



ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГУМАНИТАРНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ



Известное и неизвестное о квадратном трёхчлене

Канд. пед. наук,
доц. каф. высшей математики ПГГПУ
Юлия Викторовна Корзнякова

<https://www.youtube.com/watch?v=M0ubSdFiAGI>



О квадратном трёхчлене

Квадратным трёхчленом называется многочлен второй степени вида

$$ax^2 + bx + c, \quad \text{где } a \neq 0.$$

Функция $f(x) = ax^2 + bx + c$ называется квадратичной.

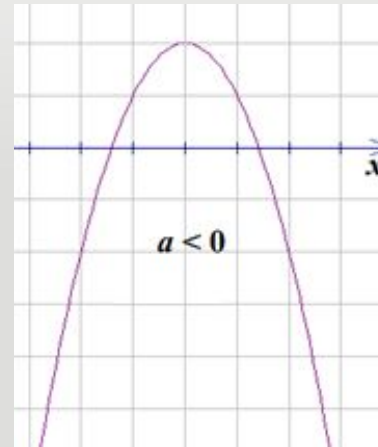
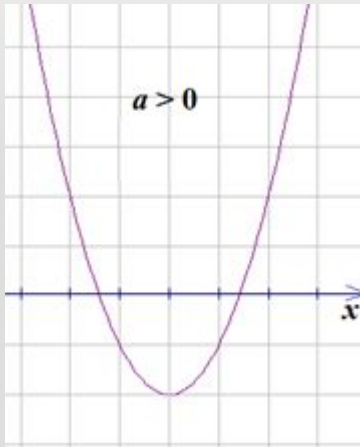
График квадратичной функции – *парабола*.

При $a < 0$ ветви параболы направлены вниз; при $a > 0$ – вверх.



Расположение параболы в зависимости от величины дискриминанта

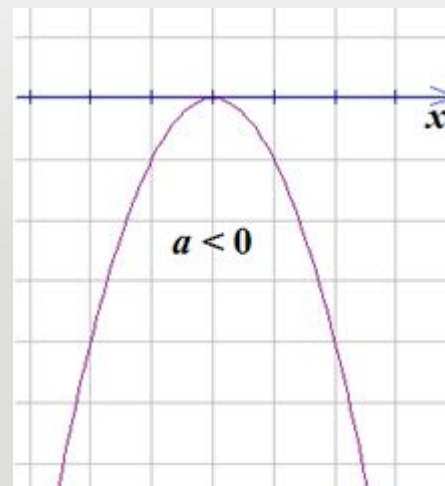
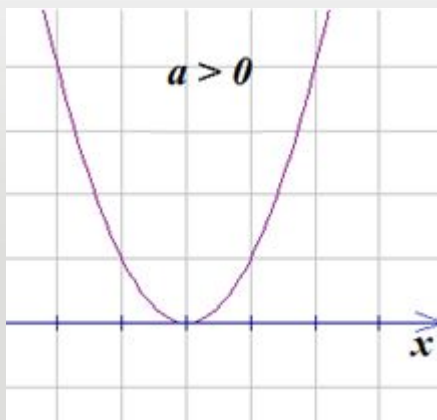
• При $D > 0$ две различные точки
пересечения с осью Ox





Расположение параболы в зависимости от величины дискриминанта

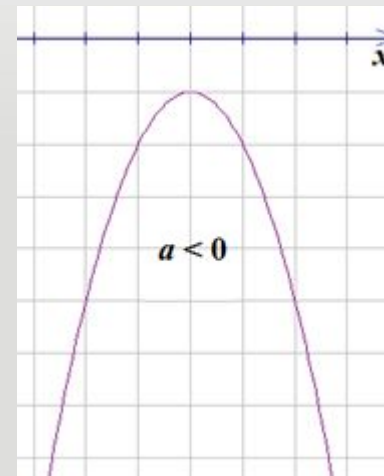
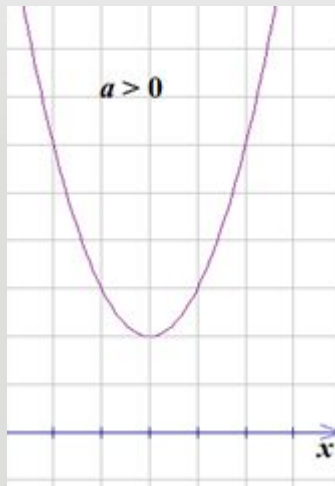
• При $D = 0$ парабола касается оси Ox





Расположение параболы в зависимости от величины дискриминанта

- При $D < 0$ точек пересечения с осью Ox нет





Пример 1

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$ax^2 + 13x + 1 = 0$$

имеет два различных решения.



