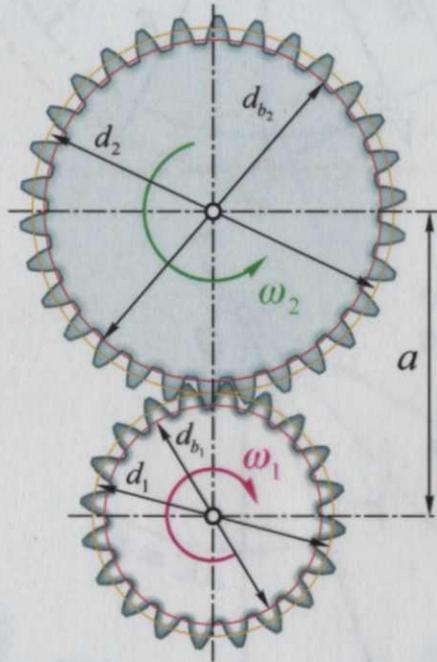


# Детали машин. Параметры эвольвентного зубчатого зацепления

## внешнее зацепление



Зацепляются колеса одного модуля  $m$ .

**Передаточное отношение**  $i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$  может быть подсчитано как соотношение углов поворота колес при переборе ими одного зуба:

$$i = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{2\pi \cdot z_2}{2\pi \cdot z_1} \Rightarrow i = \pm \frac{z_2}{z_1};$$

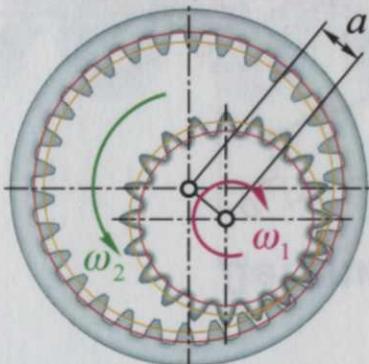
$z_1$  — количество зубьев на меньшем колесе (шестеренке);

$z_2$  — количество зубьев на большем колесе (колесе);

«+» — признак **внутреннего** зацепления (шестерня и колесо вращаются в одну сторону);

«-» — признак **внешнего** зацепления (шестерня и колесо вращаются в противоположные стороны).

## внутреннее зацепление



**Межосевое расстояние:**  $a_T = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$ .

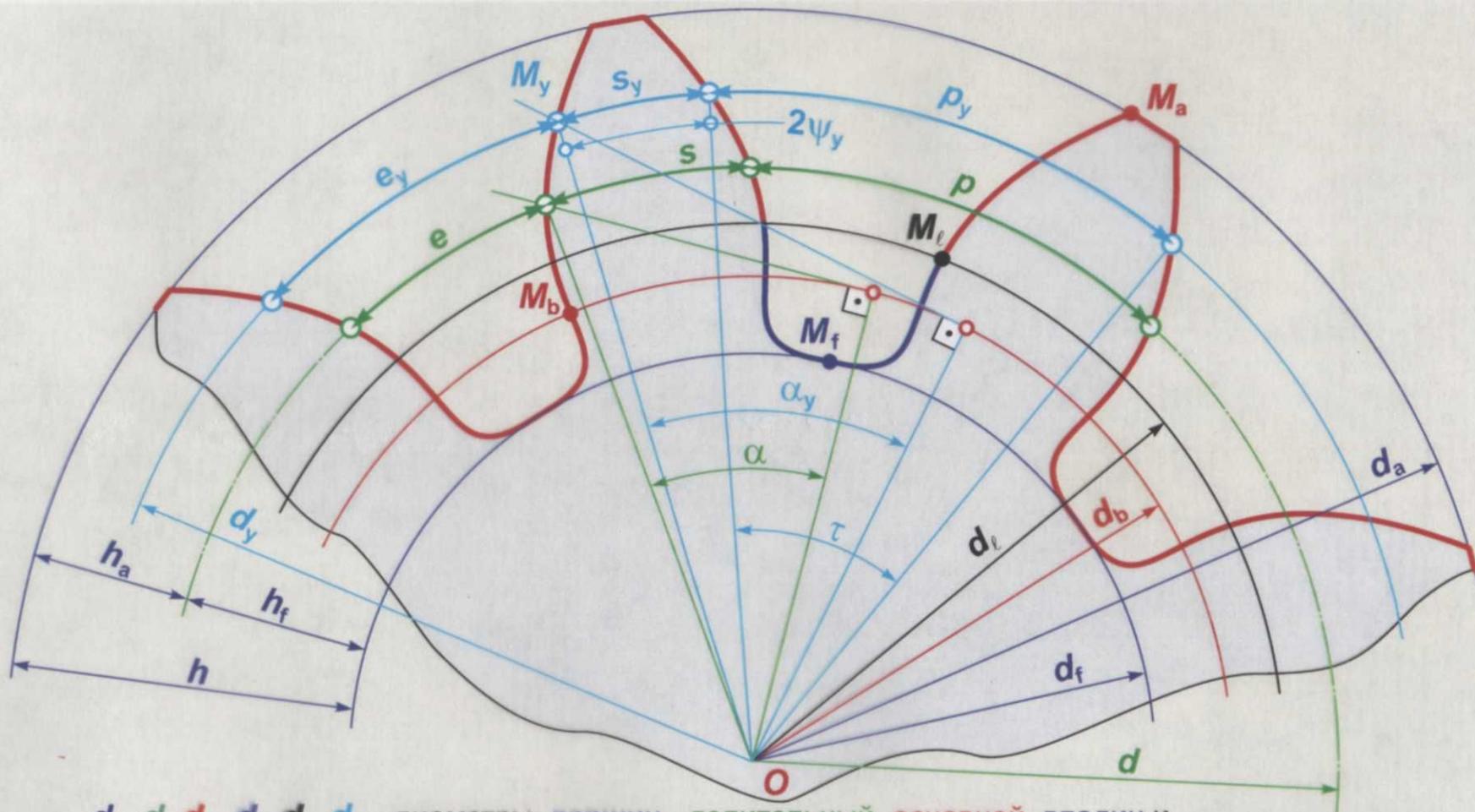
$u = \frac{z_2}{z_1}$  — передаточное число (просто цифра).

$$a_T = \frac{m}{2} z_1 (u \pm 1);$$

«+» — внешнее зацепление;  
«-» — внутреннее зацепление.

$a_T$  — теоретическое межосевое расстояние, при котором делительные окружности колес соприкасаются. Для выполнения межосевых расстояний в соответствии со стандартом колеса могут нарезаться со смещением инструмента.

# ЭЛЕМЕНТЫ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ПРЯМОЗУБОГО ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА

