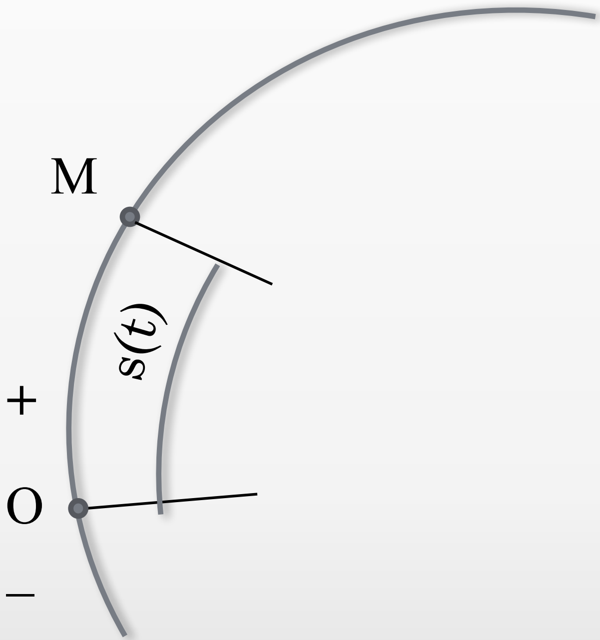
КИНЕМАТИКА ТОЧКИ

Естественный способ задания движения

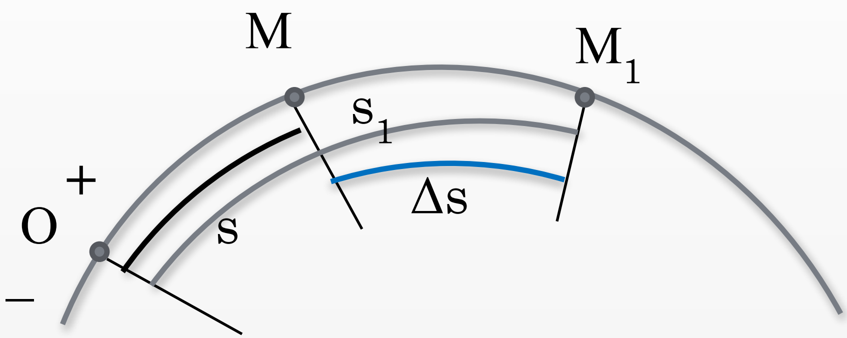
При естественном способе задаются:



- ✔ траектория точки;
- ✔ начало отсчета на траектории;
- ✔ положительное направление отсчета;
- ✔ закон изменения дуговой координаты:

$$s = s(t)$$

Определение скорости точки



Пусть за время t точка прошла путь OM = s.

За время $t_1 = t + \Delta t$ точка прошла путь $OM_1 = s_1$.

Δ s – путь, пройденный точкой за время Δt.

Отношении пройденного пути Δs к промежутку времени Δt называется *средней скоростью* точки за время Δt.

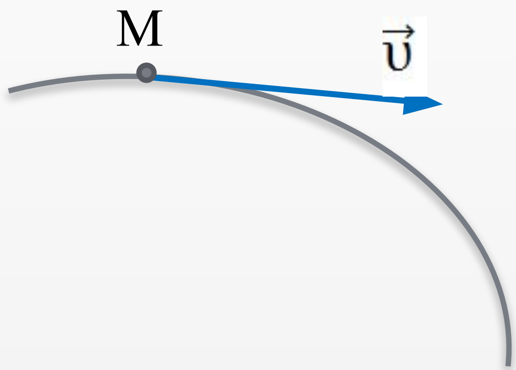
$$\upsilon_{cp} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Скорость точки в данный момент времени находится как предел средней скорости при стремлении промежутка времени к нулю, то есть

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \upsilon_{cp} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Следовательно,

Алгебраическое значение скорости в данный момент времени равно производной от дуговой координаты по времени.

