

К 6

Практическая работа №34:
Бином Ньютона. Треугольник
Паскаля.
Решение задач.

1. Вычислите:

$$\left(\frac{19}{26} + \frac{14}{39} - \frac{1}{6}\right) \cdot 54 \frac{1}{6} : \left(8 \frac{4}{7} : \frac{12}{35}\right) = \mathbf{2}$$

$$\frac{19}{26} + \frac{14}{39} - \frac{1}{6} = \frac{19 \cdot 3 + 14 \cdot 2 - 1 \cdot 13}{78} = \frac{57 + 28 - 13}{78} = \frac{72}{78} = \frac{12}{13}$$

$$8 \frac{4}{7} : \frac{12}{35} = \frac{60}{7} \cdot \frac{35}{12} = 25$$

$$\frac{12}{13} \cdot 54 \frac{1}{6} = \frac{12}{13} \cdot \frac{325}{6} = 50$$

$$50 : 25 = 2$$

Вычислите:

$$(a + b)^0 = 1$$

$$(a + b)^1 = a + b$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

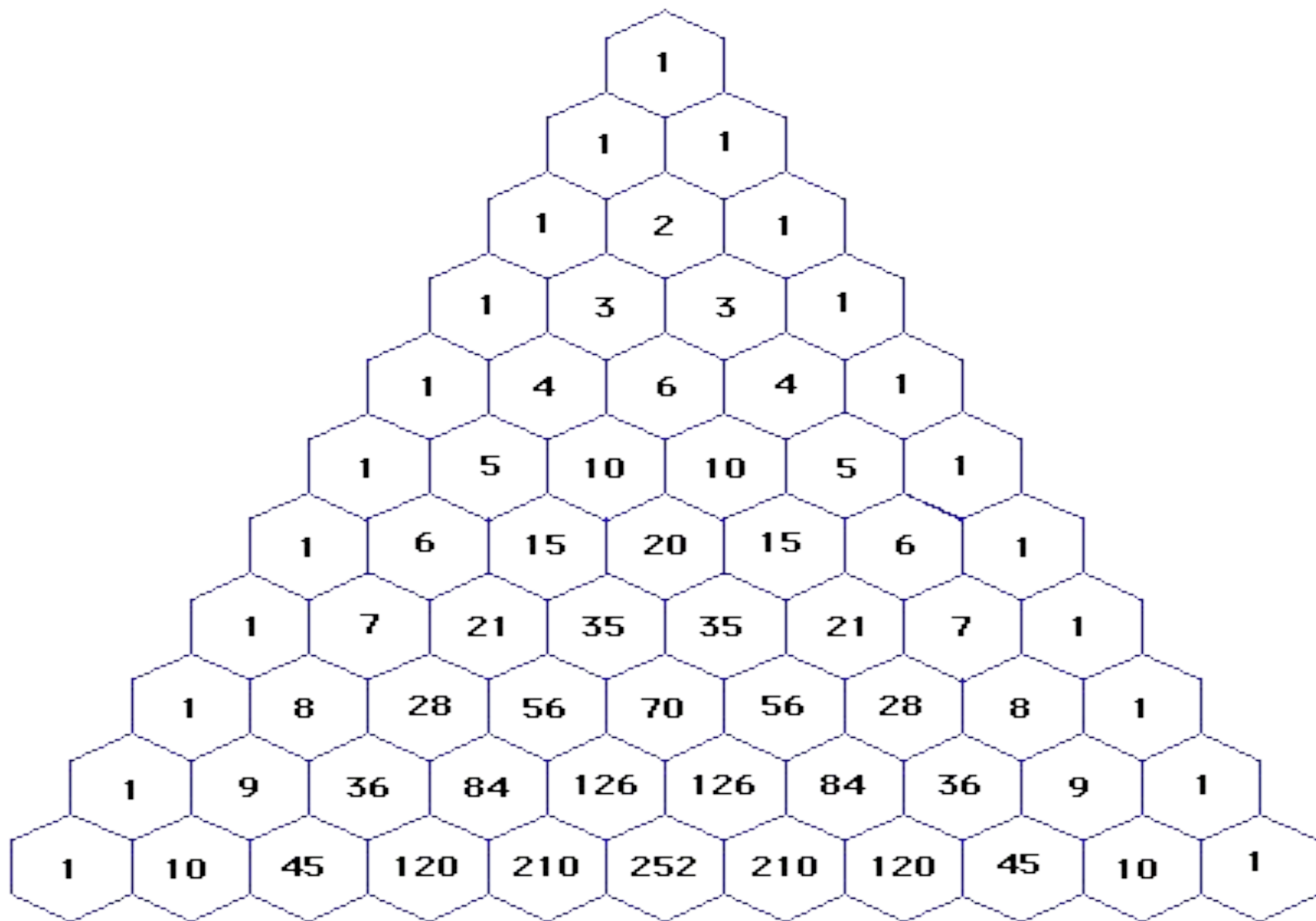
Коэффициенты при a и b запишем в виде треугольника.