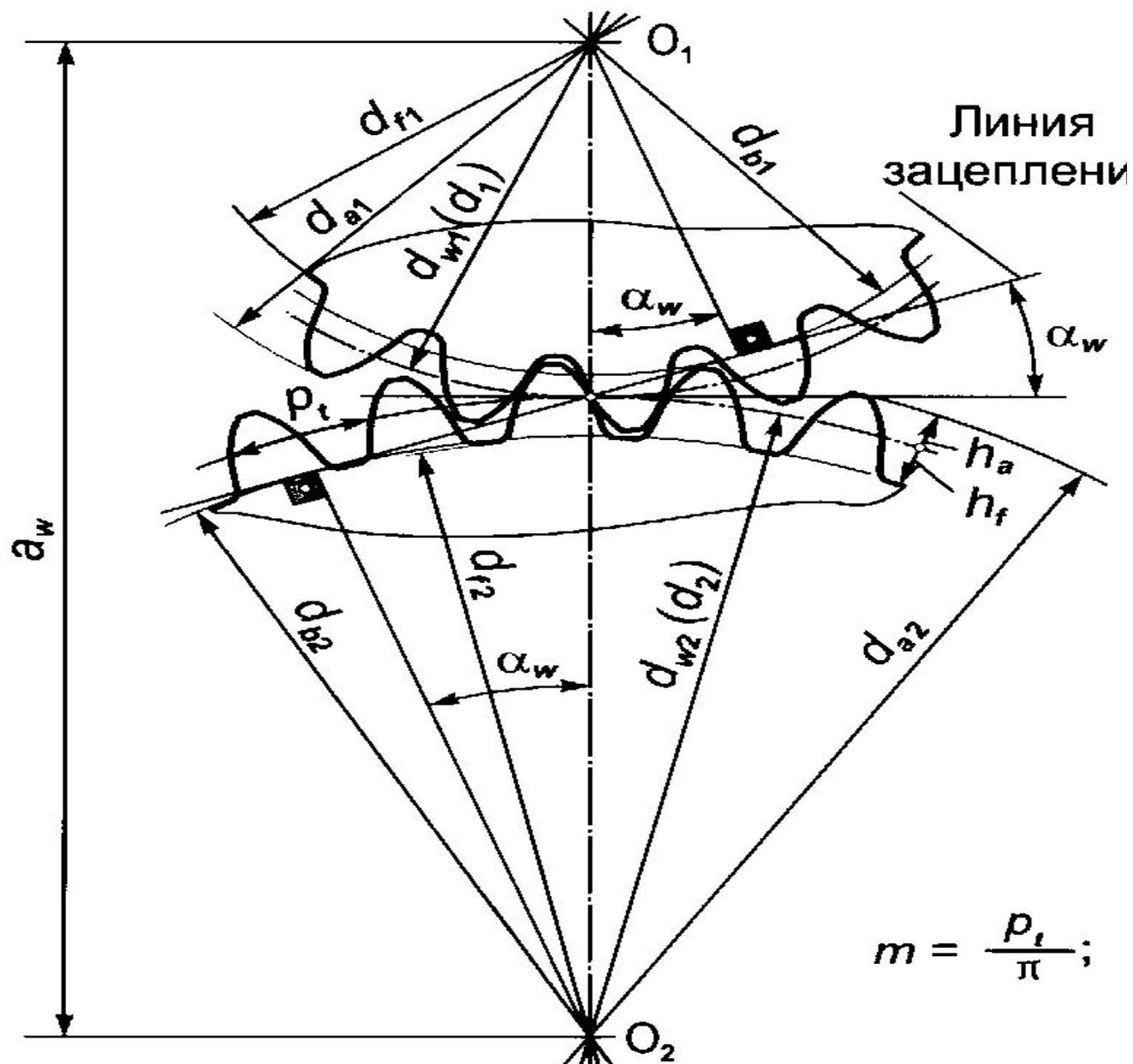


$d_a, d, d_b, d_f, d_l, d_y$  - диаметры вершин, делительный, основной, впадин и окружностей граничных точек и произвольного радиуса соответственно.

$M_b, M_l, M_a, M_f$  - предельная и граничная точки, главный профиль зуба (эвольвента) и переходная кривая соответственно.

$\alpha, \alpha_y$  - углы, численно равные углам профиля эвольвенты на делительной и произвольного радиуса окружностях соответственно.

# ГЕОМЕТРИЯ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРЯМОЗУБОЙ ПЕРЕДАЧИ С ИСХОДНЫМ КОНТУРОМ ПО ГОСТ 13755-81 БЕЗ СМЕЩЕНИЯ



$m$  - модуль зацепления, мм;

$p_f$  - окружной шаг зубьев, мм;

$z_1, z_2$  - числа зубьев шестерни и колеса;

$d_1, d_2$  - делительные диаметры шестерни и колеса, мм;

$d_{w1}, d_{w2}$  - начальные диаметры шестерни и колеса, мм;

$d_{a1}, d_{a2}$  - диаметры вершин зубьев шестерни и колеса, мм;

$d_{f1}, d_{f2}$  - диаметры впадин зубьев шестерни и колеса, мм;

$d_{b1}, d_{b2}$  - диаметры основных окружностей шестерни и колеса, мм;

$h_a$  - высота головки зуба, мм;

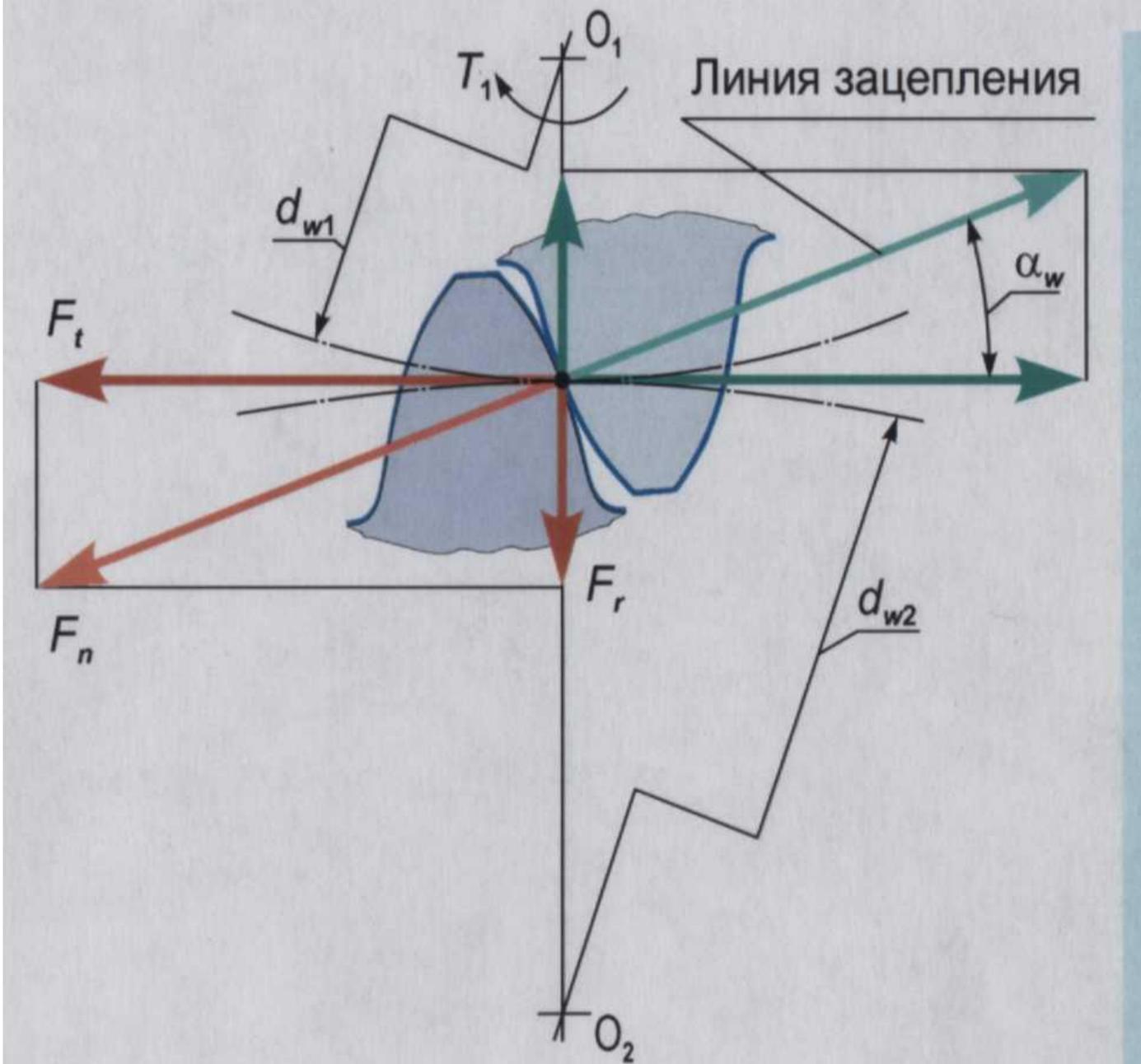
$h_f$  - высота ножки зуба, мм;

$h$  - высота зуба, мм;

$\alpha_w$  - угол зацепления, °;

$a_w$  - межосевое расстояние, мм.

$$\begin{array}{llll} d_1 = m z_1; & d_{w1} = d_1; & d_{a1} = d_1 + 2h_a; & h = h_a + h_f; \\ d_2 = m z_2; & d_{w2} = d_2; & d_{a2} = d_2 + 2h_a; & h_a = m; \\ d_{b1} = d_1 \cos \alpha_w; & & d_{f1} = d_1 - 2h_f; & h_f = 1,25m; \\ d_{b2} = d_2 \cos \alpha_w; & & d_{f2} = d_2 - 2h_f; & a_w = 0,5(d_{w1} + d_{w2}). \end{array}$$



