

«Уравнения высших степеней»

Нагуманова Ксения,
ХМАО-Югра, г. Нефтеюганск,
Муниципальное Бюджетное
Среднеобразовательное Учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №6»
10«А» класс (социально-экономический профиль)

Цель проекта

Формирование знаний о видах и методах решения уравнений высших степеней

Задачи проекта

- 1.** развитие навыков самостоятельной, познавательной и исследовательской деятельности;
- 2.** развитие умения получать и обрабатывать информацию;
- 3.** подготовка к поступлению в ВУЗ.

Этапы выполнения работы

1 этап: подготовительный

- определение темы исследования;
- выявление предполагаемых направлений работы;
- определение источников информации;

2 этап: основной

- консультации учителя;
- поиск информации;
- выполнение заданий;
- подготовка выходных материалов в форме сборника уравнений;
- исправление недочетов;

3 этап: заключительный

- оформление сборника уравнений;
- представление результатов работы;
- подведение итогов

Список литературы

- 1. Шабунин М.И. «Пособие по математике для поступающих в вузы.»- М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000г.**
- 2. Яковлев Г.Н. «Пособие по математике для поступающих в вузы.»- М.: Физматлит,2001г.**
- 3. Галицкий М.Л. «Углубленное изучение алгебры и математического анализа.»- М.: Просвещение, 1997г.**
- 4. Кальней С.Г., Олейник Т.А., Прокофьев А.А. «Сборник задач по математике для подготовительных курсов.» МГИЭТ – М.: Москва, 2006г.**

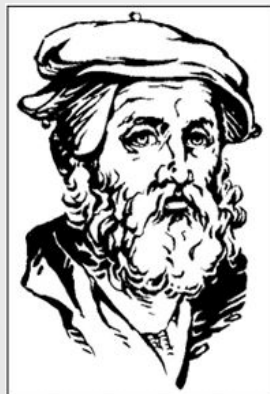
История вопроса

Решение уравнений высших степеней – история полная драматизма, разочарования и радости открытия. В течение почти 700 лет математики разных стран пытались найти приёмы решения уравнений третьей, четвёртой и более высоких степеней.

Великие учёные



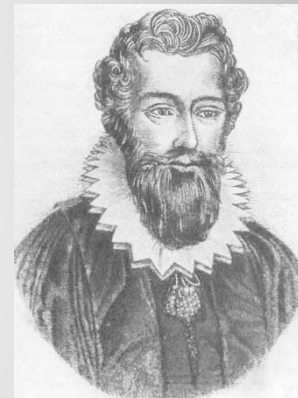
Жозеф Луи
Лагранж
(1736 – 1813)



Николо
Тарталья
(1499 – 1557)



Джероламо
Кардано
(1501 – 1576)



Франсуа Виет
(1540 – 1603)

№	Вид уравнения	Метод решения
1	Уравнения с целыми коэффициентами.	Схема Горнера.
2	Возвратные уравнения и к ним сводящиеся. $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$	чётная степень - делим обе части на x^2 и вводим новую переменную нечётная степень – сводим к чётной степени.
3	Симметрические уравнения. $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_nx^{n-R} + \dots + a_1x + a_0 = 0$	решаются, как и возвратные.
4	Однородные уравнения. $af^3(x) + bf^2(x)g(x) + cf(x)g^2(x) + dg^3(x) = 0$	все члены уравнения делятся на dg^3
5	Уравнения вида $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) = k$ где $a+b=c+d$	эффективно решать перемножением $(x-a)(x-b)$ и $(x-c)(x-d)$ а затем делать замену.
6	Уравнения вида $\frac{Ax}{ax^2 + b_1x + c} + \frac{Bx}{ax^2 + b_2x + c} = k$	в знаменателях обеих дробей необходимо вынести X за скобки и сделать замену.
7	Уравнения вида $(ax^2 + b_1x + c)(ax^2 + b_2x + c) = kx^2$	обе части уравнения делятся на $x^2 \neq 0$
8	Уравнения вида $f^2(x) + g^2(x) = c$	выделение полного квадрата.
9	Уравнения вида $x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1 = 0$	с помощью формулы $(a^2 - b^2) = (a-b)(a+b)$
10	Уравнения вида $(x-a)^n + (x-b)^n = k$ $x^5 - 7x^2 + \sqrt{6} = 0$	решаются при помощи замены $y = x - \frac{a+b}{2}$

