МАЯТНИК С ИНЕРЦИОННЫМ МАХОВИКОМ

ЗАДАЧА: СТАБИЛИЗАЦИЯ ОПРОКИНУТЫМ ПОЛОЖЕНИЕМ РАВНОВЕСИЯ

МЕТОД: НЕЧЕТКАЯ ЛОГИКА

ВЫПОЛНИЛИ: ГА

ДЛЯ НАЧАЛА РАССМОТРИМ МОДЕЛЬ **МАЯТНИКА С МАХОВИКОМ**

Кинематическая схема маятника: 1 — маятник; 2 — ось маятника; 3 — маховик; 4 — ось маховика; 5 — электродвигатель

Дифференциальные уравнения динамики маятника с инерционным маховиком имеют следующий вид:

$$\begin{cases} J\lambda\ddot{\varphi}(t) + (J_r + \lambda J_m)\dot{\omega}(t) = (Mb + mh)g\lambda\sin\varphi, \\ (J_r + \lambda J_m)\lambda\ddot{\varphi}(t) + (J_r + \lambda^2 J_m)\dot{\omega}(t) = \lambda T, \end{cases}$$

где φ — угол крена маятника; ω — скорость вращения маховика относительно маятника; Jm — момент инерции маховика относительно его главной оси (оси вращения); Jr — момент инерции ротора электродвигателя; J = Jv + Jr + Jm + mh^2 — полный момент инерции системы «маятник — маховик — двигатель», где через Jv обозначен момент инерции маятника относительно его оси вращения; g — ускорение свободного падения; M, m — массы маятника и двигателя; b, h — расстояния от оси вращения до центров масс маятника и маховика (с ротором двигателя); T — момент электромагнитных сил, приложенных к ротору двигателя; λ — коэффициент редукции, ω = λΩ, где Ω — скорость вращения

С учётом противо-ЭДС реакции якоря величину момента T можно приближённо (пренебрегая электромагнитной постоянной времени) представить в виде:

$$T = c_1 u - c_2 \omega \lambda^{-1}$$

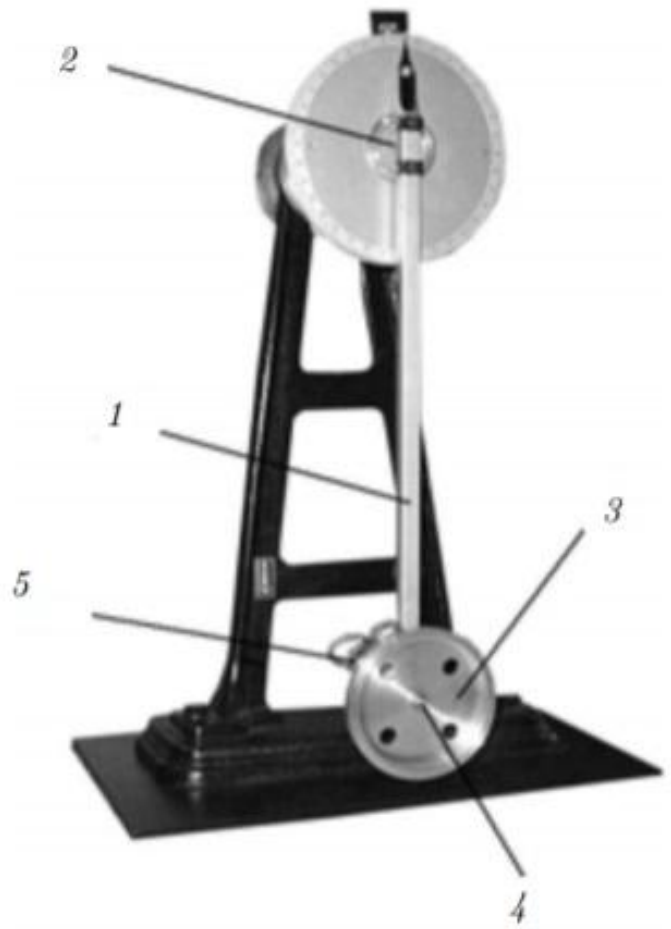
где u — управляющее напряжение в цепи якоря двигателя; c1 , c2 — параметры двигателя.