$d_{w1}$  - начальный диаметр шестерни, мм;

$d_{w2}$  - начальный диаметр колеса, мм;

$F_n$  - нормальная сила, действующая по линии зацепления, Н;

$F_t$  - окружная сила, действующая по касательной к начальным окружностям, Н;

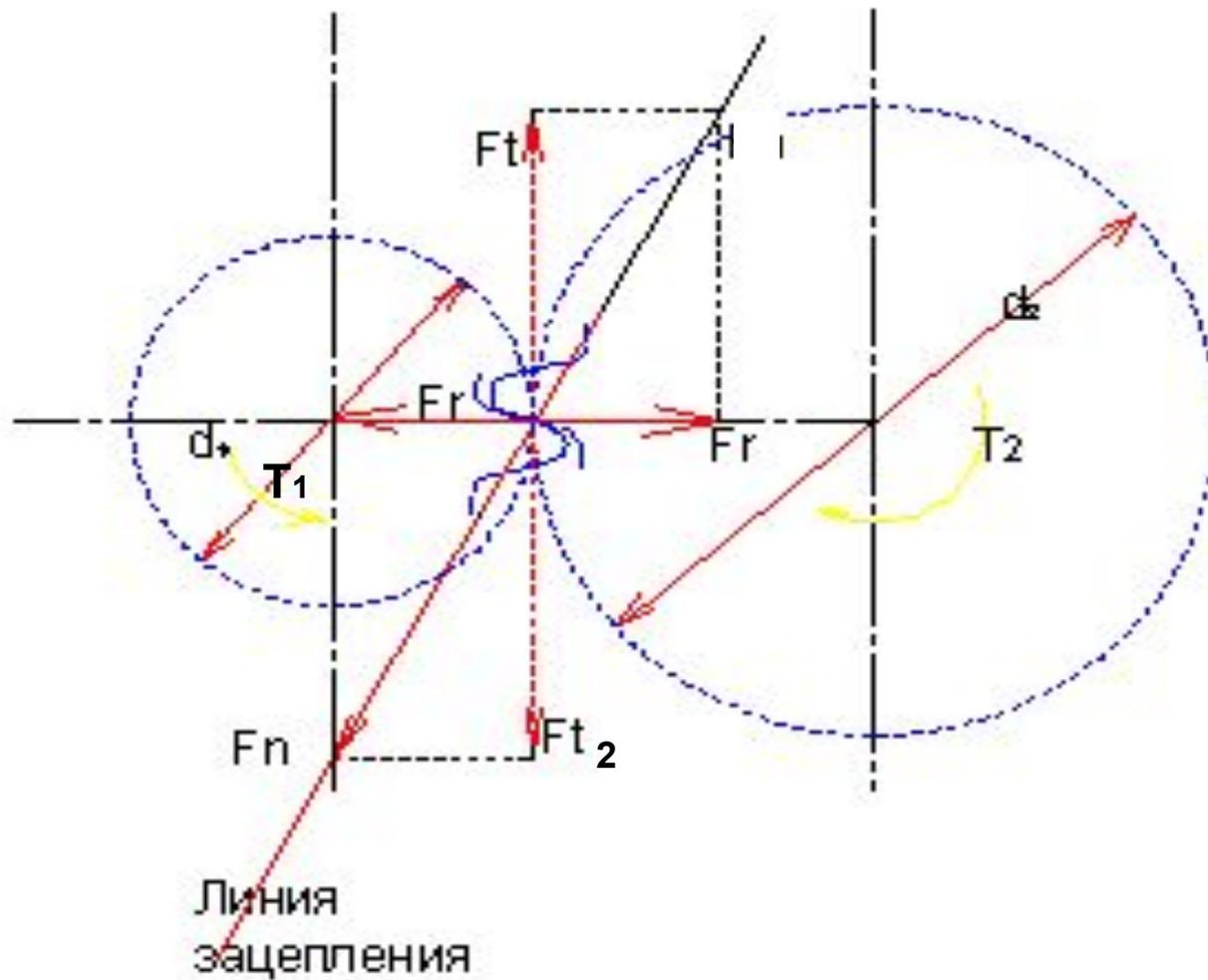
$F_r$  - радиальная сила, действующая по радиусу к центру, Н;

$T_1$  - вращающий момент на шестерне, Нм;

$\alpha_w$  - угол зацепления, °;

$$F_t = \frac{2000 T_1}{d_{w1}} ; \quad F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_w ; \quad F_n = \sqrt{F_t^2 + F_r^2} .$$

# Силы действующие в зацеплении.



# СХЕМА К РАСЧЕТУ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТИ ЦИЛИНДРОВ

Наибольшие напряжения  $\sigma_H$  на площадке контакта цилиндров при их сжатии вдоль образующих вычисляется по формуле Герца

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{w_n}{\rho_v}} \leq \sigma_{HP},$$

где  $\sigma_H$  - расчетные напряжения, МПа;  
 $\sigma_{HP}$  - допускаемые напряжения, МПа;  
 $Z_E$  - коэффициент, учитывающий механические свойства материалов цилиндров,

$$Z_E = \sqrt{1/\{\pi[(1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2]\}};$$

$\nu_1, \nu_2$  - коэффициенты поперечного сжатия материалов цилиндров;  
 $E_1, E_2$  - модули упругости материалов цилиндров.

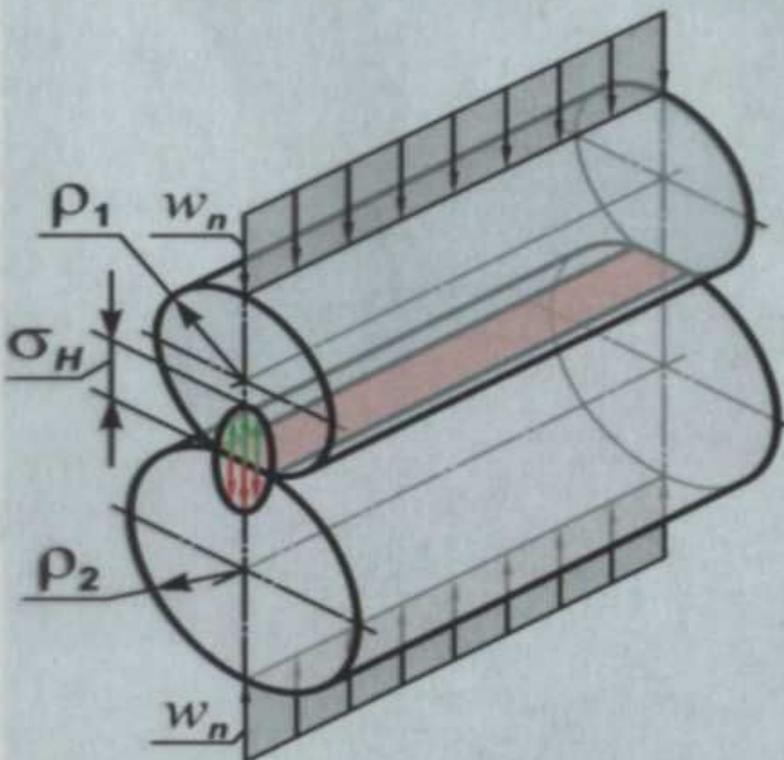
Для стальных цилиндров:  $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$ ;  $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5$ , МПа;  $Z_E = 190$ .

$w_n$  - интенсивность нагрузки, Н / мм;

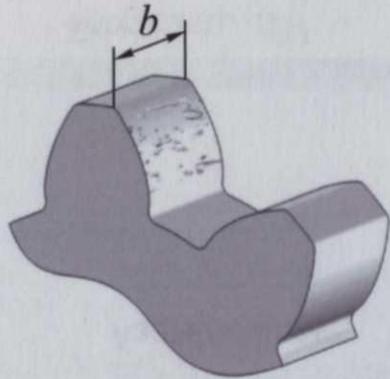
$\rho_1, \rho_2, \rho_v$  - радиусы цилиндров и эквивалентный радиус кривизны в контакте, мм;

$$\frac{1}{\rho_v} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2};$$

«+» - внешний контакт, «-» - внутренний контакт цилиндров.