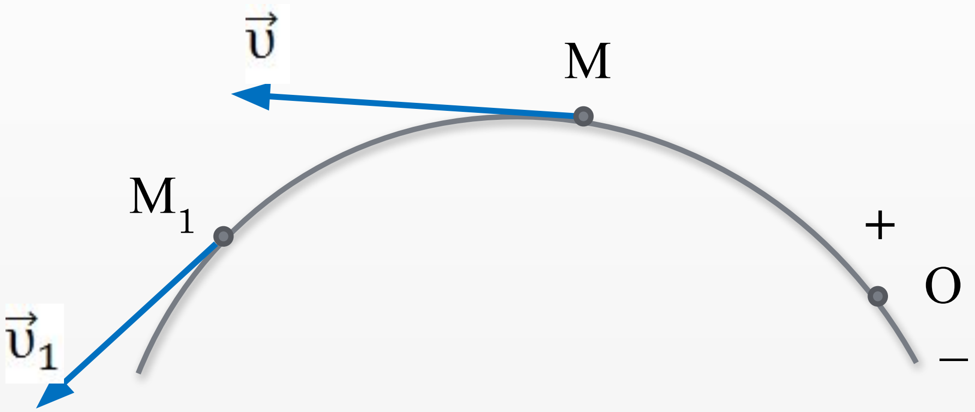


$$\upsilon = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

Вектор скорости направлен по касательной к траектории точки в сторону движения.

$$\vec{\upsilon} = \dot{s}\,\vec{\tau}$$

Определение ускорения точки

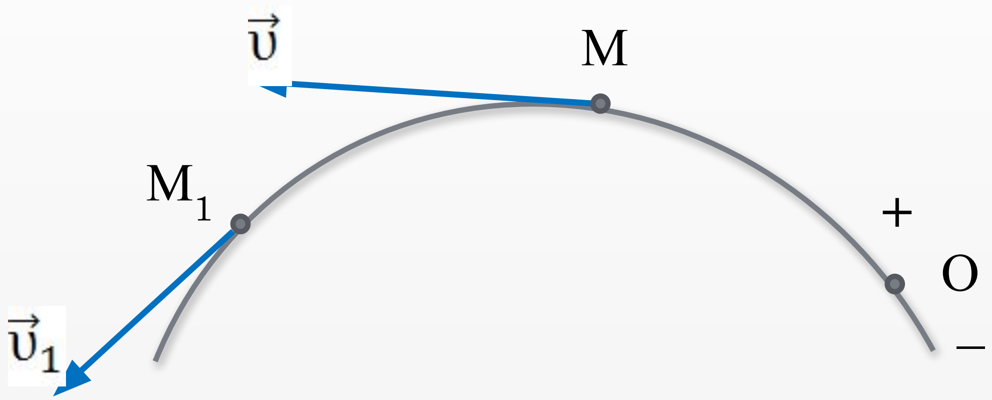


Пусть

$\vec{\upsilon}$ – скорость точки в момент времени t;

$\vec{\upsilon}_1$ – скорость точки в момент времени $t_1 = t + \Delta t$;

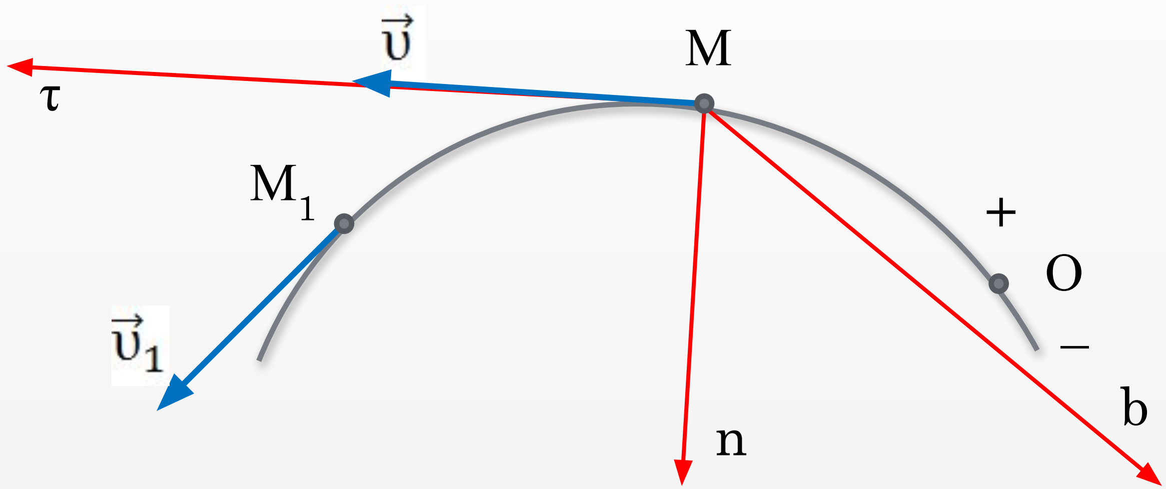
Вычислим вектор ускорения точки по его проекциям на *естественные оси*.