Эти уравнения описывают нелинейную динамическую систему третьего порядка с переменными состояния φ, φ, ω и входным управляющим воздействием u . Вертикальному (неустойчивому) положению равновесия соответствует значение φ = 0. Параметры этой модели:

$$M = 1 \text{ кг},\ m = 3 \text{ кг},\ h = 0{,}13 \text{ м},\ J = 0{,}12 \text{ кг} \cdot \text{м},\ J_m = 0{,}003 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,\ J_r = 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$
$$b = 1 \text{ м},\ J_v = 3{,}92 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2,\ \lambda = 0{,}1,\ c_1 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{м/В},\ c_2 = 7{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$$

ВИД ИНЕРЦИОННОГО МАЯТНИКА:

РАССМОТРИМ ПОДРОБНЕЕ **УСТРОЙСТВО МАЯТНИКА С МАХОВИКОМ**



1 – маятник, *2* – ось маятника, *3* – маховик, *4* – ось маховика, *5* – электродвигатель.

На рисунке показан однозвенный маятник (1) с маховиком (3). Маятник способен совершать круговые движения в вертикальной плоскости. Его ось вращения (2) находится на неподвижном основании. В этой оси отсутствует какой-либо привод.

Ось вращения маховика (4) закреплена на маятнике и параллельна оси вращения маятника. Маховик приводится во вращение электродвигателем постоянного тока (5)

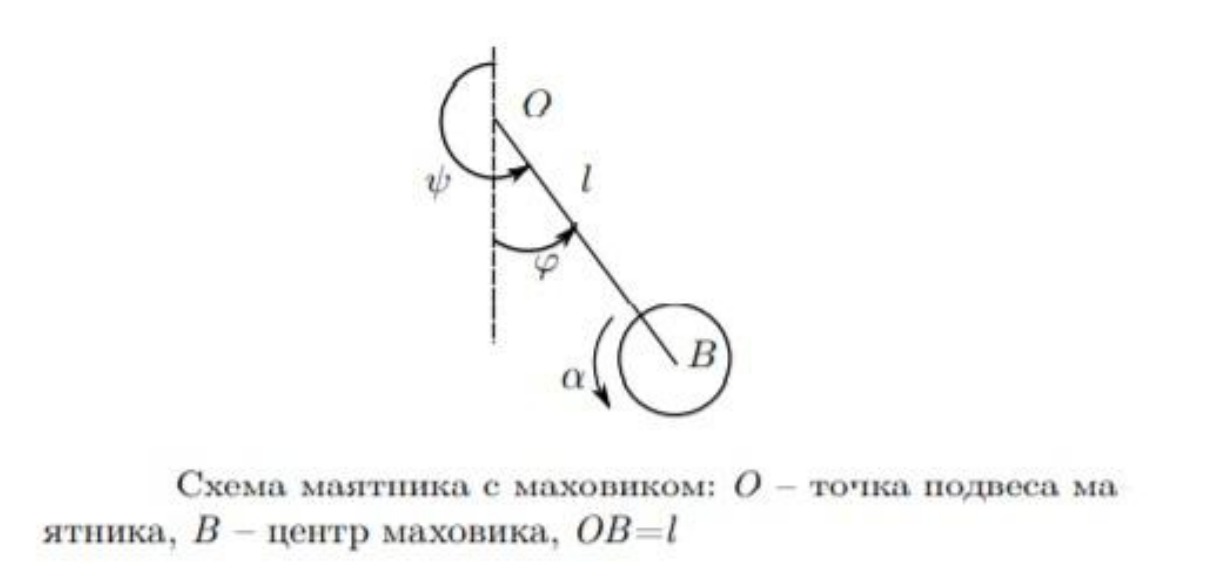


Схема маятника с маховиком: O – точка подвеса маятника, B – центр маховика, $OB=l$

На рисунке приведена схема маятника. Маятник OB в точке O шарнирно соединен с неподвижной опорой. Ось шарнира перпендикулярна плоскости качаний маятника (плоскости чертежа). Введем обозначения: l — длина маятника (l = OB), M — его масса, J — его момент инерции относительно шарнира O. Маятник представляет собой однородный стержень, поэтому его центр масс расположен в середине отрезка OB и J = Ml^2/3. Угол отклонения маятника от вертикали обозначается через φ или ψ.

Симметричный относительно своей оси вращения маховик смонтирован на маятнике так, что его центр расположен в конце маятника OB – в точке B. Здесь маховик изображен в виде окружности с центром в точке B. Маховик может поворачиваться в ту или иную сторону вокруг проб ходящей через точку B горизонтальной оси, перпендикулярной плоскости качаний маятника (плоскости чертежа). Эта ось параллельна оси шарнира O. Ось вращения маховика является продолжением оси ротора электродвигателя. Таким образом, маховик вместе с якорем двигателя имеет по отношению к маятнику одну степень свободы. Вся система имеет две степени свободы. Единственный управляющий параметр в системе – напряжение u, подаваемое на электродвигатель, который вращает маховик.