# Детали машин. Проектный расчет закрытой зубчатой передачи



Процессом, принципиально ограничивающим срок службы таких передач, является **усталостное выкрашивание** на рабочей поверхности зуба, которое определяется контактными напряжениями, вычисляемыми по формуле Герца:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{q \cdot E_{np}}{\rho_{np}}} \quad (*)$$

Приведенный модуль упругости:

$$\frac{1}{E_{np}} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \Rightarrow E_{np} = \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}. \text{ Если } E_1 = E_2, \text{ то } E_{np} = \frac{E}{2}.$$

Для прямозубой передачи:

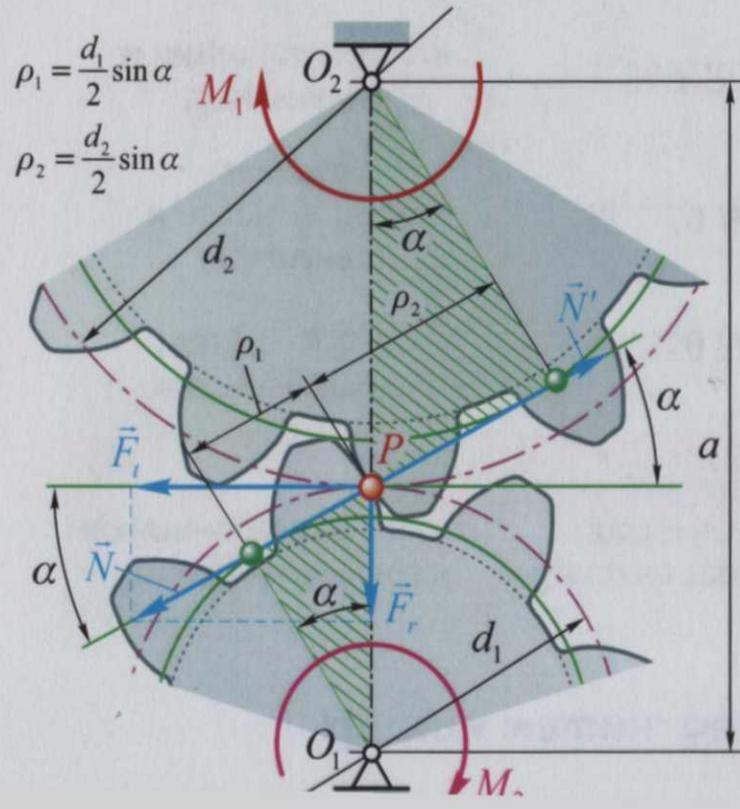
Приведенный радиус кривизны профиля зуба:

$$\frac{1}{\rho_{np}} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{2}{d_1 \sin \alpha} + \frac{2}{d_2 \sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha} \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right);$$

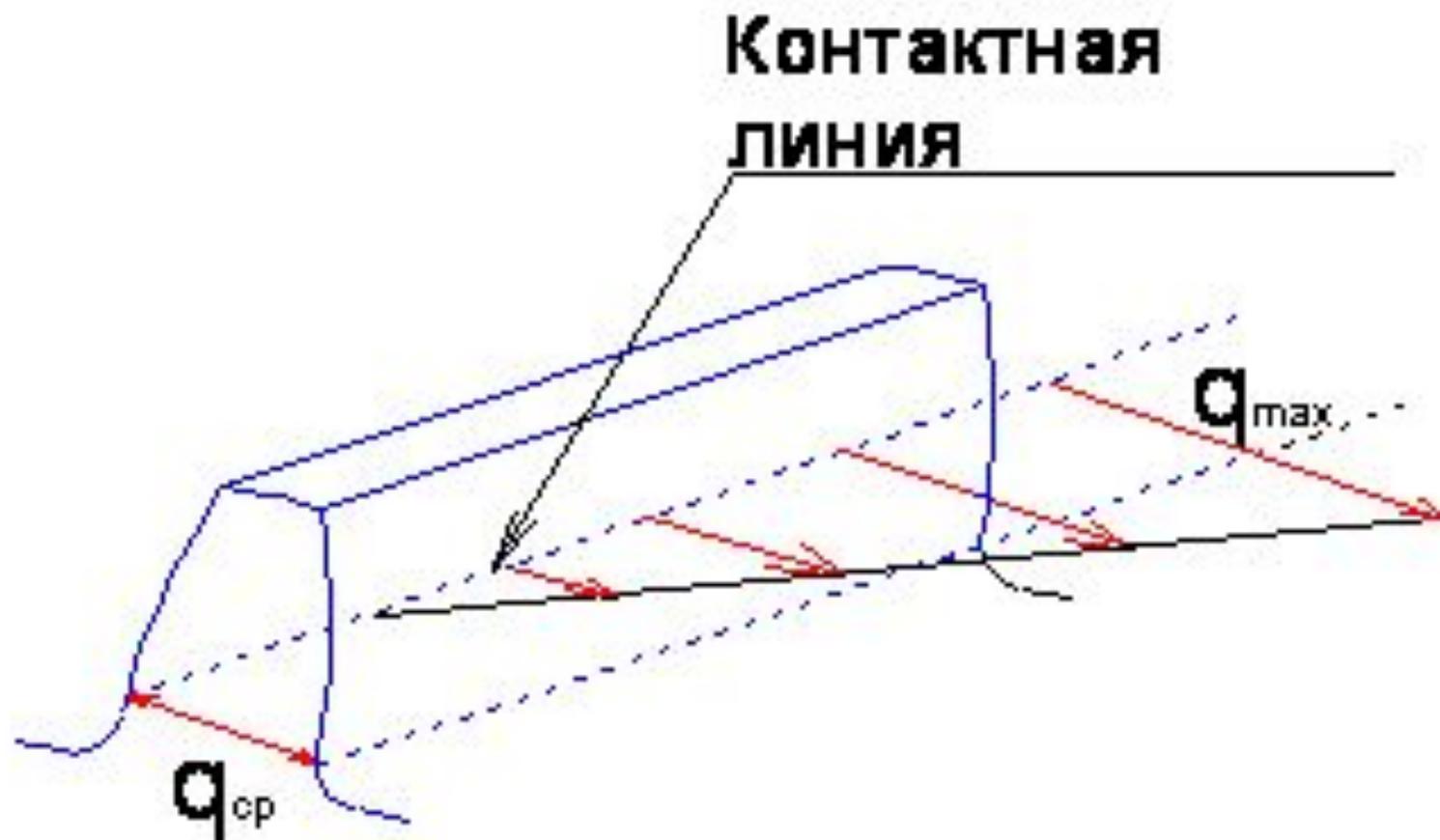
Нагрузка на единицу длины зуба:  $q = \frac{N}{b} = \frac{F_t}{b \cos \alpha} = \frac{2M_1}{d_1 b \cos \alpha}.$

Межосевое расстояние:  $a = \frac{d_1 + d_2}{2}; \quad d_2 = u \cdot d_1.$

После подстановки и преобразований для колес с  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$  получим (при размерности  $[H], [M]$ ):



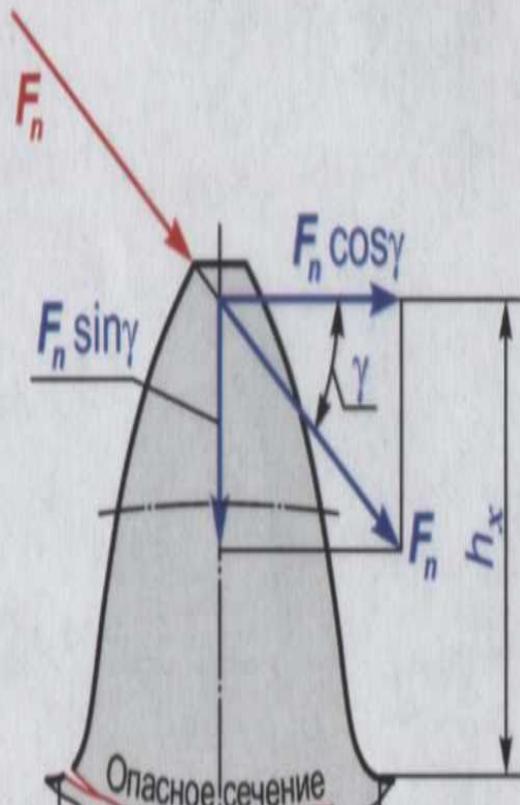
# Расчетная нагрузка



## Расчет на контактную прочность формула Герца.

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{q}{\rho_{np}} * \frac{E}{2\pi(1-\mu^2)}} \leq [\sigma_H]$$

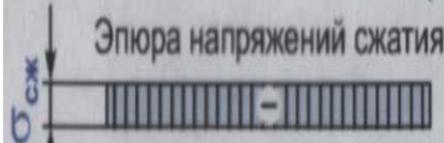
## СХЕМА К РАСЧЕТУ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ НА ИЗГИБ ЗУБЬЕВ



### Приняты допущения:

1. Вся нагрузка  $F_n$  передается одним зубом (однопарное зацепление), приложена к его вершине и действует по нормали к его поверхности.
2. Силами трения пренебрегают в связи с их малостью.
3. Зуб прямозубой передачи рассматривается как консольная балка прямоугольного сечения с размерами  $S_x$  и  $b$  у основания.
4. Возникновение усталостных трещин и разрушение начинаются на растянутой стороне зуба.

