

# Касательная к окружности. Свойства касательных к окружности

7 класс

# Повторим

- **Окружность** – это **множество** точек, равноудаленных от **данной** точки. Эта точка называется **центром** окружности.
- Расстояние от точек окружности до ее центра называется **радиусом** окружности.
- Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется **хордой**.
- Хорда, проходящая через центр, называется **диаметром**.

# Повторим

- **Окружность** – это множество точек плоскости, равноудаленных от данной точки. Эта точка называется **центром** окружности.
- Расстояние от точек окружности до ее центра называется **радиусом** окружности.
- Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется **хордой**.
- Хорда, проходящая через центр, называется **диаметром**.

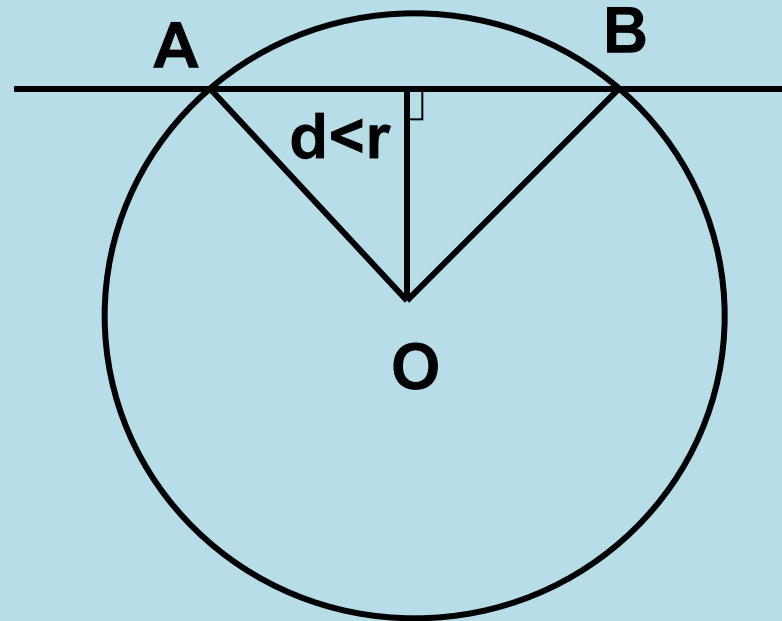
# Случаи взаимного расположения прямой и окружности

- $\underline{d}d_d \leq d < \underline{d} < \underline{r}$
- $\underline{d}d_d \equiv d = \underline{d} = \underline{r}$
- $\underline{d}d_d \geq d > \underline{d} > \underline{r}$

$$d < r$$

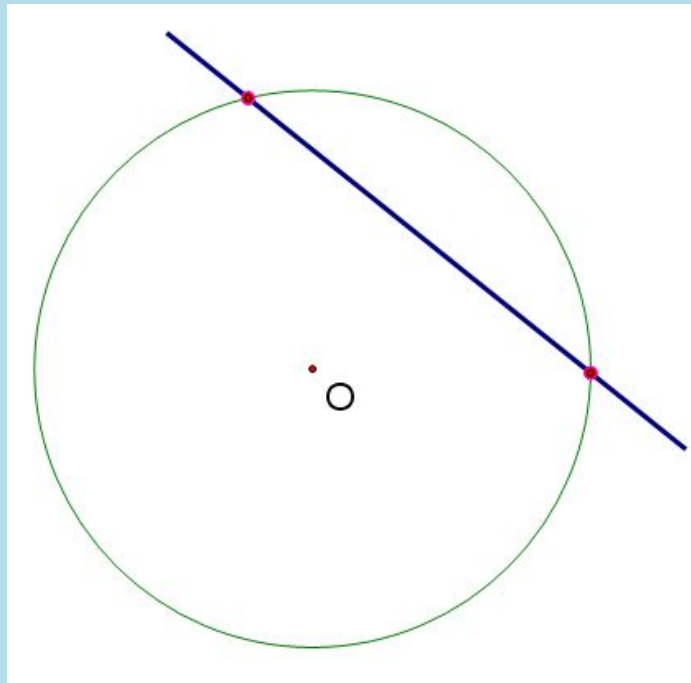
Если расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса окружности, то прямая и окружность имеют две общие точки.

Прямая АВ называется секущей по отношению к окружности.



