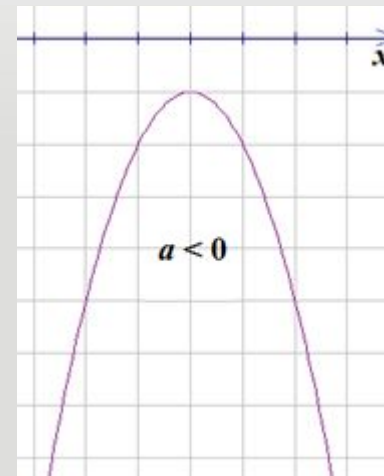
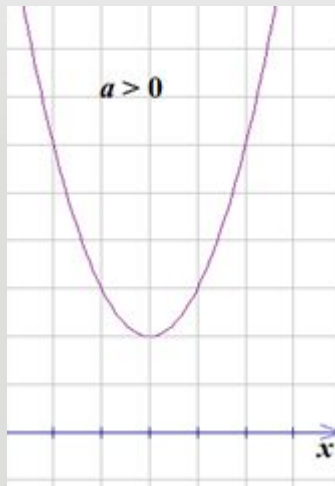
• При  $D = 0$  парабола касается оси  $Ox$





# Расположение параболы в зависимости от величины дискриминанта

- При  $D < 0$  точек пересечения с осью  $Ox$  нет





# Пример 1

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$ax^2 + 13x + 1 = 0$$

имеет два различных решения.



## Пример 2

Уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0$$

не имеет корней и

$$a + b + c < 0.$$

Какой знак имеет коэффициент  $c$ ?



## Пример 3

Решите уравнение

$$(x^2 - \sqrt{2})^2 - 6x^2 + 4x + 2\sqrt{2} = 0.$$





# Разложение квадратного трёхчлена на множители

Если числа  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного трёхчлена

$$ax^2 + bx + c,$$

то имеет место разложение

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$



# Теорема Виета

**Теорема (Виета).** Если числа  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного трёхчлена

$$ax^2 + bx + c,$$

то справедливы соотношения

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}. \end{cases}$$



## Пример 4

• Не решая уравнения

$$x^2 + 13x + 45 = 0,$$

найдите сумму квадратов его корней.



## Пример 5

При каких значениях  $a$  четыре корня уравнения

$$x^4 + (a - 5)x^2 + (a + 2)^2 = 0$$

являются последовательными членами арифметической прогрессии?

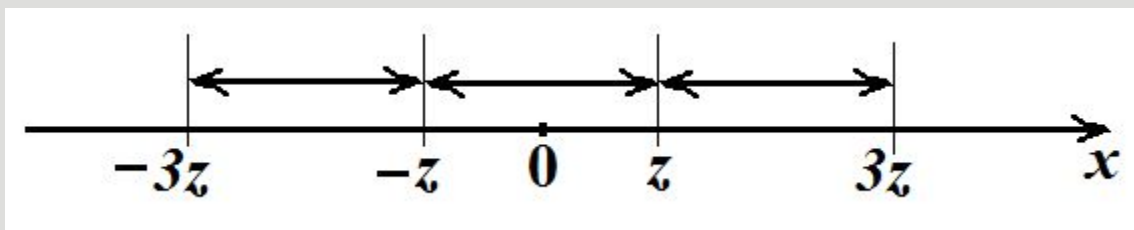


## Пример 5

При каких значениях  $a$  четыре корня уравнения

$$x^4 + (a - 5)x^2 + (a + 2)^2 = 0$$

являются последовательными членами арифметической прогрессии?





## Пример 6

Найдите значения параметра  $k$ , при которых из неравенства

$$kx^2 - x + 1 - k < 0$$

следует неравенство

$$0 < x < 1.$$



**Определение.** Если каждый корень уравнения (решение неравенства)  $A$  является корнем уравнения (решением неравенства)  $B$ , то говорят, что уравнение (неравенство)  $B$  является *следствием*  $A$ .  
Если уравнение (неравенство) не имеет решений, то из него следует любое другое уравнение или неравенство.



**Определение.** Если каждый корень уравнения (решение неравенства)  $A$  является корнем уравнения (решением неравенства)  $B$ , то говорят, что уравнение (неравенство)  $B$  является *следствием*  $A$ .

Если уравнение (неравенство) не имеет решений, то из него следует любое другое уравнение или неравенство.

Из неравенства  $x > 10$  следует  
неравенство  $x > 4$ .

Из неравенства  $x > 4$  не следует  
неравенство  $x > 10$ .





**Определение.** Если каждый корень уравнения (решение неравенства)  $A$  является корнем уравнения (решением неравенства)  $B$ , то говорят, что уравнение (неравенство)  $B$  является *следствием*  $A$ .

Если уравнение (неравенство) не имеет решений, то из него следует любое другое уравнение или неравенство.

Из уравнения  $\sqrt{x + 13} = x + 1$  следует уравнение  $x + 13 = x^2 + 2x + 1$ .



**Определение.** Если каждый корень уравнения (решение неравенства)  $A$  является корнем уравнения (решением неравенства)  $B$ , то говорят, что уравнение (неравенство)  $B$  является *следствием*  $A$ .

Если уравнение (неравенство) не имеет решений, то из него следует любое другое уравнение или неравенство.

Из уравнения  $x^2 = 4$  следует уравнение  $(x - 2)(x + 2) = 0$  (равносильны).



**Определение.** Если каждый корень уравнения (неравенства)  $A$  является корнем уравнения (неравенства)  $B$ , то говорят, что уравнение (неравенство)  $B$  является *следствием*  $A$ .

Если уравнение (неравенство) не имеет решений, то из него следует любое другое уравнение или неравенство.

Из уравнения  $x^2 = -2$  следует любое уравнение или неравенство.



## Пример 6

Найдите значения параметра  $k$ , при которых из неравенства

$$kx^2 - x + 1 - k < 0$$

следует неравенство

$$0 < x < 1.$$



## Пример 7

Найдите наименьшее из значений  $x$ , при которых существуют числа  $y$  и  $z$ , удовлетворяющие уравнению

$$x^2 + 2y^2 + z^2 + xy - xz - yz = 1.$$



## Пример 8

Решите уравнение

$$\cos^4 x = \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{2} \cos^2 x \cdot \cos 8x.$$



## Пример 8

Решите уравнение

$$\cos^4 x = \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{2} \cos^2 x \cdot \cos 8x.$$

Формулы косинуса двойного угла:

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos 8x = 2\cos^2 4x - 1$$