Естественные оси – это оси подвижной прямоугольной системы координат с началом в движущейся точке.

Эти оси направлены следующим образом:

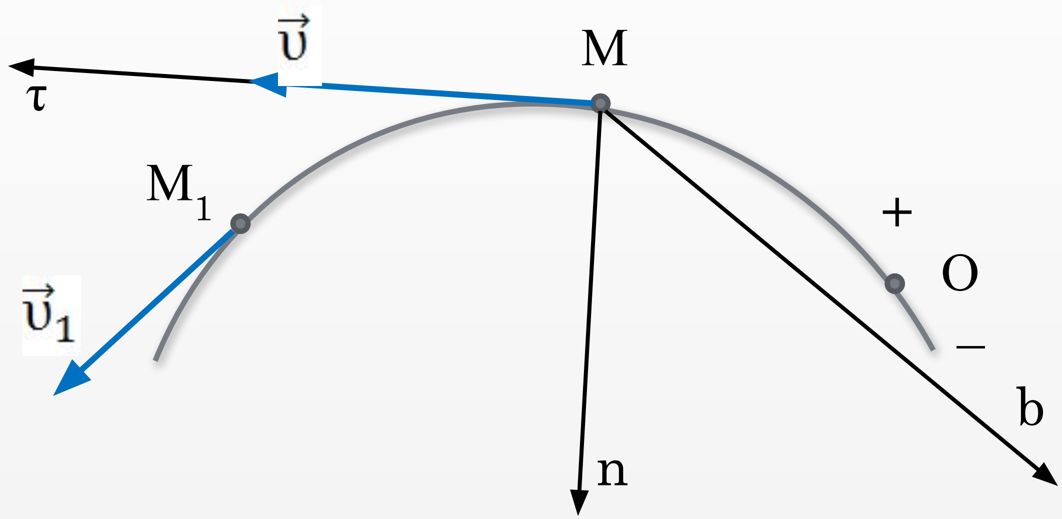
Ось Mτ направлена по касательной к траектории в положительном направлении отсчета дуговой координаты.



Ось Mn направлена по главной нормали в сторону вогнутости траектории.

Ось Mb перпендикулярна к первым двум и направлена так, чтобы она образовывала с ними правую тройку.

Так как ускорение лежит в соприкасающейся плоскости, то проекция вектора ускорения на бинормаль равна нулю, то есть



