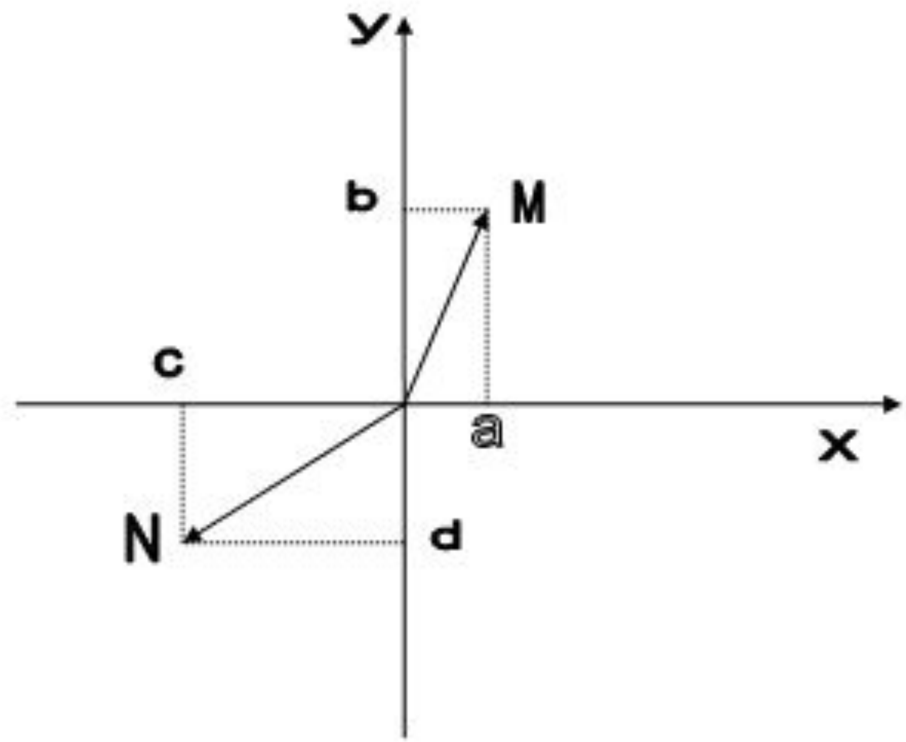
Комплекс саннарның геометрик үзлеге.

Геометрик үзлеген караганда *z=(a; b)* комплекс санына xoy яссылыгында ниндидер M *(a; b)* ноктасы тиңдәш була һәм киресенчә, яссылыкның теләсә нинди ноктасы N (a; b) га Z=(c ; d) комплекс саны тиңдәш була.

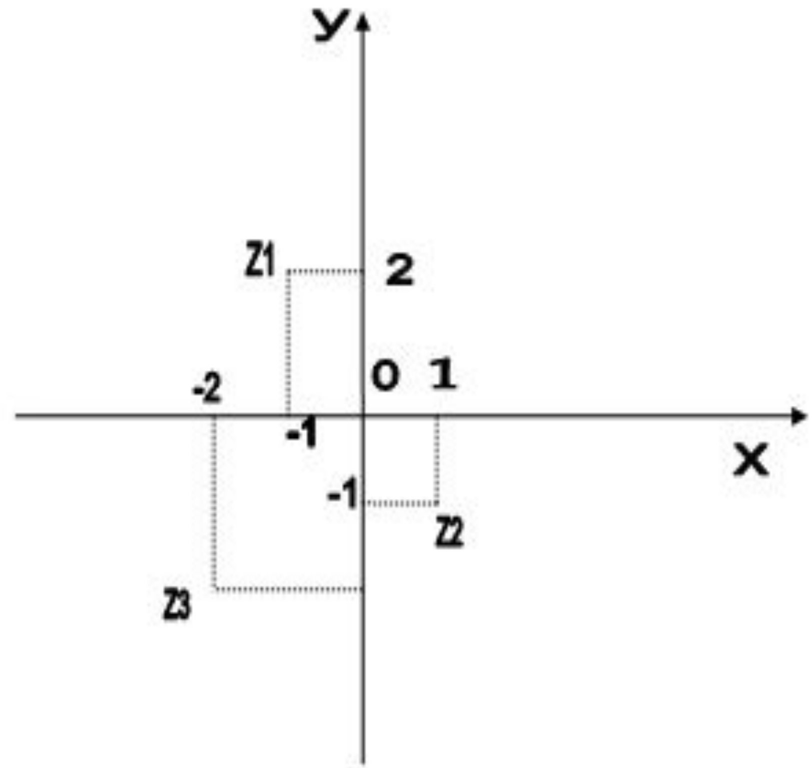


Димәк теләсә нинди комплекс санга яссы-лыкның бары тик бер генә ноктасы тиңдәш була һәм киресенчә яссылыкның теләсә нинди ноктасына бер генә комплекс сан тиңдәш була. Яссылык нокталары белән комплекс саннар арасындагы үзара бер кыйммәтле тиңдәшлелек бар.