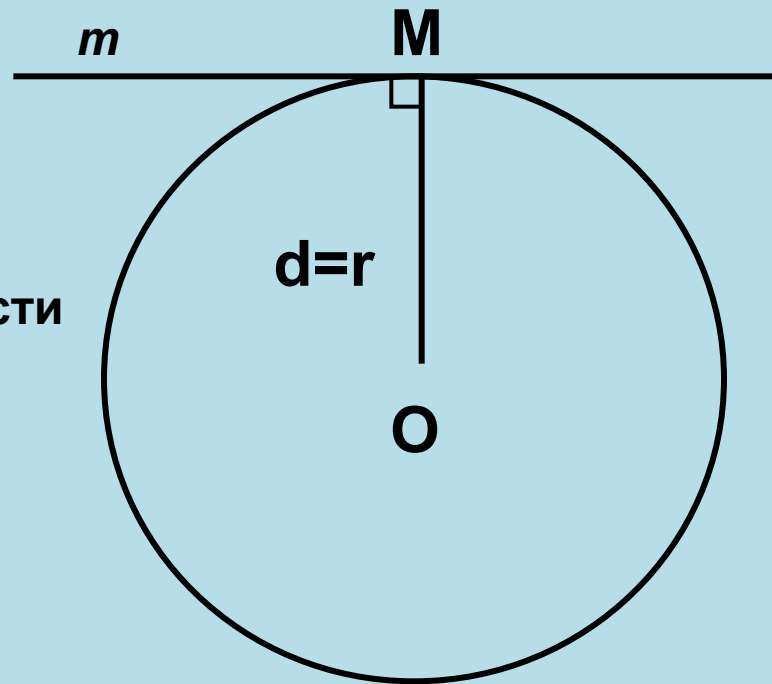
# Секущая

Определение: Секущая – прямая, пересекающая окружность в двух точках.



$$d=r$$

Если расстояние от центра окружности до прямой равно радиусу окружности, то прямая и окружность имеют только одну общую точку.

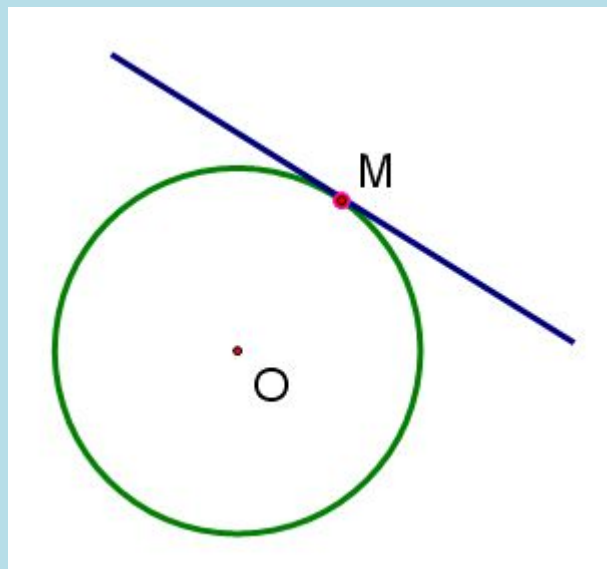


$m$  – касательная по отношению к окружности

# Касательная

Определение:

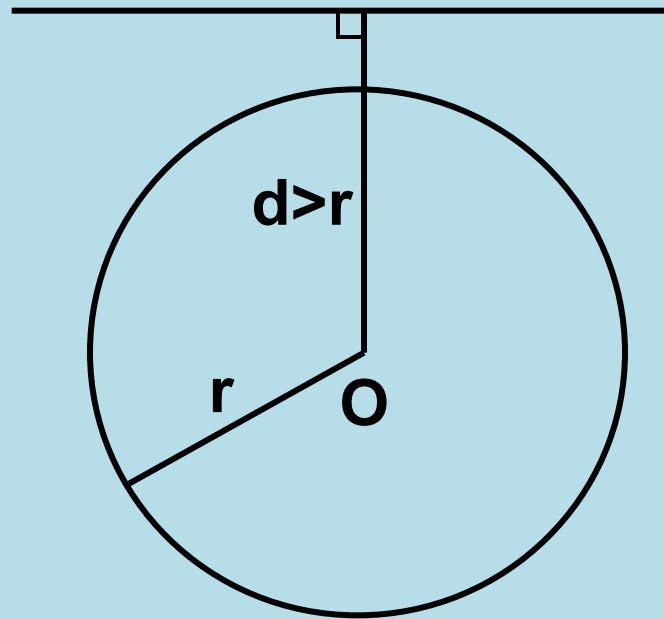
Прямая, имеющая с только одну общую точку, называется касательной к окружности, а их общая точка называется точкой касания прямой и окружности.