№	Вид уравнения	Метод решения
11	Уравнения вида $a(cx^2 + p_1x + q)^2 + b(cx^2 + p_2x + q)^2 = Ax^2$	делим обе части на x^2 и вводим новую переменную
12	Уравнение вида $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-2}{x+2} + \frac{x-3}{x+3} + \frac{x+4}{x-4} = 4$	сведение левой части к сумме более простых дробей
13	Уравнение вида $x^3 - (\sqrt{3} + 1)x^2 + 3$	метод введения параметра
14		$\left\{ \right.$

Методы решения:

```
graph TD; A[Методы решения:] --- B[Стандартные:]; A --- C[Специальные:];
```

Стандартные:

1. Разложение на множители
2. Введение новой переменной

Специальные:

1. Деление на подходящее выражение с переменной
2. Выделение полного квадрата
3. Схема Горнера
4. Деление уголком
5. Группировка скобок
6. Специальная замена
7. Представление дроби в виде двух дробей
8. Метод введения параметра

Примеры из сборника «Метод неопределённых коэффициентов»

$$x^4 + x^3 - 4x^2 - 9x - 3 = 0.$$

Если $x = 1$, то $1^4 + 1^3 - 4 \times 1^2 - 9 \times 1 - 3 \neq 0;$

если $x = -1$, то $(-1)^4 + (-1)^3 - 4 \times (-1)^2 - 9 \times (-1) - 3 \neq 0;$

если $x = 3$, то $3^4 + 3^3 - 4 \times 3^2 - 9 \times 3 - 3 \neq 0;$

если $x = -3$, то $(-3)^4 + (-3)^3 - 4 \times (-3)^2 - 9 \times (-3) - 3 \neq 0.$

$$f(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 9x - 3$$



$$f(x) = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$$

где a , b , c и d – целые числа

$$x^4 + x^3 - 4x^2 - 9x - 3$$

$$x^4 + x^3(c + a) + x^2(b + ac + d) + x(ad + bc) + bd$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c + a = -1 \\ b + ac + d = -4 \\ ad + bc = -9 \\ bd = -3 \end{array} \right.$$

Так как $bd = -3$, то будем искать решения среди вариантов:

1. $b=1; d=-3$
2. $b=-1; d=3$
3. $b=1; d=3$
4. $b=-1; d=-3$

Проверим вариант № 2, когда $b=-1; d=3$:

$$a=-2; c=3$$

Подставим значения a , b , c и d

$$f(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 9x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(x^2 + 3x + 3).$$

$$(x^2 - 2x - 1)(x^2 + 3x + 3) = 0.$$

$$(x^2 - 2x - 1) = 0 \text{ или } (x^2 + 3x + 3) = 0$$

$$D = 8; 8 > 0; 2 \text{ корня}$$

$$D = -3; -3 < 0; \text{корней нет}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\text{Ответ: } x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

«Возвратные уравнения»

$$2x^4 + 9x^3 - x^2 + 9x - 2 = 0$$

Так как $x = 0$ – не является корнем уравнения, то разделим обе части уравнения на x^2 , $x^2 \neq 0$

$$2x^2 + 9x - 1 + \frac{9}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$$

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 9\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1 = 0$$

Пусть $t = x + \frac{1}{x}$

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 9\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1 = 0$$

$$2t^2 + 9t - 5 = 0$$

$$t_1 = -5$$

$$x + \frac{1}{x} = -5$$

$$\frac{x^2 + 5x + 1}{x} = 0$$

$$\frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

Ответ: $x = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$

$$t_2 = \frac{1}{2}$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2x^2 - x + 2}{2x} = 0$$

корней нет

Проектный продукт

Сборник уравнений высших
степеней

Содержание сборника

- 1. Обобщённая таблица видов и методов решения уравнений высших степеней (13 видов и 10 методов)**
- 2. Решебник уравнений (44 уравнения)**

Заключение

После завершения работы над проектом, я научилась:

- Применять полученные знания для решения уравнений высших степеней.
- Работать с дополнительной литературой и систематизировать материал.
- увидеть проблему и наметить пути решения.