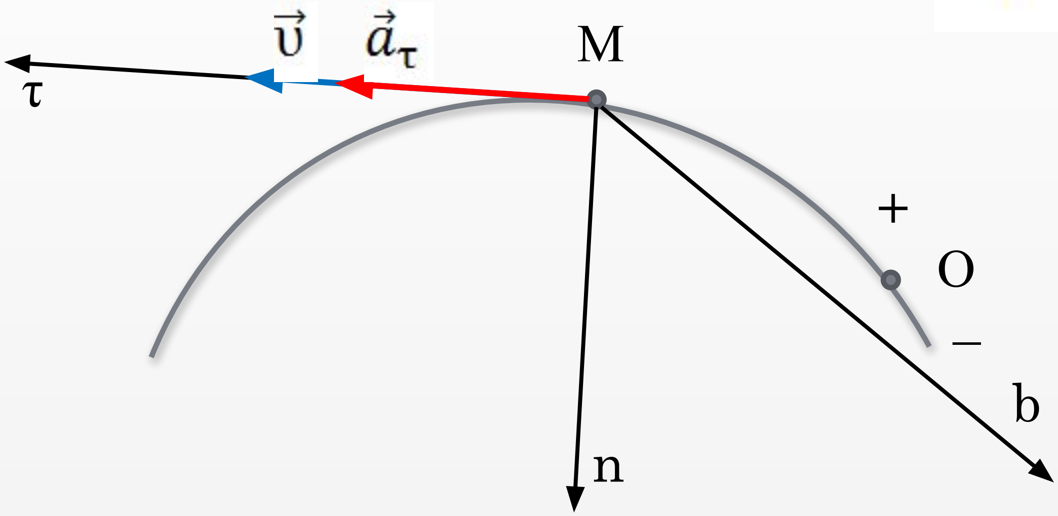
$$a_b = 0$$

Таким образом

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$$

где

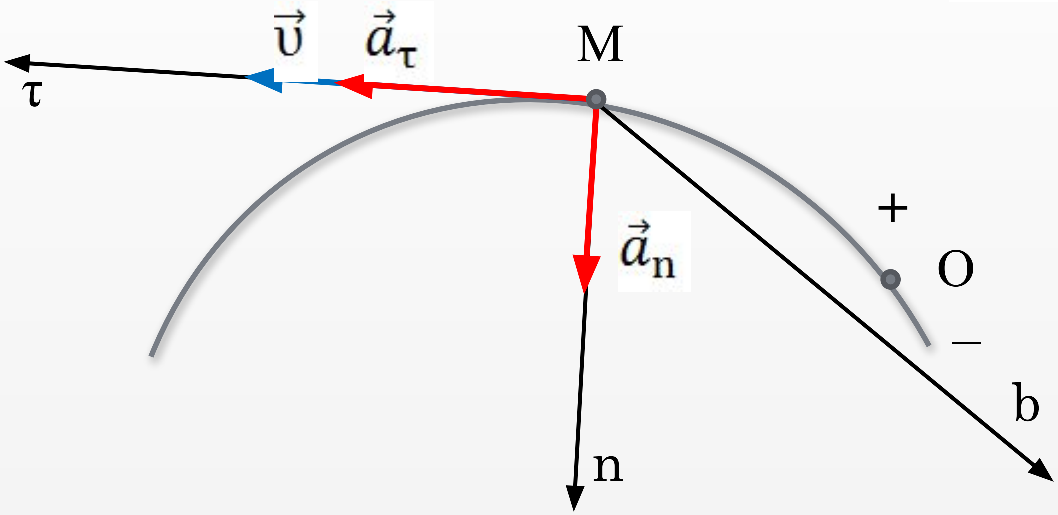
$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \ddot{s}$$



Проекция ускорения точки на касательную равна первой производной от численной величины скорости или второй производной от дуговой координаты по времени.

Эта составляющая характеризует *изменение скорости по модулю*.

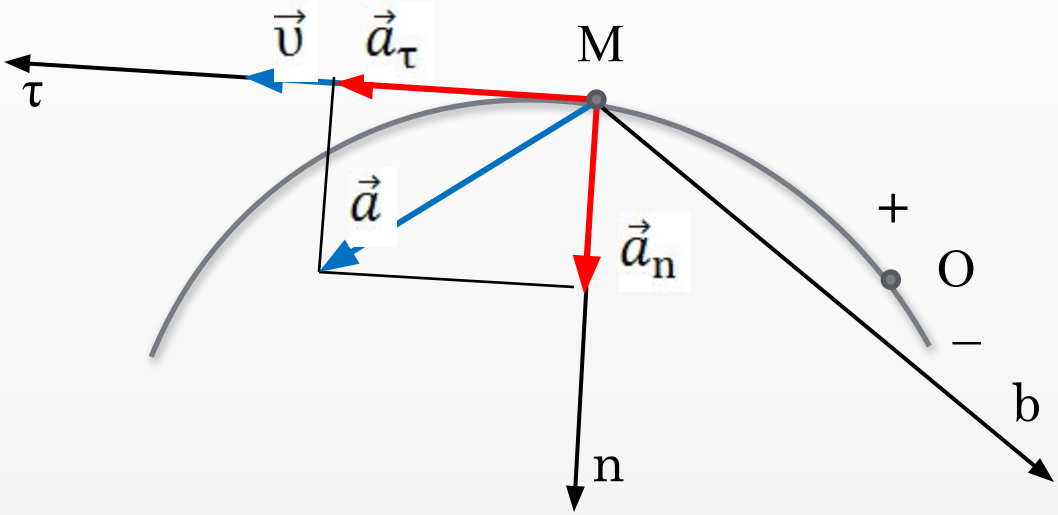
$$a_n = \frac{\upsilon^2}{\rho}$$



Проекция ускорения на главную нормаль равна квадрату скорости, деленному на радиус кривизны траектории в данной точке кривой.

Эта составляющая характеризует *изменение скорости по направлению*.

Вектор ускорения точки изображается диагональю параллелограмма, построенного на касательной и нормальной составляющих.



Так как эти составляющие взаимно перпендикулярны, то по модулю

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$