Слайд 3

Слабое магн. поле проникает лишь в тонкий поверхностный слой 1000 Ангстрем и менее.

Слайд 4

Идеальный проводник (т. е. проводник с исчезающе малым сопротивлением) должен захватывать пронизывающий его магнитный поток. Это различие иллюстрирует рис. 2 (а, б, в), на котором схематически изображено распределение поля вблизи односвязного металлического образца на трёх последовательных этапах опыта: а) образец находится в нормальном состоянии, внешнее поле свободно проникает в глубь металла; б) образец охлаждается ниже Тк, магнитное поле выталкивается из сверхпроводника (верхний рисунок), тогда как в случае идеального проводника распределение поля оставалось бы неизменным (нижний рисунок); в) внешнее поле выключается, при этом исчезает и намагниченность сверхпроводника. В случае идеального проводника поток магнитной индукции через образец сохранил бы свою величину, и картина поля была бы такой же, как у постоянного магнита.

Слайд 5

Сверхпроводник, в отличие от идеального проводника, претерпевает в присутствии магнитного поля обратимый переход из нормального в сверхпроводящее состояние. Это очень существенно, поскольку теперь мы можем применить простые термодинамические соображения. Выталкивание магнитного потока из внутренних областей сверхпроводника приводит к росту его магнитной свободной энергии. При постепенном увеличении внешнего магнитного поля возрастает положительный магнитный вклад в полную свободную энергию до тех пор, пока не произойдет почти полная компенсация отрицательной энергии конденсации (т. е. разности свободных энергий нормальной и сверхпроводящих фаз в отсутствие магнитного поля). При таком значении внешнего поля, называемом критическим полем, нормальная и сверхпроводящая фазы сосуществуют и находятся в равновесии. Дальнейшее увеличение внешнего поля приводит к полному переходу в нормальную фазу, которая теперь обладает меньшей свободной энергией, чем обладало бы сверхпроводящее состояние. Критическое магнитное поле зависит от температуры и ниже T_c оно меняется, с очень хорошей точностью, согласно параболическому закону

$$H_c(T) = H_0\left[\left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right],$$

где $H_0 = H_c(0)$ (~ 100 *э для типичных сверхпроводников*).

Обратимость перехода нормальный металл — сверхпроводник при $H_c(T)$ позволяет трактовать его как обычный фазовый переход и приравнивать свободные энергии *). Для эллипсоидального образца **) в расчете на единицу объема можно написать

$$G_n(0) \sim G_n(H_c) = G_s(H_c) = G_s(0) - \int_0^{H_c} M(H)\,dH = G_s(0) + \frac{H_c^2}{8\pi},$$

поскольку восприимчивость нормального металла обычно пренебрежимо мала. Следовательно, имеем

$$G_n(0) - G_s(0) = \frac{H_c^2}{8\pi}.$$

Поскольку плотность энтропии $S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{H,\,p}$, то отсюда немедленно следует

$$S_n(0) - S_s(0) = -H_c\frac{(dH_c/dT)}{4\pi}.$$

При всех $T < T_c$, $H_c > 0$ и $dH_c/dT < 0$, так что $S_n(0) > S_s(0)$, за исключением точек $T = T_c$ и $T = 0$, где $S_n(0) = S_s(0)$. Таким образом, мы видим, что сверхпроводящая фаза обладает более высоким внутренним порядком по сравнению с нормальной. Ввиду отсутствия каких-либо изме-

*) Определение свободной энергии Гельмгольца F и свободной энергии Гиббса G даны в Приложении.

**) Эта оговорка сделана с тем, чтобы обеспечить простую связь между напряженностью магнитного поля $\mathbf{H}$, внешним магнитным полем $\mathbf{H}_e$ и намагниченностью $\mathbf{M}$, а именно $\mathbf{H} = \mathbf{H}_e - 4\pi n M$, где n — размагничивающий фактор для эллипсоида. В последующем изложении мы ограничимся образцами с $n \ll 1$, чтобы избежать неоправданных усложнений.

Слайд 6

Важнейшие из этих закономерностей, известные под названием правил Маттиаса (установлены Б. Т. Маттиасом, США, 1955), сводятся к следующему: наибольшая Тк наблюдается у сплавов с числом 2 валентных электронов на атом ~3, 5, 7, причём для каждого z предпочтительней свой тип кристаллической решётки. Кроме того, Тк растет с увеличением объёма и падает с ростом массы атома. С. 1-го рода являются все чистые сверхпроводящие металлы, за исключением V и Nb, и некоторые сплавы с низким содержанием одного компонента. Группа С. 2-го рода более многочисленна. Сюда относится большинство соединений с высокими Тк, таких как V3Ga, Nb3Sn, и сплавы с высоким содержанием легирующих примесей.

Слайд 7

Вихри, проникнув в сверхпроводник, располагаются друг от друга на расстоянии порядка λ , образуя в поперечном сечении правильную треугольную решётку, возникает так называемое смешанное состояние. При увеличении внешнего магнитного поля плотность вихрей становится настолько большой, что расстояние между ближайшими вихрями становится порядка ξ , вихри соприкасаются своими нормальными областями и происходит фазовый переход второго рода сверхпроводника в нормальное состояние.

где $K_0(z)$ — функция Бесселя нулевого порядка.

Слайд 11

В полной мере смысл механизма упорядочения в сверхпроводимости был впервые осознан Лондоном [4] более тридцати лет назад с проницательностью, глубина которой стала очевидной лишь в последние годы.