ЭЛЕКТРОПРИВОД, ТАКЖЕ КАК И МАХОВИК, СМОНТ ИРОВАН НА МАЯТНИКЕ. СТАТОР ДВИГАТЕЛЯ ЖЕС ТКО СКРЕПЛЕН С МАЯТНИКОМ, ОСЬ РОТОРА (ЯКО РЯ) ЖЕСТКО СОЕДИНЕНА С ОСЬЮ МАХОВИКА.

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ДВИГАТЕЛЕМ ВКЛЮЧАЕТ ПЕРСОНАЛЬНЫЙ КОМПЬЮТЕР, КОНТРОЛЛЕР И УС ИЛИТЕЛЬ МОЩНОСТИ, ЯВЛЯЮЩИЙСЯ ИСТОЧНИК ОМ ПИТАНИЯ ДВИГАТЕЛЯ.

ПРИ УПРАВЛЕНИИ ИСПОЛЬЗУЕТСЯ ИНФОРМАЦИЯ ОБ УГЛАХ И СКОРОСТЯХ ПОВОРОТА МАЯТНИКА О ТНОСИТЕЛЬНО НЕПОДВИЖНОГО ОСНОВАНИЯ И М АХОВИКА ОТНОСИТЕЛЬНО МАЯТНИКА.

ЭТИ УГЛЫ ИЗМЕРЯЮТСЯ ИМПУЛЬСНЫМИ ДАТЧИК АМИ.

СТАБИЛИЗАЦИЯ ОПРОКИНУТЫМ ПОЛОЖЕНИЕМ РАВНОВЕСИЯ

КОГДА ЧАСТОТА ВЫНУЖДЕННЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ТОЧКИ ПОДВЕСА ПРИБЛИЗИТЕЛЬНО ВДВОЕ БОЛЬШЕ ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ МАЯТНИКА, НИЖНЕЕ ПОЛОЖЕНИЕ РАВНОВЕСИЯ СТАНОВИТСЯ НЕУСТОЙЧИВЫМ: АМПЛИТУДА ПЕРВОНАЧАЛЬНО СКОЛЬ УГОДНО МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ МАЯТНИКА НАЧИНАЕТ ПРОГРЕССИВНО НАРАСТАТЬ СО ВРЕМЕНЕМ. ЭТО ХОРОШО ИЗВЕСТНОЕ ЯВЛЕНИЕ НАЗЫВАЕТСЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ РЕЗОНАНСОМ.

ИНТЕРЕСНАЯ ЧЕРТА В ПОВЕДЕНИИ ЖЕСТКОГО МАЯТНИКА С ОСЦИЛЛИРУЮЩИМ ПОДВЕСОМ ЗАКЛЮЧАЕТСЯ В ДИНАМИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ПЕРЕВЕРНУТОГО ПОЛОЖЕНИЯ. ПРИ ДОСТАТОЧНО БОЛЬШИХ ЗНАЧЕНИЯХ ЧАСТОТЫ И АМПЛИТУДЫ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ПОДВЕСА ПРИВЕДЕННЫЙ В ПЕРЕВЕРНУТОЕ ПОЛОЖЕНИЕ МАЯТНИК НЕ ОБНАРУЖИВАЕТ ТЕНДЕНЦИИ К ОПРОКИДЫВАНИЮ. БОЛЕЕ ТОГО, ПРИ УМЕРЕННЫХ ОТКЛОНЕНИЯХ ОТ ВЕРТИКАЛИ МАЯТНИК СТРЕМИТСЯ К ЭТОМУ ПЕРЕВЕРНУТОМУ ПОЛОЖЕНИЮ. ЕСЛИ МАЯТНИК ОТКЛОНИТЬ ОТ ВЕРТИКАЛИ, ОН БУДЕТ СОВЕРШАТЬ СРАВНИТЕЛЬНО МЕДЛЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОКОЛО ПЕРЕВЕРНУТОГО ПОЛОЖЕНИЯ НА ФОНЕ БЫСТРЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ПОДВЕСА.

Демонстрация явления колебания перевернутого маятника весьма эффектна, быстрые мелкие передвижения, вызванные вибрациями, не заметны на-глаз, поэтому поведение маятника в перевернутом положении производит на зрителя неожиданное впечатление...