Пример 2

Уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0$$

не имеет корней и

$$a + b + c < 0.$$

Какой знак имеет коэффициент c ?



Пример 3

Решите уравнение

$$(x^2 - \sqrt{2})^2 - 6x^2 + 4x + 2\sqrt{2} = 0.$$



Разложение квадратного трёхчлена на множители

Если числа x_1 и x_2 – корни квадратного трёхчлена

$$ax^2 + bx + c,$$

то имеет место разложение

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$



Теорема Виета

Теорема (Виета). Если числа x_1 и x_2 – корни квадратного трёхчлена

$$ax^2 + bx + c,$$

то справедливы соотношения

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}. \end{cases}$$



Пример 4

• Не решая уравнения

$$x^2 + 13x + 45 = 0,$$

найдите сумму квадратов его корней.



Пример 5

При каких значениях a четыре корня уравнения

$$x^4 + (a - 5)x^2 + (a + 2)^2 = 0$$

являются последовательными членами арифметической прогрессии?

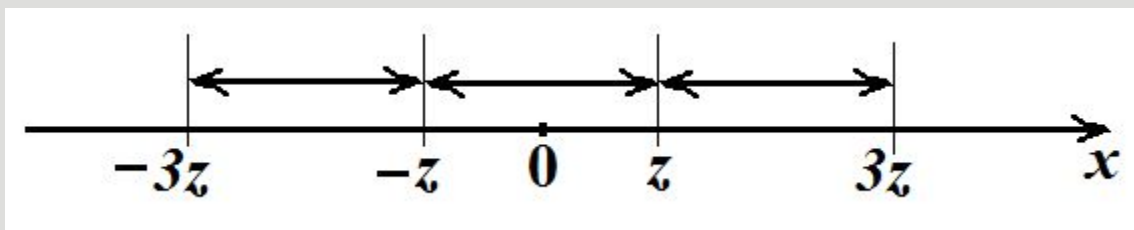


Пример 5

При каких значениях a четыре корня уравнения

$$x^4 + (a - 5)x^2 + (a + 2)^2 = 0$$

являются последовательными членами арифметической прогрессии?





Пример 6

Найдите значения параметра k , при которых из неравенства

$$kx^2 - x + 1 - k < 0$$

следует неравенство

$$0 < x < 1.$$



Определение. Если каждый корень уравнения (решение неравенства) A является корнем уравнения (решением неравенства) B , то говорят, что уравнение (неравенство) B является *следствием* A .
Если уравнение (неравенство) не имеет решений, то из него следует любое другое уравнение или неравенство.



Определение. Если каждый корень уравнения (решение неравенства) A является корнем уравнения (решением неравенства) B , то говорят, что уравнение (неравенство) B является *следствием* A .

Если уравнение (неравенство) не имеет решений, то из него следует любое другое уравнение или неравенство.

Из неравенства $x > 10$ следует
неравенство $x > 4$.

Из неравенства $x > 4$ не следует
неравенство $x > 10$.



Определение. Если каждый корень уравнения (решение неравенства) A является корнем уравнения (решением неравенства) B , то говорят, что уравнение (неравенство) B является *следствием* A .

Если уравнение (неравенство) не имеет решений, то из него следует любое другое уравнение или неравенство.

Из уравнения $\sqrt{x + 13} = x + 1$ следует уравнение $x + 13 = x^2 + 2x + 1$.



Определение. Если каждый корень уравнения (решение неравенства) A является корнем уравнения (решением неравенства) B , то говорят, что уравнение (неравенство) B является *следствием* A .

Если уравнение (неравенство) не имеет решений, то из него следует любое другое уравнение или неравенство.

Из уравнения $x^2 = 4$ следует уравнение $(x - 2)(x + 2) = 0$ (равносильны).



Определение. Если каждый корень уравнения (неравенства) A является корнем уравнения (неравенства) B , то говорят, что уравнение (неравенство) B является *следствием* A .

Если уравнение (неравенство) не имеет решений, то из него следует любое другое уравнение или неравенство.

Из уравнения $x^2 = -2$ следует любое уравнение или неравенство.



Пример 6

Найдите значения параметра k , при которых из неравенства

$$kx^2 - x + 1 - k < 0$$

следует неравенство

$$0 < x < 1.$$



Пример 7

Найдите наименьшее из значений x , при которых существуют числа y и z , удовлетворяющие уравнению

$$x^2 + 2y^2 + z^2 + xy - xz - yz = 1.$$



Пример 8

Решите уравнение

$$\cos^4 x = \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{2} \cos^2 x \cdot \cos 8x.$$



Пример 8

Решите уравнение

$$\cos^4 x = \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{2} \cos^2 x \cdot \cos 8x.$$

Формулы косинуса двойного угла:

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos 8x = 2\cos^2 4x - 1$$