$z_1=(-1; 2)$

$z_2=(1; -2)$

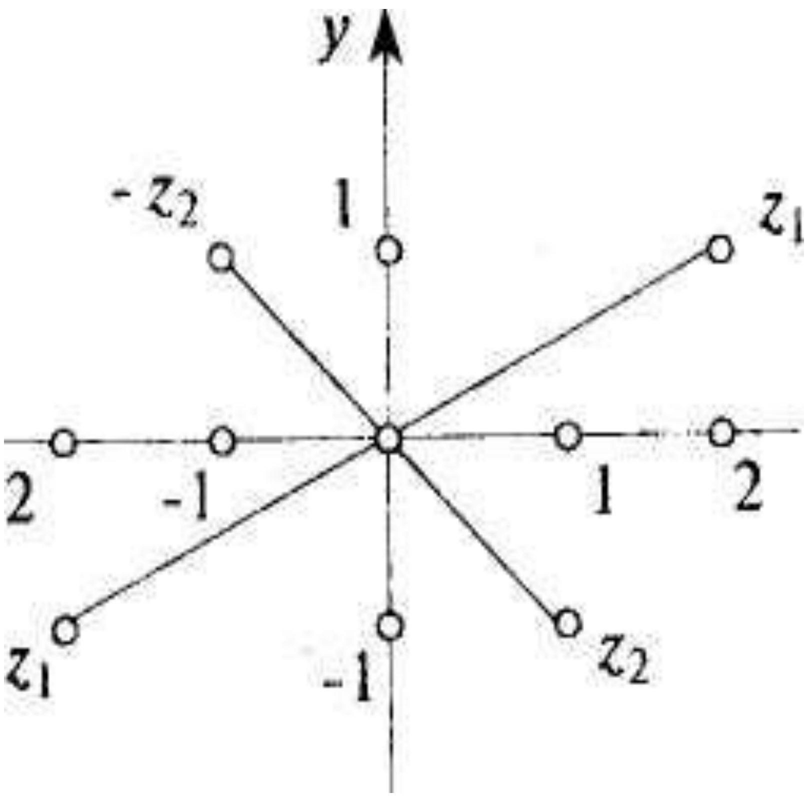
$z_3=(-2; -3)$



Капма-каршы комплекс саннар

$z = (a; b)$ булса $(-a;-b)$ саны z санына капма-каршы сан дип атала һәм $-z$ дип тамгалана. Димәк, $-z = (-a;-b)$. Капма-каршы саннарның төп үзлеге:

$z + (-z) = (0; 0) = 0$. Аларга тиңдәш булган нокталар $(0; 0)$ га карата симметрик булалар. Мәсәлән, $z1 = (2;1)$ булса, $-z1, = (-2;-1)$ була, $z2 = (1;-1)$ булса, $-z2=(-1;1)$