Если осторожно прикасаться пальцем к стержню маятника и отводить его в сторону, то палец чувствует давление, производимое вибрационным моментом. После ознакомления на опыте с динамической устойчивостью маятника в перевернутом положении трудно не прийти к выводу, что она так же поучительна, как и динамическая устойчивость волчка, и ей также следует занять почетное место в лектории на демонстрациях по механике.

Демонстрация динамической стабилизации перевернутого маятника.

Для демонстрации этого явления можно использовать старую электробритву вибрацион ного типа, как показано на рисунке

К вибратору прикреплен удлинитель для увеличения амплитуды осцилляций подвеса маятника. Легкий жесткий стержень маятника соединен с концом удлинителя через шарнир. Корпус бритвы удерживается рукой в таком положении, чтобы вибрация оси происходила в вертикальном направлении. Если стержень маятника привести в вертикальное перевернутое положение, он остается в этом положении до тех пор пока ось вибрирует. Если стержень маятника немного отвести в сторону и отпустить, наблюдаются колебания около перевернутого положения.

МЕТОД НЕЧЁТКОЙ ЛОГИКИ

ГОВОРЯ О НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКЕ, ЧАЩЕ ВСЕГО ИМЕЮТ В ВИДУ СИСТЕМЫ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА, КОТОРЫЕ ЛЕЖАТ В ОСНОВЕ РАЗЛИЧНЫХ ЭКСПЕРТНЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ ПРОЦЕССАХ.

ОСНОВНЫМИ ЭТАПАМИ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА ЯВЛЯЮТСЯ:

1. ФОРМИРОВАНИЕ БАЗЫ ПРАВИЛ СИСТЕМЫ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА.
2. ФАЗЗИФИКАЦИЯ ВХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ.
3. АГРЕГИРОВАНИЕ.
4. АКТИВИЗАЦИЯ ПОДУСЛОВИЙ В НЕЧЕТКИХ ПРАВИЛАХ ПРОДУКЦИЙ.

ДАННАЯ СХЕМА ОТНОСИТСЯ К АЛГОРИТМУ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА МАМДАНИ, КОТОРЫЙ ОДИН ИЗ ПЕРВЫХ НАШЕЛ ПРИМЕНЕНИЕ В СИСТЕМАХ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ.

ФОРМИРОВАНИЕ БАЗЫ ПРАВИЛ СИСТЕМЫ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА

ПРОЦЕСС ФОРМИРОВАНИЯ БАЗЫ ПРАВИЛ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ ФОРМАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ ЭКСПЕРТА В ТОЙ ИЛИ ИНОЙ ПРОБЛЕМНОЙ ОБЛАСТИ. НАИБОЛЕЕ ЧАСТО БАЗА ПРАВИЛ ИМЕЕТ ВИД СТРУКТУРИРОВАННОГО ТЕКСТА

ФАЗЗИФИКАЦИЯ ВХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ

ФАЗЗИФИКАЦИЕЙ, ИЛИ ВВЕДЕНИЕМ НЕЧЕТКОСТИ, НАЗЫВАЕТСЯ ПРОЦЕСС НАХОЖДЕНИЯ ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ НА ОСНОВЕ ОБЫЧНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ. НА ДАННОМ ЭТАПЕ УСТАНАВЛИВАЕТСЯ СООТВЕТСТВИЕ МЕЖДУ ЧИСЛЕННЫМ ЗНАЧЕНИЕМ ВХОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ СИСТЕМЫ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА И ЗНАЧЕНИЕМ ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ СООТВЕТСТВУЮЩЕЙ ЕЙ ЛИНГВИСТИЧЕСКОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.

АГРЕГИРОВАНИЕ

ЦЕЛЬЮ ДАННОГО ЭТАПА ЯВЛЯЕТСЯ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ ИСТИННОСТИ КАЖДОГО ИЗ ПОДЗАКЛЮЧЕНИЙ ПО КАЖДОМУ ИЗ ПРАВИЛ СИСТЕМ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА. ДАЛЕЕ ЭТО ПРИВОДИТ К ОДНОМУ НЕЧЕТКОМУ МНОЖЕСТВУ, КОТОРОЕ БУДЕТ НАЗНАЧЕНО КАЖДОЙ ВЫХОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛЯ КАЖДОГО ПРАВИЛА. В КАЧЕСТВЕ ПРАВИЛ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА ОБЫЧНО ИСПОЛЬЗУЮТСЯ ОПЕРАЦИИ MIN (МИНИМУМ) ИЛИ PROD (УМНОЖЕНИЕ). В ЛОГИЧЕСКОМ ВЫВОДЕ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ MIN ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ВЫВОДУ «ОТСЕКАЕТСЯ» ПО ВЫСОТЕ, СООТВЕТСТВУЮЩЕЙ СТЕПЕНИ ИСТИННОСТИ ПРЕДПОСЫЛКИ ПРАВИЛА (НЕЧЕТКАЯ ЛОГИКА «И»)