## Расчетные местные напряжения у корня зуба



$$\sigma_F = \sigma_{\text{и}} - \sigma_{\text{сж}} = \frac{K_F F_t}{mb} Y_{FS} Y_{\varepsilon} Y_{\beta} \leq \sigma_{FP};$$

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{M_{\text{и}}}{W_x}; \quad \sigma_{\text{сж}} = \frac{F_n \sin \gamma}{S_x b}; \quad M_{\text{и}} = F_n \cos \gamma h_x; \quad F_n = \frac{K_F F_t}{\cos \alpha_w}; \quad W_x = \frac{b S_x^2}{6}.$$

В формулах:

- |   |  |
|---|--|
| $\sigma_{\text{и}}$ - напряжения изгиба в опасном сечении;  | $\alpha_w$ - угол зацепления;  |
| $\sigma_{\text{сж}}$ - напряжения сжатия в опасном сечении; | $m$ - модуль зацепления;   |
| $\sigma_{FP}$ - допускаемые напряжения;                     | $Y_{FS}$ - коэффициент, учитывающий форму зуба и концентрацию напряжений у корня зуба; |
| $M_{\text{и}}$ - изгибающий момент;                         | $Y_{\varepsilon}$ - коэффициент, учитывающий перекрытие зубьев;                        |
| $W_x$ - момент сопротивления изгибу;                        | $Y_{\beta}$ - коэффициент, учитывающий наклон зубьев.                                  |
| $F_t$ - окружная сила в зацеплении;                         |  |
| $K_F$ - коэффициент нагрузки при расчете напряжений изгиба; |  |

## Детали машин. Базовые характеристики выносливости

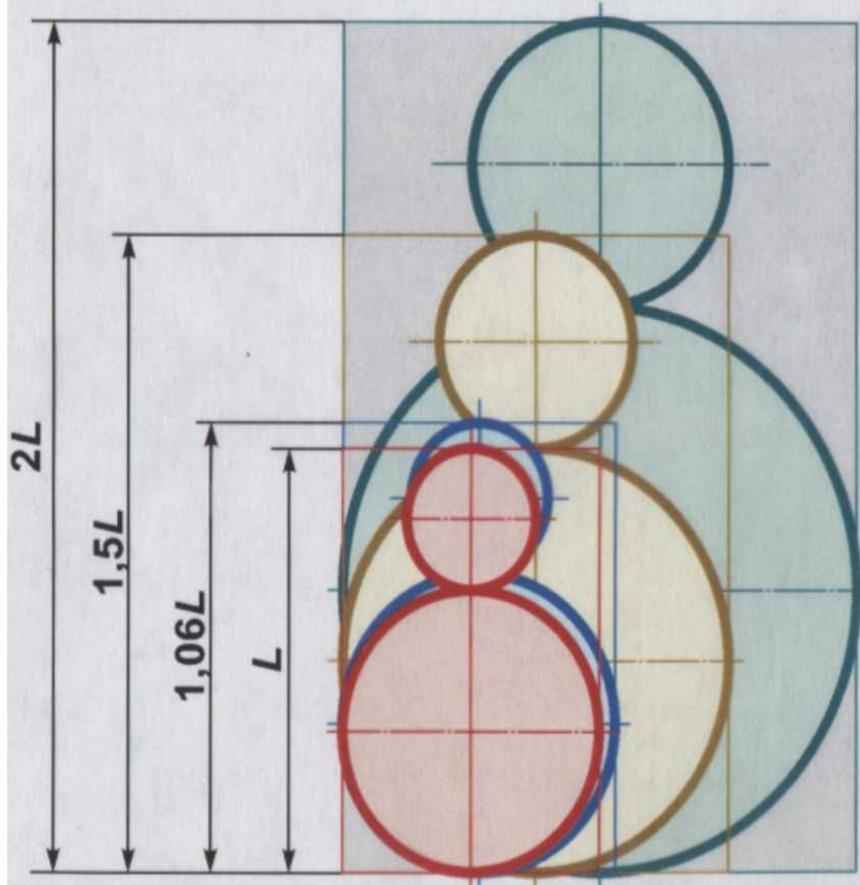
Способ термической и химической обработки	Средняя твердость поверхностей зубьев	Стали, например	$\sigma_{H\lim b}$ , МПа	$\sigma_{F\lim b}$ , МПа
Отжиг, нормализация или улучшение	$\leq 350 HB$	45, 50, 40X, 45X, 40XH	$2H_{HB} + 70$	$1,75H_{HB}$
Объемная и поверхностная закалка	38...50 HRC	40X, 35XM 35XГСА, 40XH	$17H_{HRC} + 200$	500...700
Цементация и нитроцементация	56 HRC	20X, 12XH3A, 18XГТ, 20XH	$23H_{HRC}$	700...950
Азотирование	350...750 HV	40X, 38XMЮА	1050	580...770

### Базовое число циклов

Твердость HB	200	250	300	350	400	450	500	550	600
$N_{H\lim}$ , млн. циклов	10	17	25	37	50	64	80	100	120

# ЗАВИСИМОСТЬ РАЗМЕРОВ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ ОТ ВИДА ТЕРМООБРАБОТКИ ЗУБЬЕВ

Нормализация  
 $H = 190 \dots 220 \text{ HB}$



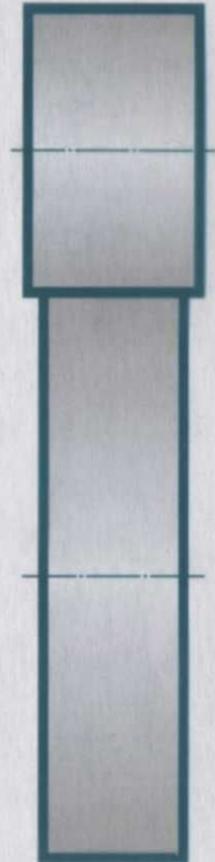
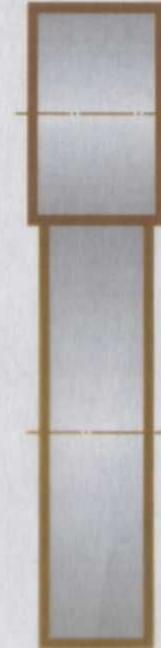
Химико-термические  
упрочнения  
 $H = 55 \dots 63 \text{ HRC}$



Закалка  
с нагревом ТВЧ  
 $H = 50 \dots 55 \text{ HRC}$



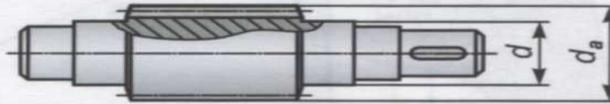
Улучшение  
 $H = 230 \dots 280 \text{ HB}$



# КОНСТРУКЦИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

## Шестерня, выполненная заодно с валом (вал-шестерня)

прокат при  $d_a \leq 200$  мм и  $d_a \leq 2d$



## Насадные колеса

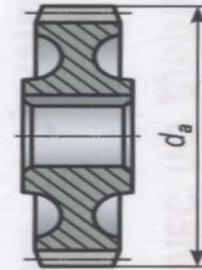
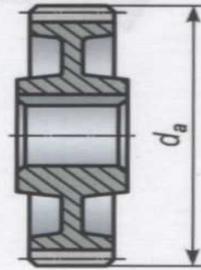
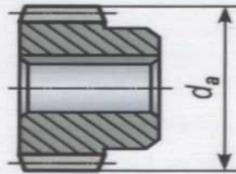
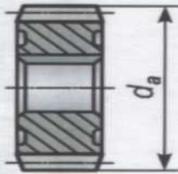
кованые или штампованные

$d_a = 150 \dots 250$  мм

$d_a = 250 \dots 600$  мм

$H \leq 350$  HB

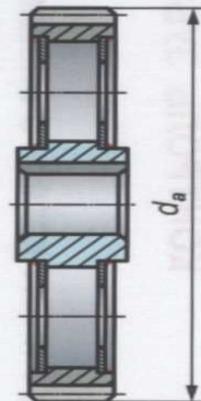
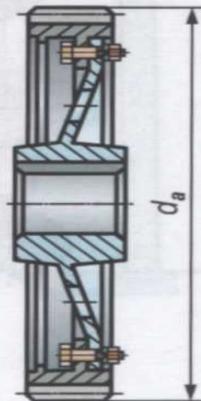
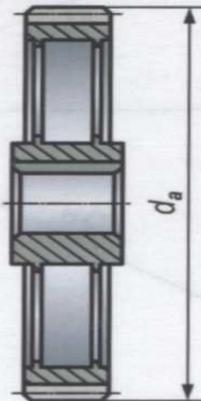
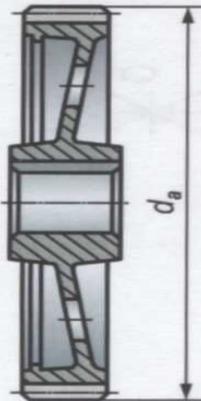
$H > 350$  HB



литые  
 $d_a = 600 \dots 900$  мм     $d_a \geq 900$  мм

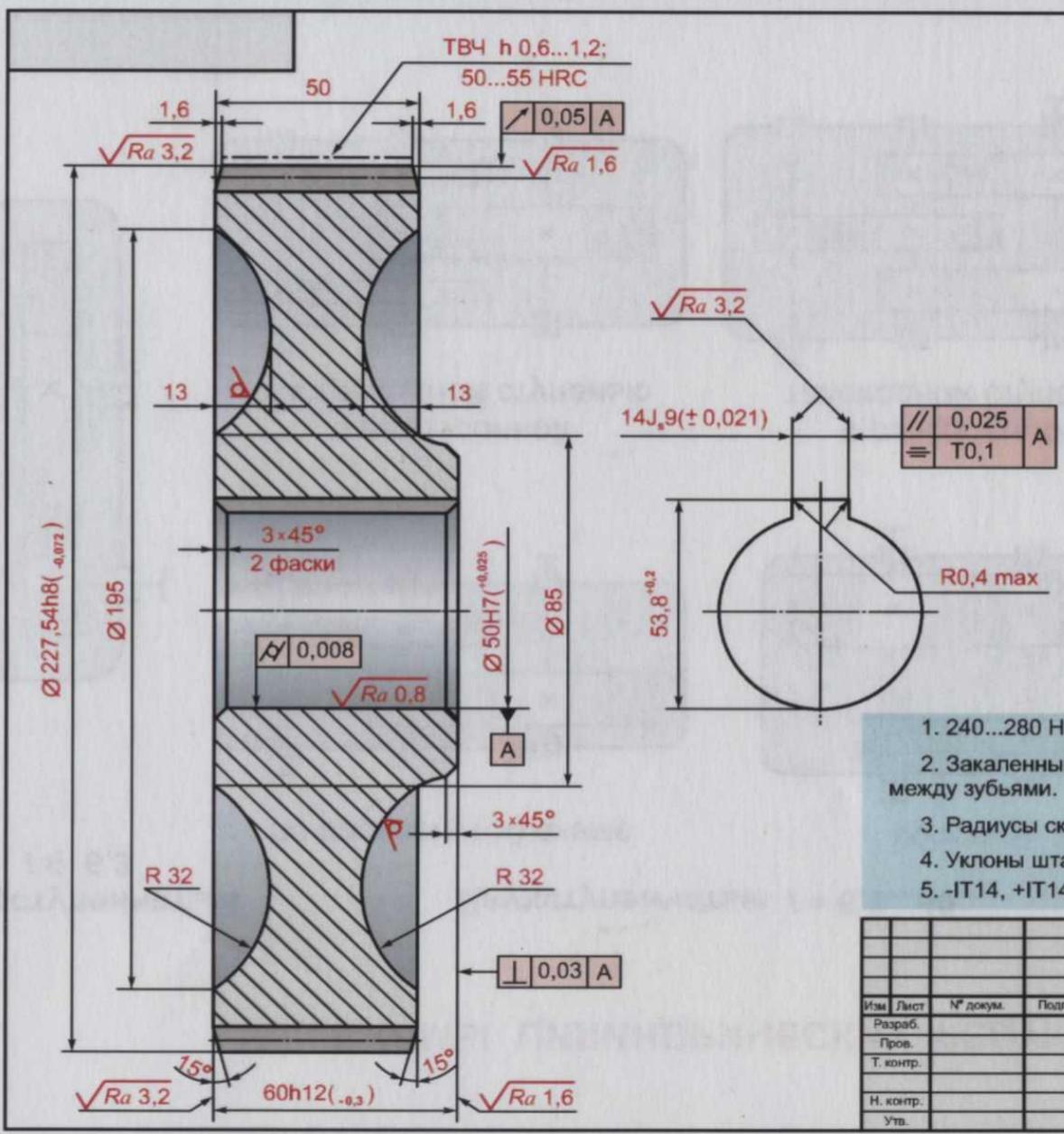
бандажированное  
 $d_a \geq 600$  мм

сварное  
 $d_a \geq 600$  мм



$\sqrt{Ra} 6,3(\checkmark)$

Модуль	<i>m</i>	3
Число зубьев	<i>z</i>	72
Угол наклона	$\beta$	12° 50' 20"
Направление линии зуба		Правое
Нормальный исходный контур		ГОСТ 13755-81
Коэффициент смещения	<i>x</i>	0
Степень точности по ГОСТ 1643-81		8-8-7-B
Постоянная хорда зуба	$\bar{s}_c$	4,161 <sup>0,160</sup> <sub>0,300</sub>
Высота до постоянной хорды	$\bar{h}_c$	2,243
Делительный диаметр	<i>d</i>	221,54
Основной диаметр	<i>d<sub>b</sub></i>	207,55
Высота зуба	<i>h</i>	6,75
Обозначение чертежа сопряженного зубчатого колеса		

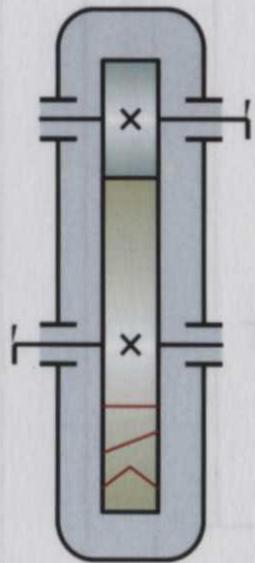


1. 240...280 НВ кроме места, обозначенного особо.
2. Закаленный слой повторяет очертания впадины между зубьями.
3. Радиусы скруглений 3 мм max.
4. Уклоны штамповочные 7°.
5. -IT14, +IT14, ± t<sub>2</sub>/2.