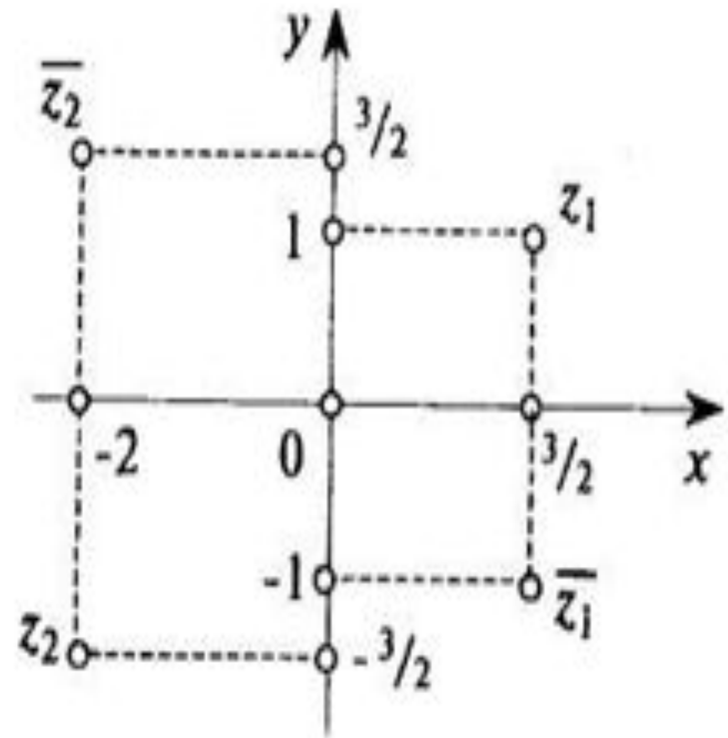
Үзара иярешле комплекс саннар

Әгәр z = (a; b) булса, (a; -b) саны z ка иярешле комплекс сан дип атала һәм $\bar{z}$ дип тамгалана. Димәк, $\bar{z}$ =(a; -b). z һәм $\bar{z}$ үзара иярешле комплекс саннар дип атала. Үзара иярешле комплекс саннарның суммасы һәм тапкырчыгышы һәрвакыт реаль сан була:

z+ $\bar{z}$ = (2a; 0) = 2a $\in$ R,

z $\bar{z}$ = (a2 + Ь2; 0) = a2 + Ь2 $\in$ R.

Үзара иярешле комплекс саннарга тиңдәш булган нок-талар Ox күчәренә симметрик урнашалар.



Алгебраик формада бирелгән комплекслы саннарны кушу.

$z=(a;\ b)$ комлекс санын $z=a+bi$ рәве-шендә язу аның алгебраик рәвеше дип атала.

$z_1=a+bi$ һәм $z_2=c+di$ комплекс саннарын кушканда реаль өлешләр аерым, ә уйланма берәмлек алдын-да торган коэффитцентлар аерым кушыла.

$$(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$$

Берничә мисал карап үтик.

$$(1+i)+(2+3i)=(1+2)+(1+3)i=3+4i$$

$$(5+6i)+(7-6i)=(5+7)+(6-6)i=12+0i$$

Алгебраик формада бирелгән комплекслы саннарны алу.

Ике комплекс санның аермасын тапканда реаль өлешләр аермасы реаль өлеш, аермасы уйланма өлешләр алдындагы коэффицентлар аермасы уйланма өлеш була.

$$\boldsymbol{(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i}$$

Алгебраик формада бирелгән комплекс саннарны алуга берничә мисал.

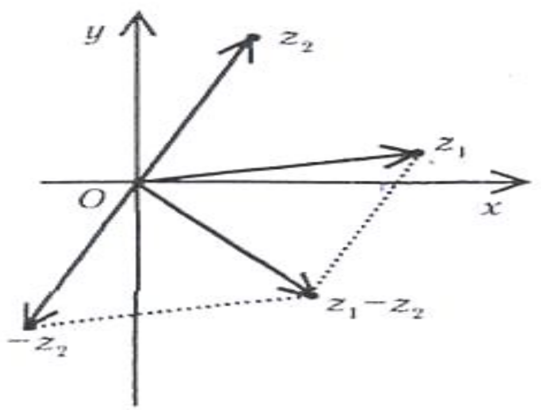
$(5+6i)-(3+7i)=(5-3)+(6-7)i=2-i$

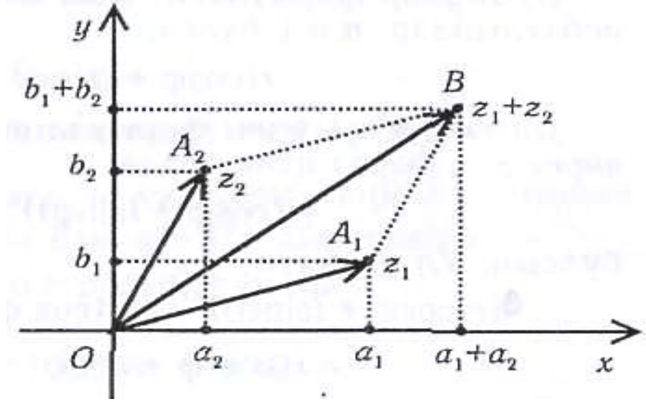
$(2+i)-(9+i)=(2-9)+(1-1)i=-7+0i$

Комплекс саннарны кушу һәм алуның геометрик мәгънәсе

$z1 = a1 + ib1$, $z2 = a2 + ib2$ өчен $z1 + z2 = (a1+a2)+i(b1+b2)$.

Күргәнебезчә, $z1 + z2$ санының геометрик сурәте яклары z1, һәм z2 векторлары булган





параллелограммның диагонале $z1 - z2 = z1 + (- z2)$ булганга күрә, z1 - z2 яклары z1, һәм (-z2) булган параллелограммның диагонале була.

Комплекслы саннарны тапкырлау һәм бүлү

Алгебраик формада бирелгән комплекслы саннарны тапкырлауны икебуынны тапкырлау кагыйдәсе буенча башкарырга була. a+bi һәм c+di саннарын тапкырлыйк.