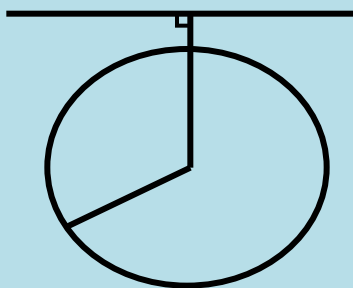
$$d > r$$

Если расстояние от центра окружности до прямой больше радиуса окружности, то прямая и окружность не имеют общих точек.

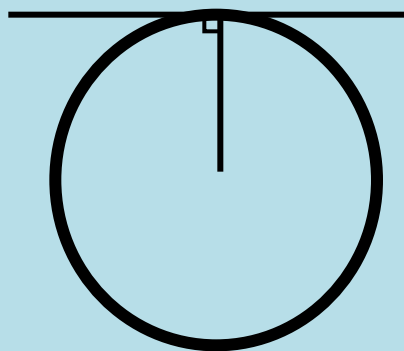


# ТЕСТ

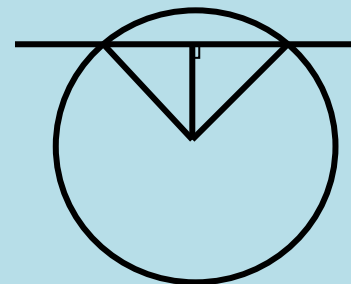
Соотнесите:



$$d < r$$



$$d > r$$

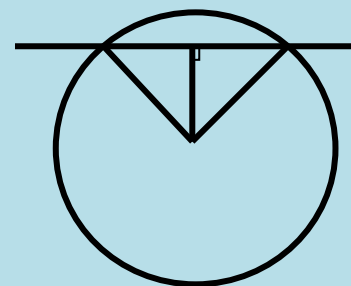
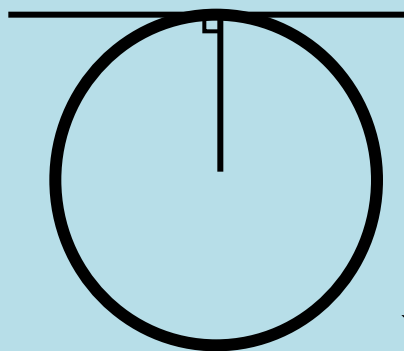
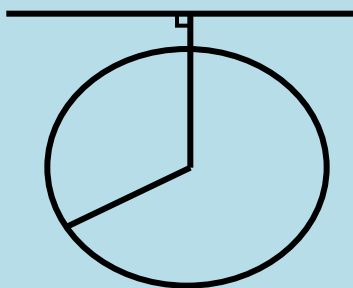


$$d = r$$



# ТЕСТ

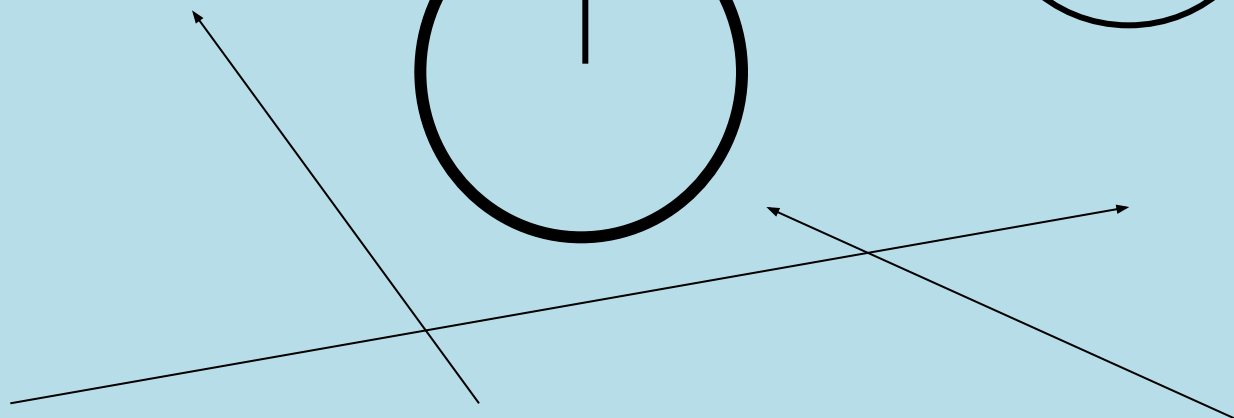
Соотнесите:



