

Здравствуйте, ребята. Мне очень жаль, что мы с вами не можем провести урок в нашем кабинете, пообщаться на разные темы. Несмотря на это, я думаю, наши уроки в таком необычном формате пройдут для вас продуктивно.

Напоминаю, что все решения номеров делаем в тетрадь. Обязательно записывать число, клас. работа, домаш. работа.

Удачи вам!



Тема урока

Элементы комбинаторики. Перестановки.



Открываем новое Факториал



Определение.

Факториалом натурального числа n называется произведение всех натуральных чисел от 1 до n .



Обозначение $n!$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$$

Пример:

$$2! = 1 \cdot 2 = 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

Запомни: $0! = 1$ $1! = 1$

Таблица факториалов:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n!$	1	1	2	6	24	120	720	5 040	40 320	362 880	3 628 800

На примерах учимся



№748 Найдите значение выражения

$$a) \frac{15!}{14!} =$$

$$б) \frac{8!}{10!} =$$

$$в) \frac{42!}{40!} =$$

$$г) \frac{16!}{14! \cdot 3!} =$$

$$д) \frac{28!}{4! \cdot 26!} =$$

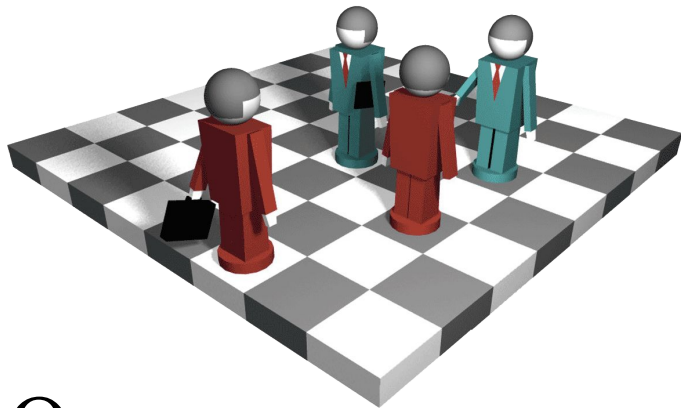
$$е) \frac{45!}{43! \cdot 3!} =$$

На примерах учимся



№746 Делится ли число $30!$ на:

а) 90; б) 92; в) 94; г) 96;



Открываем новое Перестановки



Определение.

Перестановкой из n элементов называется каждое расположение (без повторений) этих элементов в определенном порядке.



Число перестановок из n элементов обозначают P_n
Читают « P из n ».

Число всевозможных перестановок из n элементов вычисляется по формуле:

$$P_n = n!$$



Открываем новое

Пример 1



Сколькими способами могут быть расставлены восемь участниц финального забега на восьми беговых дорожках?

Решение: $P_8 = 8! = 40\,320$

Ответ: 40320.

Открываем новое

Пример 2

Сколько различных четырёхзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, причём в каждом числе цифры должны быть разные?

Решение: $P_4 - P_3 = 4! - 3! = 18.$

Ответ: 18.

Решение (II способ) $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 18.$

Заметим, что ответ на вопрос, можно получить, не выписывая сами числа.

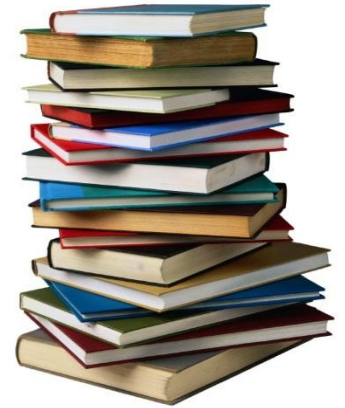
Будем рассуждать так.

- Первую цифру можно выбрать три способами. (0 не может стоять на первом месте)*
- После выбора первой цифры останутся три.*
- Вторую цифру можно выбрать три способами.*
- Третью цифру можно выбрать два способами.*
- Остается приписать одну цифру.*

Следовательно, общее число искомых четырехзначных чисел равно произведению

Открываем новое

Пример 3



Имеется 10 различных книг, среди которых есть трёхтомник одного автора. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке, если книги трёхтомника должны находиться вместе, но в любом порядке?

Решение: $P_8 \cdot P_3 = 8! \cdot 3! = 241\,920$

Ответ: 241920.

На примерах учимся

№1



Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу: 1) 3 человека; 2) 5 человек?

Ответ: 1) 6 способов; 2) 120 способов.

№2

На примерах учимся



Сколько различных правильных
(с точки зрения русского языка)

фраз можно составить, изменяя порядок слов в предложении:

- 1) «Я пошла гулять»;
- 2) «Во дворе гуляет кошка»?

Ответ: 1)6 способов; 2)6 способов.

На примерах учимся



№3

Сколькоими способами можно с помощью букв К, L, M, H обозначить вершины четырехугольника?

Ответ: 24 способа.

На примерах учимся



№735

Сколько существует выражений, тождественно равных произведению $abcde$, которые получаются из него перестановкой множителей?

Ответ: 119 выражений.

На примерах учимся



№736

*Ольга помнит, что телефон подруги оканчивается цифрами 5, 7, 8, но забыла, в каком порядке эти цифры следуют. Укажите **наибольшее число** вариантов, которые ей придется перебрать, чтобы дозвониться подруге.*

Ответ: 6 вариантов.

№741

На примерах учимся



Семь мальчиков, в число которых входят Олег и Игорь, становятся в ряд. Найдите число возможных комбинаций:

- а) Олег находится в конце ряда;
- б) Олег находится в начале ряда, а Игорь в конце;
- в) Олег и Игорь стоят рядом;

а) (Олег находится в конце ряда – фиксируем). Число комбинаций равно числу перестановок 6 мальчиков, стоящих перед Олегом

$$а) P_6 = 6! = 720.$$

б) Два элемента фиксированы. Число возможных комбинаций равно числу перестановок 5 мальчиков, стоящих между Олегом и Игорем

$$б) P_5 = 5! = 120.$$

№741

На примерах учимся



Семь мальчиков, в число которых входят Олег и Игорь, становятся в ряд. Найдите число возможных комбинаций:

а) Олег находится в конце ряда;

б) Олег находится в начале ряда, а Игорь в конце;

в) Олег и Игорь стоят рядом;

г) Пусть Олег и Игорь стоят рядом. Возможны два варианта их расположения в паре (Олег – Игорь, Игорь – Олег). Будем рассматривать эту пару как единый элемент, переставляемый с другими пятью элементами.

$$в) P_6 = 6! = 720.$$

$$720 + 720 = 1440$$

Замечание: Такой прием называется «склеиванием» элементов.



Ответ: 720; 120; 1440.

На примерах учимся



№737

Сколько шестизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр:

а) 1, 2, 5, 6, 7, 8;

б) 0, 2, 5, 6, 7, 8?

Отличие от предыдущей задачи состоит в том, что ноль не может стоять на первом месте.

Ответ: 720 чисел; 600 чисел.

Ответим на вопросы



- 1) Что изучает комбинаторика?
- 2) Кем был введен в математический обиход термин «комбинаторика»?
- 3) Какие способы решения комбинаторных задач рассмотрели на уроке?
- 4) Что означает запись $n!$?
- 5) Найдите значение выражения $\frac{49!}{47! \cdot 3!}$
- 6) Что называется перестановкой из n элементов?

Задания для самоподготовки



Учиться – все
равно, что грести
против течения :
только перестанешь
и тебя гонит назад.

Прочитать: п.31. Разобрать примеры 1, 2, 3.

Выполнить: № 732, №733, №734, №738, №747, №749.