- *(a+bi)(c+di)=ac+adi+bci+bdi* 2 *=ac+(ad+bc)i+bdi* 2
- i^2 = *-1* булганга күрә *bdi* 2= *-bd* була.
- *(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i*

- z=(0; 1) уйланма саны уйланма берәмлек дип атала. Ул уйланма берәмлек *i* дип тамгаланыла.
- Моңа кадәр бер санның да квадраты да тискәре сан була алмый иде. Ә комплекс саннар күплегендә i^2 ***= -1< 0*** *бу үзлек уйланма берәмлекнең төп үзлеге дип атала.*
- i^2***= -1< 0 үзлек уйланма берәмлекнең төп үзлеге***
- Ике комплекс сан реаль өлешләре үзара тигез, уйланма өлеш алдында торган коэфицентлар үзара тигез булса гына тигез комплекс саннар дип атала. a=c b=d булса, һәм бары тик шул очракта гына *a+bi=c+di* була.
- Реаль саннар күплегендә 5>4 0<7 дип саннарны чагыштыра алабыз, ә комплекс саннарны чагыштыру мөмкин түгел.
- Шулай итеп 2+3*i яки 5-7i, һәм 0+2i яки 0+4i* комплекс саннарын чагыштыра алмыйбыз.

- *z3=(-2; -3)*
- Күп вакытта теләсәсә нинди яссылык ноктасын радиус векторлар ярдәмендә күрсәтеп булмаганга теләсә нинди комплекс санны да радиус векторлар ярдәмендә күрсәтеп була. Комплекс саннар белән радиус векторлар арасында да үзара бер кыйммәтле тиңдәшлек бар дигән сүз.
- Әгәр z комплекс саны z = (a, 0) булса, ул Ox күчәрендәге ноктага туры килә. Реаль саннар күплеге дә нәкъ шундый нокталар белән билгеләнә, шуңа күрә (a; 0) комплекс саны реаль **a** санга туры килә:
- ***(a; 0)= a***

- Teләсә нинди реаль сан- уйланма өлеше 0 булган комплекс сан. Әгәр z=(0; b) бирелә, мондый комплекс сан Oy күчрендәге ноктага туры килә. Андый комплекс сан уйланма сан дип атала.
- $z_1=(0; -1)$ $z_2=(0; -3)$

Тискәре саннан тамыр алу. Дискриминантты тискәре сан булган квадрат тигезләмәләр чишү.

Квадраты -1 гә тигез булган комплекс саннар i һәм $-i$ саннары торганга без $\sqrt{-1}=\pm i$ дип яза алабыз

Шулай итеп $\sqrt{a}\bullet i$ һәм $-\sqrt{a}\bullet i$ саннарының квадратлары тискәре сан (-а) була, монда $\sqrt{a}$ арифметик тамыр, уңай тамыр.

$$\sqrt{-a}=\pm\sqrt{a}\bullet i$$

$$\sqrt{4}=2 \quad \sqrt{9}=3;$$

Без тискәре саннан тамыр алырга өйрәндек $\sqrt{-4}=\pm 2i; \quad \sqrt{-9}=\pm 3i; \sqrt{-25}=\pm 5i;$

Хәзер дискриминанты тискәре сан булган тигезләмәләрне чишә алабыз.

1). $z^2+3z+3=0$

D=b^2-4ac; D=9-4 *3=-3<0

D=0 булса квадрат тигезләмәнең бер тамыры яки бер үк төрле ике тамыры бар.

$D\neq 0$ булса квадрат тигезләмәнең дә ике тамыры була

$$z\frac{-3+\sqrt{9-12}}{2}=\frac{-3+\sqrt{-3}}{2}$$

$$\sqrt{-3}=\pm i\sqrt{3}$$ исәпкә алып

$$z_1=-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i \qquad z_2=-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$$

Виет теоремасын комплекс саннар күплегендә кулланып карыйк

$z_1 + z_2 = -3$

$$\left(-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)+\left(-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=-3$$

$$z_1\cdot z_2=3$$

$$\left(-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\bullet\left(-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=\frac{9}{4}+\frac{3}{2}\bullet\frac{\sqrt{3}}{2}i-\frac{3}{2}\bullet\frac{\sqrt{3}}{2}i-\frac{3}{4}(i)^2=\frac{9}{4}+\frac{3}{4}=\frac{12}{4}=3$$

$$2)x^2+2x+5=0$$

$$x_{1,2}=\quad -1\pm\sqrt{1-5}=-1\pm\sqrt{-4}=-1\pm 2i$$

x1= -1-2i

x2= -1+2i