$d < r$

$d > r$

$d = r$



**Пример 1.** Пусть  $d$  – расстояние от центра окружности радиуса  $r$  до прямой  $m$ . Определи, каково будет взаимное расположение прямой  $m$  и окружности, если

$$r = 15 \text{ см}, d = 10 \text{ см};$$

$$r = 5 \text{ см}, d = 12 \text{ см};$$

$$r = 8 \text{ см}, d = 8 \text{ см}.$$

- **Решение.**
- Так, как  $d < r$ , отсюда следует, что окружность и прямая  $m$  имеют две общие точки.
- Так как  $d > r$ , отсюда следует, что окружность и прямая  $m$  не имеют общих точек.
- Так как  $d = r$ , отсюда следует, что окружность и прямая  $m$  имеют одну общую точку.



Радиус окружности равен 6 см. Каким может быть расстояние от центра окружности до прямой  $a$ , чтобы прямая  $a$  и данная окружность имели одну общую точку?

5 см

3 см

18 см

10 см

6 см

- Для того чтобы прямая и окружность имели одну общую точку, нужно, чтобы расстояние от центра окружности до прямой равнялось радиусу. Используя это утверждение, выбери верный ответ – 6 см.

Радиус окружности равен 11 см. Каким может быть расстояние от центра окружности до прямой  $a$ , чтобы прямая  $a$  и данная окружность имели две общие точки?

Верных ответов: 3

23 см

4 см

5 см

10 см

11 см

- Для того чтобы прямая и окружность имели две общие точки, нужно, чтобы расстояние от центра окружности до прямой было меньше радиуса. Используя это утверждение, выбери верные ответы: 4 см, 5 см, 10 см.

- Пусть  $d$  – расстояние от центра окружности радиуса  $r$  до прямой  $p$ .  
Определи, каково будет взаимное расположение прямой  $p$  и окружности если

- имеют две общие точки

- не имеют общих точек

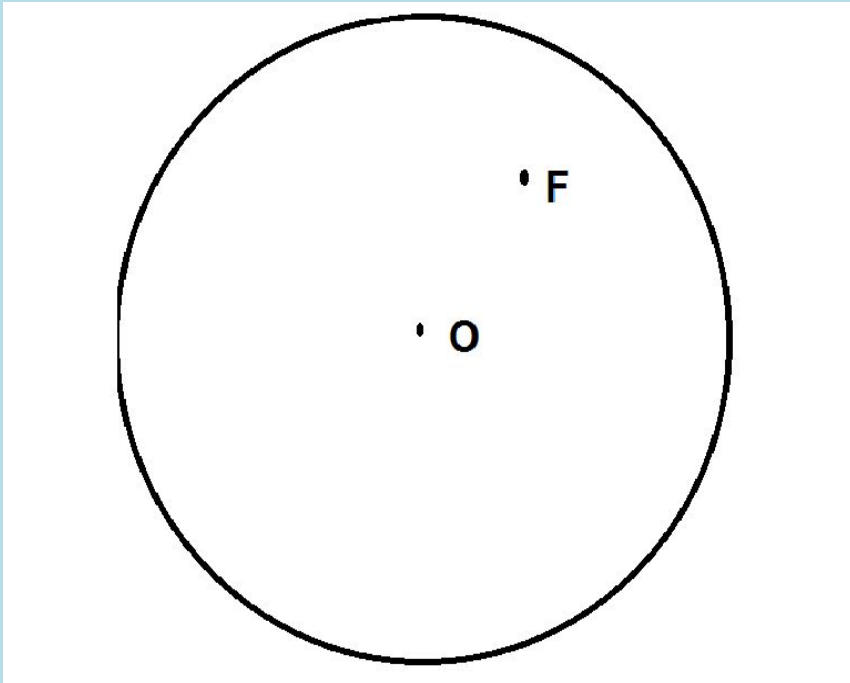
- $r = 5$  см,  $d = 5$  см

- имеют только одну общую

- Пусть  $d$  – расстояние от центра окружности радиуса  $r$  до прямой  $p$ .  
Определи, каково будет взаимное расположение прямой  $p$  и окружности если
- $r = 11$  см,  $d = 9$  см;
- имеют две общие точки
- $r = 6$  см,  $d = 10$  см;
- не имеют общих точек
- $r = 5$  см,  $d = 5$  см.
- имеют только одну общую