0				1			
1				1		1	
2			1		2		1
3		1		3		3	1

Треугольник Паскаля – Это бесконечная числовая таблица «треугольной формы», в которой по боковым сторонам стоят единицы и всякое число, кроме этих боковых единиц, получается как сумма двух предшествующих чисел.

0						1						
1					1		1					
2				1		2		1				
3			1		3		3		1			
4		1		4		6		4		1		
5	1		5		10		10		5		1	
6	1	6		15		20		15		6		1



Свойства треугольника.

Треугольник Паскаля

The image shows Pascal's Triangle with 15 rows, labeled 0 to 14 on the left. A vertical red line is drawn through the first column of numbers, starting from the top '1' and extending down to the '14' in the bottom row. The numbers in the triangle are: Row 0: 1; Row 1: 1, 1; Row 2: 1, 2, 1; Row 3: 1, 3, 3, 1; Row 4: 1, 4, 6, 4, 1; Row 5: 1, 5, 10, 10, 5, 1; Row 6: 1, 6, 15, 20, 15, 6, 1; Row 7: 1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1; Row 8: 1, 8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1; Row 9: 1, 9, 36, 84, 126, 126, 84, 36, 9, 1; Row 10: 1, 10, 45, 120, 210, 252, 210, 120, 45, 10, 1; Row 11: 1, 11, 55, 165, 330, 462, 462, 330, 165, 55, 11, 1; Row 12: 1, 12, 66, 220, 495, 792, 924, 792, 495, 220, 66, 12, 1; Row 13: 1, 13, 78, 286, 715, 1287, 1716, 1716, 1287, 715, 286, 78, 13, 1; Row 14: 1, 14, 91, 364, 1001, 2002, 3003, 3432, 3003, 2002, 1001, 364, 91, 14, 1.

0:						1																				
1:						1	1																			
2:						1	2	1																		
3:						1	3	3	1																	
4:						1	4	6	4	1																
5:						1	5	10	10	5	1															
6:						1	6	15	20	15	6	1														
7:						1	7	21	35	35	21	7	1													
8:						1	8	28	56	70	56	28	8	1												
9:						1	9	36	84	126	126	84	36	9	1											
10:						1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1										
11:						1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1									
12:						1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1								
13:						1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13	1							
14:						1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91	14	1						

1. На вершине треугольника стоит число 1.
2. Каждое число равно сумме двух расположенных над ним чисел.
3. Треугольник можно продолжать неограниченно.
4. Он обладает симметрией относительно вертикальной оси, проходящей через его вершину.

Свойства треугольника.

Треугольник Паскаля

										1											
										1	1										
										1	2	1									
										1	3	3	1								
										1	4	6	4	1							
										1	5	10	10	5	1						
										1	6	15	20	15	6	1					
										1	7	21	35	35	21	7	1				
										1	8	28	56	70	56	28	8	1			
										1	9	36	84	126	126	84	36	9			
										1	10	45	120	210	252	210	120	45	10		
										1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	

5. Чтобы найти сумму чисел, стоящих на любой диагонали от начала до интересующего нас места, достаточно взглянуть на число, расположенное снизу и слева от последнего слагаемого (слева для правой диагонали, для левой диагонали будет справа, а вообще - ближе к середине треугольника)

Где применяется треугольник Паскаля?

$(a + b)^0 =$	1				1			
$(a + b)^1 =$	$a + b$			1	1			
$(a + b)^2 =$	$a^2 + 2ab + b^2$		1	2	1			
$(a + b)^3 =$	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$		1	3	3	1		
$(a + b)^4 =$	$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$		1	4	6	4	1	
$(a + b)^5 =$...		1	5	10	10	5	1
$(a + b)^6 =$

Правила:

- чтобы возвести сумму или разность одночленов в любую степень смотрим соответствующую степени строчку в треугольнике Паскаля, она нам показывает сколько будет слагаемых и какие будут коэффициенты
- если в скобках знак «+», то у всех слагаемых пишем тоже знак «+», если в скобках знак «-», то знаки в результате чередуем
- у первого одночлена степень уменьшаем от наибольшей до 0, у второго – наоборот увеличиваем.