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Колесо зубчатое	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.						K	5,3	
Пров.								
Т. контр.								
Н. контр.								
Утв.					Сталь 40Х ГОСТ 4543-71	Лист	Листов 1	

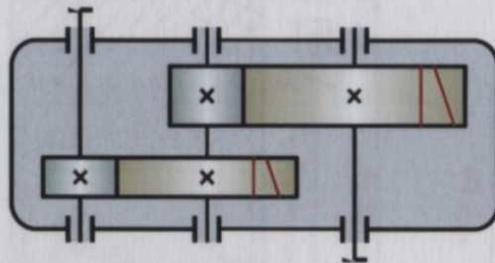
# СХЕМЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕДУКТОРОВ

Одноступенчатый  
 $i \leq 6,3$

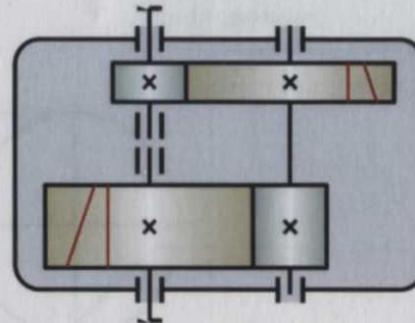


Двухступенчатые  $i = 6,3 \dots 40$

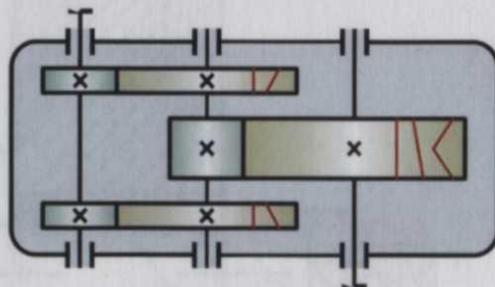
по развернутой схеме



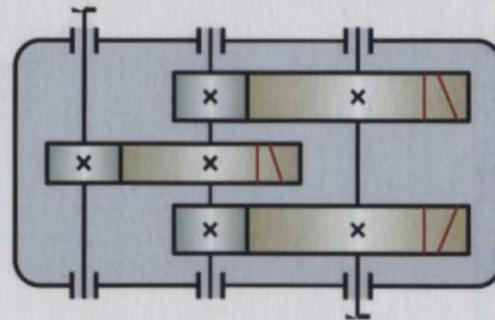
соосный



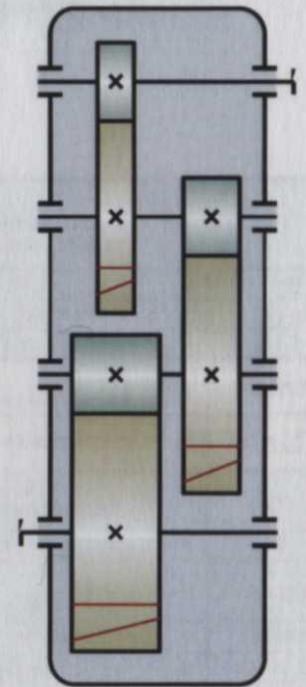
с раздвоенной  
быстроходной ступенью



с раздвоенной  
тихоходной ступенью

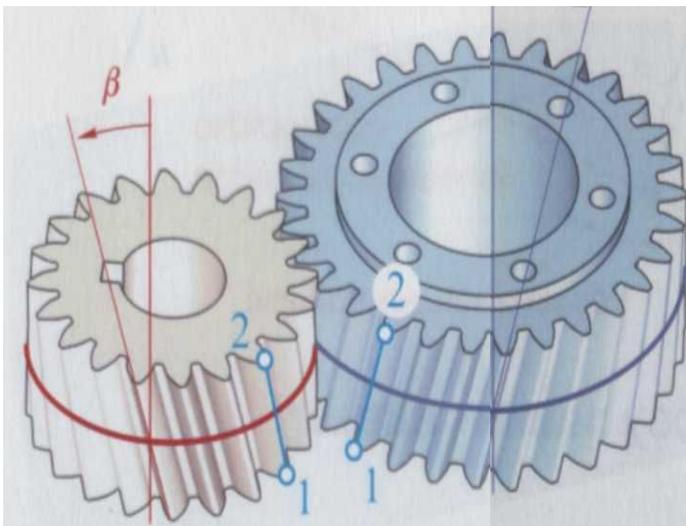
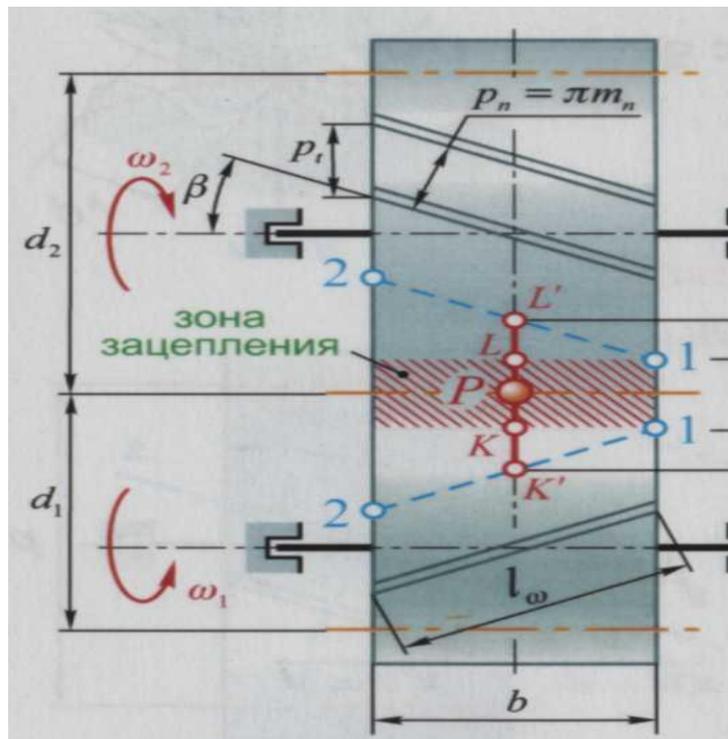


Трехступенчатый  
 $i = 25 \dots 250$



# Косозубая цилиндрическая передача

Обеспечивает большие коэффициенты перекрытия, и тем самым, пониженные значения шума, вибрации, динамических нагрузок. Зубья колес входят в зацепление постепенно,



$p_t$  — окружной шаг зубьев,  $p_t = \frac{\pi d}{z}$ .

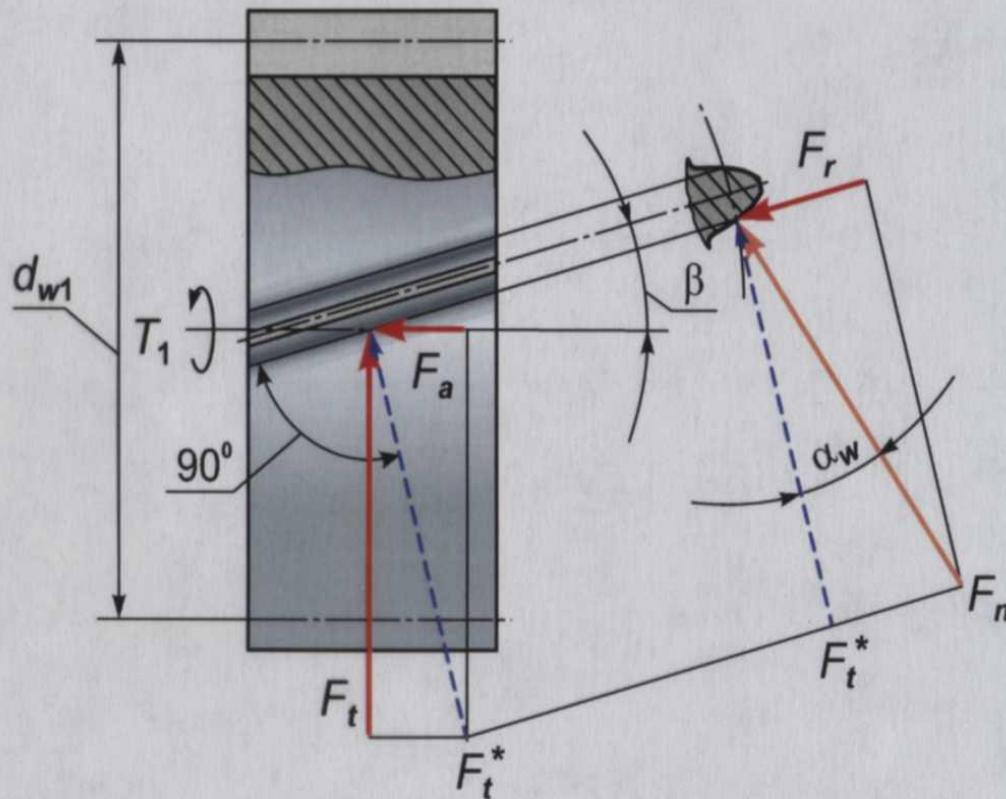
$p_n$  — нормальный шаг зубьев,  $p_n = p_t \cos \beta$ .

