

Элементы комбинаторики

Лекция 111

Задания для обучающихся

1. Внимательно изучите и перепишите информацию со слайдов 3-6.
2. Особое внимание уделите разбору примеров 1-3.
3. Дайте ответы на вопросы самоконтроля.

- **Комбинаторика** - раздел математики, рассматривающий решение комбинаторных задач.
- **Комбинаторные задачи** - это теоретические и практические задачи, в которых производится подсчёт возможных различных соединений, составленных из конечного числа элементов по некоторому правилу.
- **Соединения** - это группы, составленные из каких либо элементов множеств.
- *Различают 3 вида соединений:*
 - ▶ **Размещения**
 - ▶ **Перестановки**
 - ▶ **Сочетания**

► **Размещением** из n элементов по m в каждом называют такие соединения, которые отличаются друг от друга либо элементами, либо порядком их расстановки.

► Обозначение: $A_n^m = n(n-1)(n-2)(n-3) \dots [n(m-1)]$

► Задача 1.

Сколько двузначных комбинаций можно составить из 4х букв, при условии что ни одна из них не повторяется?

Решение:

Число комбинаций определим по формуле размещений :

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} \quad A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{1 * 2 * 3 * 4}{1 * 2} = 12$$

Ответ: число размещений из 4х элементов по 2 в каждом равно 12.

РАЗМЕЩЕНИЯ

- **Перестановками** из n элементов называют соединения из всех n элементов, отличающиеся друг от друга только порядком расположения.
- Обозначение: $P_n = n! = 1*2*3*4*...(n-1)*n$.
- $n!$ - факториал- произведение первых n натуральных чисел.

Задача 2.

Сколько различных комбинаций можно составить из 3-х букв?

Решение:

Число комбинаций определим по формуле перестановок

$$P_n = n!: P_3 = 3! = 1*2*3 = 6.$$

Ответ: число элементов из трёх перестановок равно 6.

ПЕРЕСТАНОВКИ

- ▶ **Сочетаниями** из n элементов по m в каждом называют соединения, отличающиеся друг от друга хотя бы одним элементом.

- ▶ Обозначение:
$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Задача 3:

Сколькими способами можно составить дозор из 3-х солдат и 1 офицера, если имеется 80 солдат и 3 офицера?

Решение:

- 1) Найдём сочетание из 80 солдат по 3 в каждом:

$$C_{80}^3 = \frac{80!}{3!(80-3)!} = \frac{80!}{3!77!} = \frac{77!78 * 79 * 80}{3!77!} = 82160$$

- 2) Найдём сочетание 3 офицеров по 1 в каждом:

$$C_3^1 = \frac{3!}{1!(3-1)!} = \frac{6}{2} = 3$$

- 3) Найдём количество всех комбинаций:

$$C_{80}^3 * C_3^1 = 82160 * 3 = 246280$$

СОЧЕТАНИЯ

Вопросы самоконтроля:

1. Перечислите виды комбинаторных соединений.
2. Сколькими способами можно выбрать две ручки из 4-ёх?
3. Чему равен $6!$?
4. Сколько 3-ёх цветных сочетаний красок можно составить из 5-ти оттенков?