Правила:

- чтобы возвести сумму или разность одночленов в любую степень смотрим соответствующую степени строчку в треугольнике Паскаля, она нам показывает сколько будет слагаемых и какие будут коэффициенты
- если в скобках знак «+», то у всех слагаемых пишем тоже знак «+», если в скобках знак «-», то знаки в результате чередуем
- у первого одночлена степень уменьшаем от наибольшей до 0, у второго – наоборот увеличиваем.

5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

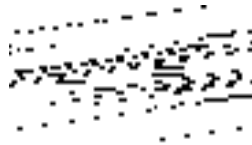
$$(a - b)^5 = 1a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - 1b^5$$

4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1

$$(2 - x)^4 = 1 \cdot 2^4 - 4 \cdot 2^3 \cdot x + 6 \cdot 2^2 \cdot x^2 - 4 \cdot 2 \cdot x^3 + 1 \cdot x^4 = 16 - 32x + 24x^2 - 8x^3 + x^4$$

Задача 1: В урне находится 7 шаров: 2 белых, 4 черных и 1 красный. Вынимается один шар наугад. Какова вероятность того, что вынутый шар будет чёрным?

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

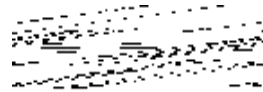


Задача 2: Вычислить вероятность выпадения в сумме **10** очков при бросании пары костей.

Выпадение в сумме 10 очков (событие A) возможно в трёх случаях – 4 очка на первой кости и 6 на второй, 5 очков на первой и 5 на второй, 6 очков на первой и 4 на второй.

Рассмотрим все равновозможные исходы в результате бросания двух костей (их число равно 36)

$$\boxed{6} * \boxed{6} = 36$$



Задача 3: В коробке лежат 8 зеленых, 7 синих и 15 красных карандашей. Вычислить вероятность того, что взятый наугад карандаш будет, синим или зеленым.

A: взяли синий карандаш

B: взяли зеленый карандаш

C: взяли синий или зеленый карандаш

Событие C равно сумме событий A и B: $C = A + B$

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B) = \frac{7}{30} + \frac{8}{30} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

Задача 4: В одной коробке находится 4 белых и 8 черных шаров, а в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой коробки вынули по шару. Вычислить вероятность того, что оба шара окажутся белыми.

A: из первой коробки вынули белый шар

B: из второй коробки вынули белый шар

C: из коробок вынули белые шары

$$P(C) = P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \approx 0.083$$

Задача 5: В аквариуме плавают 100 рыбок. Известно, что из них 17 золотых, 4 исполняют желания. При этом золотых рыбок, которые исполняют желания в аквариуме 3. Покупатель хочет приобрести золотую рыбку, которая исполняет желания (как в сказке). Найдите вероятность того, что выбранная наугад рыбка будет соответствовать хотя бы одному требованию покупателя.

Вероятность наступления по крайней мере одного из двух событий равна сумме вероятностей этих событий минус вероятность их одновременного наступления

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$$

$$P(A + B) = \frac{17}{100} + \frac{4}{100} - \frac{3}{100} = \frac{18}{100} = 0.18$$

Задача 6: Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания в нее первым стрелком равна 0,9, вторым – 0,8. Составьте закон распределения случайной величины X – числа попаданий в мишень.

Число попаданий	0	1	2
Вероятность	0,02	0,26	0,72

$P(A) = 0,9$ - вероятность попадания 1

стрелка
 $P(\bar{A}) = 0,1$ - вероятность промаха 1 стрелка

$P(B) = 0,8$ - вероятность попадания 2

стрелка
 $P(\bar{B}) = 0,2$ - вероятность промаха 2 стрелка

$P(0) = 0,1 * 0,2 = 0,02$ - вероятность того, что 2 стрелка промахнулись

$P(1) = 0,9 * 0,2 + 0,1 * 0,8 = 0,18 + 0,08 = 0,26$ - вероятность того, что один из стрелков попал

$P(2) = 0,9 * 0,8 = 0,72$ - вероятность того, что 2 стрелка попали