$m_t$  — окружной модуль,  $m_t = \frac{p_t}{\pi}$ ;

$m_n$  — нормальный модуль,  $m_n = \frac{p_n}{\pi}$ ;

$m_n = m_t \cos \beta$ .

# СИЛЫ В КОСОЗУБОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧЕ



- $d_{w1}$  - начальный диаметр шестерни, мм;
- $F_n$  - нормальная сила, действующая в полюсе зацепления по нормали к сопряженным поверхностям, Н;
- $F_t$  - окружная сила, действующая по касательной к начальным окружностям, Н;
- $F_r$  - радиальная сила, действующая по радиусу к центру, Н;
- $F_a$  - осевая сила, параллельная осям зубчатых колес, Н;
- $T_1$  - вращающий момент на шестерне, Нм;
- $\alpha_w$  - угол зацепления в нормальном сечении, °;
- $\beta$  - угол наклона зуба, °;

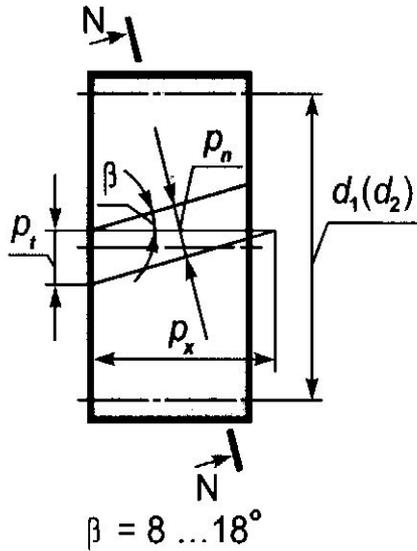
$$F_t = \frac{2000 T_1}{d_{w1}} ; \quad F_r = \frac{F_t \operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta} ;$$

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \beta ; \quad F_n = \sqrt{F_t^2 + F_r^2 + F_a^2} .$$

В шевронной передаче осевые силы на полушевронах замыкаются на зубчатых колесах и на валы и опоры не передаются.

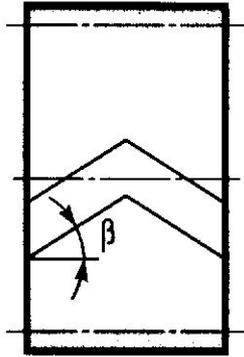
# ОСОБЕННОСТИ ГЕОМЕТРИИ КОСОЗУБЫХ И ШЕВРОННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Зуб косой



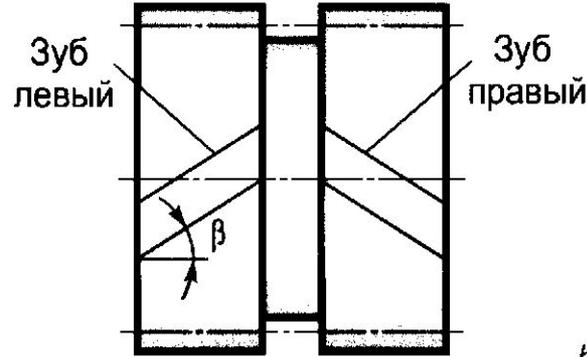
Зуб шевронный

а) без канавки



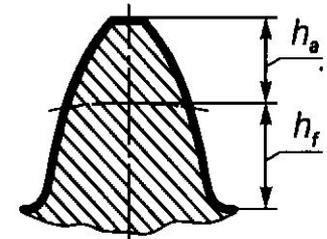
$\beta = 25 \dots 40^\circ$

б) с канавкой для выхода фрезы



$\beta = 25 \dots 40^\circ$

N - N  $\odot$  (увеличено)



$h_a$  - высота головки зуба, мм;

$h_f$  - высота ножки зуба, мм;

$p_n, p_t, p_x$  - шаги нормальный, окружной, осевой, мм;

$\beta$  - угол наклона зубьев,  $^\circ$ ;

$m_n, m_t, m_x$  - модули нормальный, окружной, осевой, мм;

$z_1, z_2$  - числа зубьев шестерни и колеса;

$d_1, d_2$  - делительные диаметры шестерни и колеса, мм;

$$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta};$$

$$p_x = \frac{p_n}{\sin \beta};$$

$$m_n = \frac{p_n}{\pi};$$

$$m_t = \frac{p_t}{\pi};$$

$$m_x = \frac{p_x}{\pi};$$

$$d_1 = m_t z_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta};$$

$$d_2 = m_t z_2 = \frac{m_n z_2}{\cos \beta};$$

$$h_a = m_n;$$

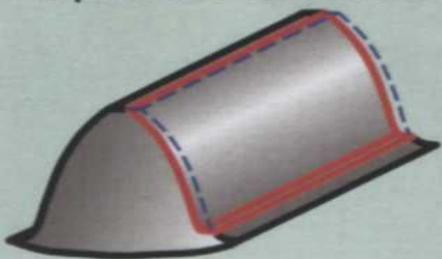
$$h_f = 1,25 m_n.$$

### Поломка зубьев



Излом зуба по сечению у основания может носить усталостный характер или являться следствием перегрузок. При циклическом нагружении микротрещины у основания зуба разрастаются, что может привести к его разрушению. Приоритетное значение имеет оптимальное сочетание коэффициентов формы зуба  $\gamma$  и перекрытия  $\varepsilon$ . Необходимо учитывать, что увеличение коэффициента смещения  $x$  увеличивает  $\gamma$ , но уменьшает  $\varepsilon$ .

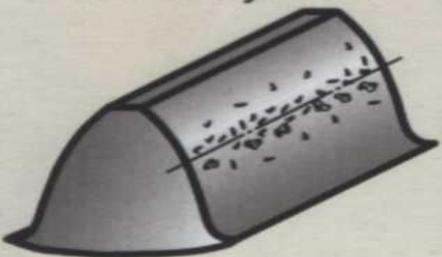
### Абразивный износ



При работе **открытой** зубчатой передачи превалирует абразивный износ и **приоритетное** значение имеют коэффициенты скольжения  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Для обеспечения равнопрочности по износу желательно при термообработке обеспечить

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{H_{b1}}{H_{b2}}$$

### Выкрашивание поверхностных слоев зубьев



При работе **закрытой** зубчатой передачи в условиях **хорошей смазки** при циклическом нагружении у полюсной линии разрастаются микротрещины, что приводит к образованию оспинок, переходящих в раковины. На первое место выступают угол давления  $\alpha_w$  и коэффициент удельного давления  $\rho$ .

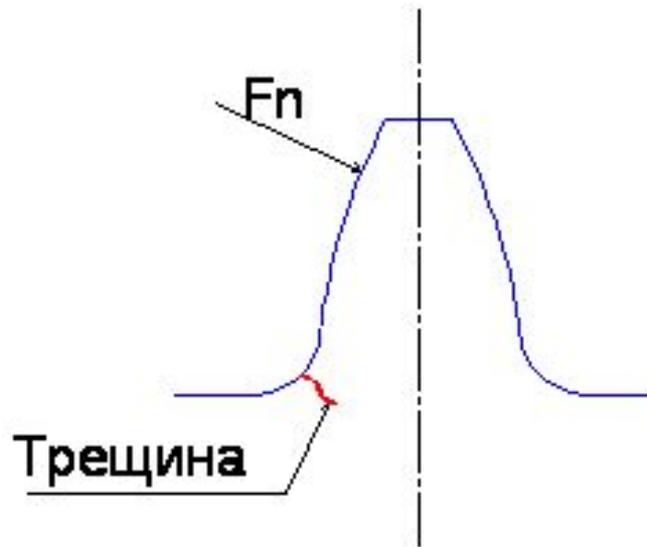
### Заедание



При высокой удельной нагрузке происходит разрыв масляной пленки, нагрев и схватывание сопряженных поверхностей с образованием микротрещин и следов задира в направлении скольжения зубьев.

# Виды разрушения зубчатых колес

Поломка зубьев



Износ зубьев



# Выкрашивание рабочих поверхностей зубьев