Осознав, что электродинамическое описание, основанное исключительно на уравнениях Максвелла, в пределе нулевого сопротивления неизбежно будет предсказывать необратимое поведение идеального проводника и не будет давать обратимый диамагнетизм сверхпроводника, Лондон ввел дополнительное уравнение. Вид этого уравнения можно получить различными способами, например путем минимизации свободной энергии относительно распределения тока и поля [5] или в предположении абсолютной жесткости сверхпроводящих волновых функций по отношению к воздействию внешнего поля [4]; для наших целей, однако, достаточно считать его интуитивной гипотезой, полностью оправдываемой своим успехом.

Уравнение, предложенное Лондоном, имеет вид

$$\frac{4\pi\lambda^2}{c}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{J}+\mathbf{B}=0,$$

где $\mathbf{J}$ — плотность тока, $\mathbf{B}$ — магнитная индукция, $\lambda^2 = mc^2/4\pi nq^2$, m и q — масса и заряд сверхпроводящих носителей тока, n — плотность этих носителей. При помощи уравнения Максвелла $\mathrm{rot}\,\mathbf{B} = 4\pi\mathbf{J}/c$ можно записать уравнение Лондона в виде

$$\mathbf{B}+\lambda^2\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{B}=0 \quad \text{или} \quad \mathbf{B}-\lambda^2\Delta\mathbf{B}=0.$$

Решение этого уравнения в сверхпроводящей области с линейными размерами, намного бо́льшими λ, есть $B(z) = B(0)\exp(-z/\lambda)$, где $B(z)$ — индукция на глубине z под поверхностью. Беря типичное значение для плотности электронов n и значения q и m, соответствующие свободному электрону, получаем $\lambda \sim 500$ Å.

Уравнение Лондона дает нам ключ к пониманию природы сверхпроводящего упорядочения. Вводя векторный потенциал $\mathbf{A}$, где $\mathrm{rot}\,\mathbf{A} = \mathbf{B}$, используя калибровку $\mathrm{div}\,\mathbf{A} = 0$ и рассматривая односвязный сверхпроводник, мы приходим к уравнению Лондона в форме

$$\frac{4\pi\lambda^2}{c}\mathbf{J}+\mathbf{A}=0.$$

В присутствии векторного потенциала обобщенный импульс заряженной частицы дается выражением $\mathbf{P}=\sum\mathbf{p}=\sum(m\mathbf{v}+q\mathbf{A}/c)$.

Средний импульс на одну частицу можно записать в виде

$$\bar{\bar{\mathbf{p}}}=\frac{q}{c}\left(\frac{4\pi\lambda^2}{c}\mathbf{J}+\mathbf{A}\right)=0.$$

Следовательно, сверхпроводящий порядок обусловлен конденсацией носителей тока в состоянии с наименьшим возможным импульсом $\mathbf{P} = 0$. При этом из принципа неопределенности вытекает, что соответствующий пространственный масштаб упорядоченности бесконечен, т. е. мы получаем бесконечную «когерентность» и невозможность воздействовать на систему электронов локализованными в пространстве полями.

Слайд 12

IV. КВАНТОВАНИЕ ПОТОКА

Рассмотрим теперь многосвязный сверхпроводник, например кольцо или любой образец с дыркой. Предположим, что упомянутый выше дальний порядок есть фундаментальное свойство сверхпроводников и что он имеет место также и в этом случае. Тогда необходимо потребовать, чтобы волновая функция, описывающая сверхпроводящие носители, была однозначна вдоль любого пути, окружающего дырку. По аналогии со случаем атомных электронных волновых функций можно тогда применить правила квантования Бора — Зоммерфельда и потребовать, чтобы для каждого сверхпроводящего носителя было $\oint \mathbf{p} d\mathbf{l} = \omega h$, где ω — целое число, а h — постоянная Планка, причем интеграл берется по любому контуру, окружающему дырку. Используя уравнение Лондона, получаем

$$\oint \frac{4\pi\lambda^2}{c} \mathbf{J}\, d\mathbf{l} + \oint \mathbf{A}\, d\mathbf{l} = \frac{\omega hc}{q}.$$

Согласно теореме Стокса $\oint \mathbf{A} d\mathbf{l} = \iint \mathbf{B} d\mathbf{S} = \Phi$, где двойной интеграл берется по поверхности, ограниченной контуром, и Φ — полный магнитный поток, пронизывающий контур. Тогда

$$\frac{4\pi\lambda^2}{c} \oint \mathbf{J}\, d\mathbf{l} + \Phi = \frac{\omega hc}{q}.$$

Левую часть этого уравнения Лондон назвал флуксоидом. Уравнение можно сформулировать в виде общего утверждения: для любого контура, окружающего дырку в сверхпроводящем материале, полный магнитный поток, пронизывающий контур плюс интеграл по этому контуру от $(4\pi\lambda^2/c)\, J$, равняются целому кратному от hc/q. Если путь интегрирования взят на расстояниях от дырки, больших по сравнению с глубиной проникновения λ, то там $J = 0$, и мы приходим к соотношению

$$\Phi = \frac{\omega hc}{q} = \omega\Phi_0,$$

где $\Phi_0 = hc/q$. Таким образом, в сверхпроводнике проявляется удивительное свойство квантования потока.

Существование этого эффекта было полностью подтверждено в последние годы; оказалось, что квант потока равен

$$\Phi_0 \sim 2 \cdot 10^{-7}\ гс \cdot см^2,$$

откуда $q \sim 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ к \sim 2e$, где e — заряд электрона. Это показывает, что сверхпроводящие носители имеют удвоенный электронный заряд и, скорее всего, являются парами электронов. Успех микроскопической теории Бардина и др. [3] убедительно продемонстрировал правильность такого представления.