АКТИВАЦИЯ ПОДУСЛОВИЙ В НЕЧЁТКИХ ПРАВИЛАХ ПРОДУКЦИЙ

НЕЧЕТКИЕ ПОДМНОЖЕСТВА, НАЗНАЧЕННЫЕ ДЛЯ КАЖДОЙ ВЫХОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ, ОБЪЕДИНЯЮТСЯ ВМЕСТЕ, ЧТОБЫ СФОРМИРОВАТЬ ОДНО НЕЧЕТКОЕ ПОДМНОЖЕСТВО ДЛЯ КАЖДОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.

КОД ЗАДАЧИ

```
function
mayatnik_inertial_mahovic(phi0,theta0,dphi0,dtheta0,a,b,m1,m2,T)


if nargin<9 || isempty(T)
    T = 5;
end
if nargin<8 || isempty(m2)
    m2 = 1;
end
if nargin<7 || isempty(m1)
    m1 = 3;
end
if nargin<6 || isempty(b)
    b = 1;
end
if nargin<5 || isempty(a)
    a = 1;
end
if nargin<4 || isempty(dphi0)
    dphi0 = 0;
end
if nargin<3 || isempty(dtheta0)
    dtheta0 = 0;
end
if nargin<2 || isempty(phi0)
    phi0 = pi/3;
end
if nargin<1 || isempty(theta0)
    theta0 = pi/2;
end
```

```
g = 9.81;

tspan = [0 T];

options = odeset('RelTol',1e-12);
OAL = @(t,w) EcMov(t,w,g,a,b,m1,m2);
                                                    ...

Sol = ode45(OAL,tspan,[theta0,dtheta0,phi0,dphi0],options);


theta_s  = Sol.y(1,:);
dtheta_s = Sol.y(2,:);
phi_s    = Sol.y(3,:);
dphi_s   = Sol.y(4,:);

x1 = a*sin(theta_s);
y1 = -a*cos(theta_s);
x2 = x1+b*sin(phi_s);
y2 = y1-b*cos(phi_s);
```

```
for i=1:length(Sol.x)

figure(1)
clf
hold on

plot(0,0,'k-','MarkerSize',10);
plot([x1(i),0],[y1(i),0],'k','LineWidth',2);
plot([x1(i),x2(i)],[y1(i),y2(i)],'k','LineWidth',2);
plot(x1(i),y1(i),'r.','MarkerSize',20+10*m1);
plot(x2(i),y2(i),'b.','Markersize',20+10*m2);
l=a+b;
axis([-l,l,-l,l]);
title('РњР°СЦС,РЅРёРє СЃ РёРЅРµСЂС†РёРѕРЅРЅС‹Рј РјР°
С…РѕРІРёРєРѕРј');
axis square
hold off
end

figure(2)
hold on
subplot(2,1,1)
plot(theta_s, dtheta_s, 'r', 'LineWidth', 2);
title('First Pendulum');
xlabel('Angle'); ylabel('Angular Velocity');
subplot(2,1,2)
plot(phi_s  , dphi_s  , 'b', 'LineWidth', 2);
title('Second Pendulum');
xlabel('Angle'); ylabel('Angular Velocity');
hold off
```

```
%Graphics
figure(3)
hold on
plot(0,0,'k*','MarkerSize',10)
plot(x1,y1,'r');
plot(x2,y2,'b');
grid on
l=a+b;
axis([-l,l,-l,l]);
hold off

end

function [dw] = EcMov(t,w,g,a,b,m1,m2)


theta = w(1);
dtheta = w(2);
phi = w(3);
dphi = w(4);

M = 2*m1+m2*(1-cos(2*theta-2*phi));

dw(1) = dtheta;
dw(2) = (-g*(2*m1+m2)*sin(theta)-m2*g*sin(theta-2*phi)...
    -2*sin(theta-phi)*m2*(dphi^2*b+dtheta^2*a*cos(theta-
phi)))/(a*M);
dw(3) = dphi;
dw(4) = (2*sin(theta-phi)*(dtheta^2*a*(m1+m2)+g*(m1
+m2)*cos(theta)...
    +dphi^2*b*m2*cos(theta-phi)))/(b*M);

dw = dw';

end
```