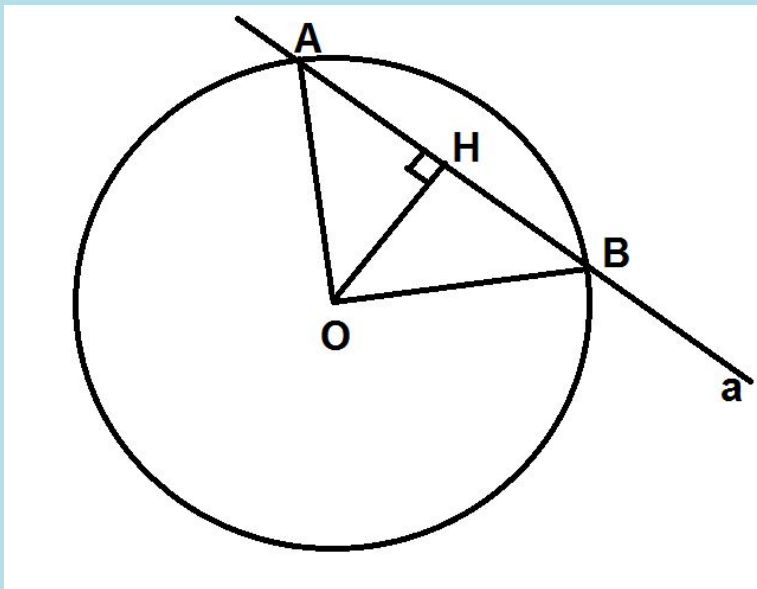


Дана окружность с центром в точке  $O$ . В скольких точках пересекает ее прямая  $OF$ , если  $F$  является внутренней точкой окружности?



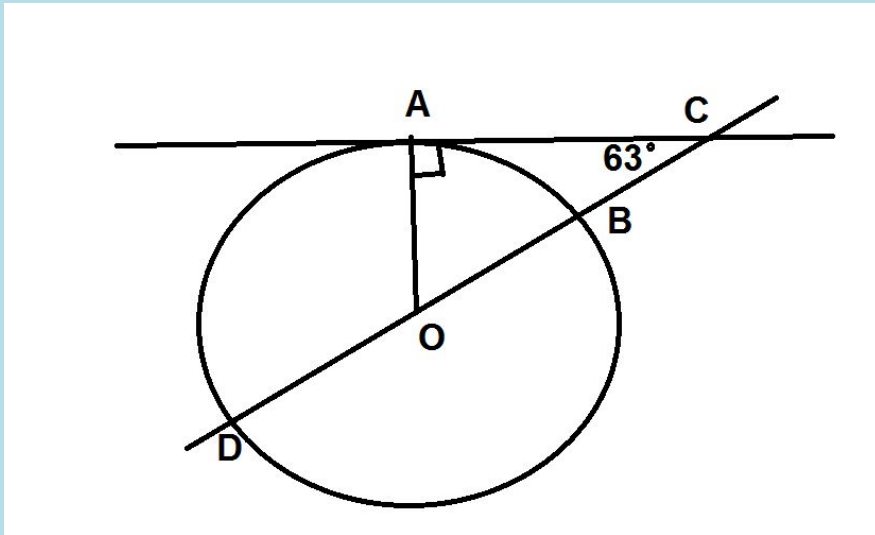
- Посмотрите чертеж по условию задачи.
- Любая прямая, проходящая через центр окружности, пересечет ее в двух точках.
- $(OF) \cap w(O; R) = K, L$

Дана окружность с центром в точке  $O$ .  
Прямая  $a$  пересекает окружность в точках  $A$  и  $B$ .  
Центральный угол  $AOB$  равен  $90^\circ$ . Расстояние от  
центра окружности до прямой  $a$  равно 4 см.  
Найди хорду  $AB$ .



- Посмотрите чертёж, соответствующий условию задачи.
- Рассмотрим треугольник  $\triangle AOB$ :
- $OA = OB = R \Rightarrow \triangle AOB$  – равнобедренный.
- По свойству равнобедренного треугольника высота, проведенная к основанию, является медианой и биссектрисой. Следовательно:
- $AH = HB$  и  $\angle AOH = \angle BOH$
- Рассмотрим треугольник  $\triangle AOH$ :
- $\angle AHO = 90^\circ$ ,  $\angle HAO = \angle AOH = 45^\circ$   
 $\Rightarrow OH = AH$
- Так как  $AH = HB = 4$  см  $\Rightarrow AB = 8$  см.

Прямая  $AC$  имеет с окружностью одну общую точку  $A$ , а прямая  $CD$  проходит через центр окружности и пересекает ее в точках  $B$  и  $D$ , считая от точки  $C$  соответственно. Найди градусную меру угла  $AOD$ , если  $\angle ACD = 63^\circ$ .

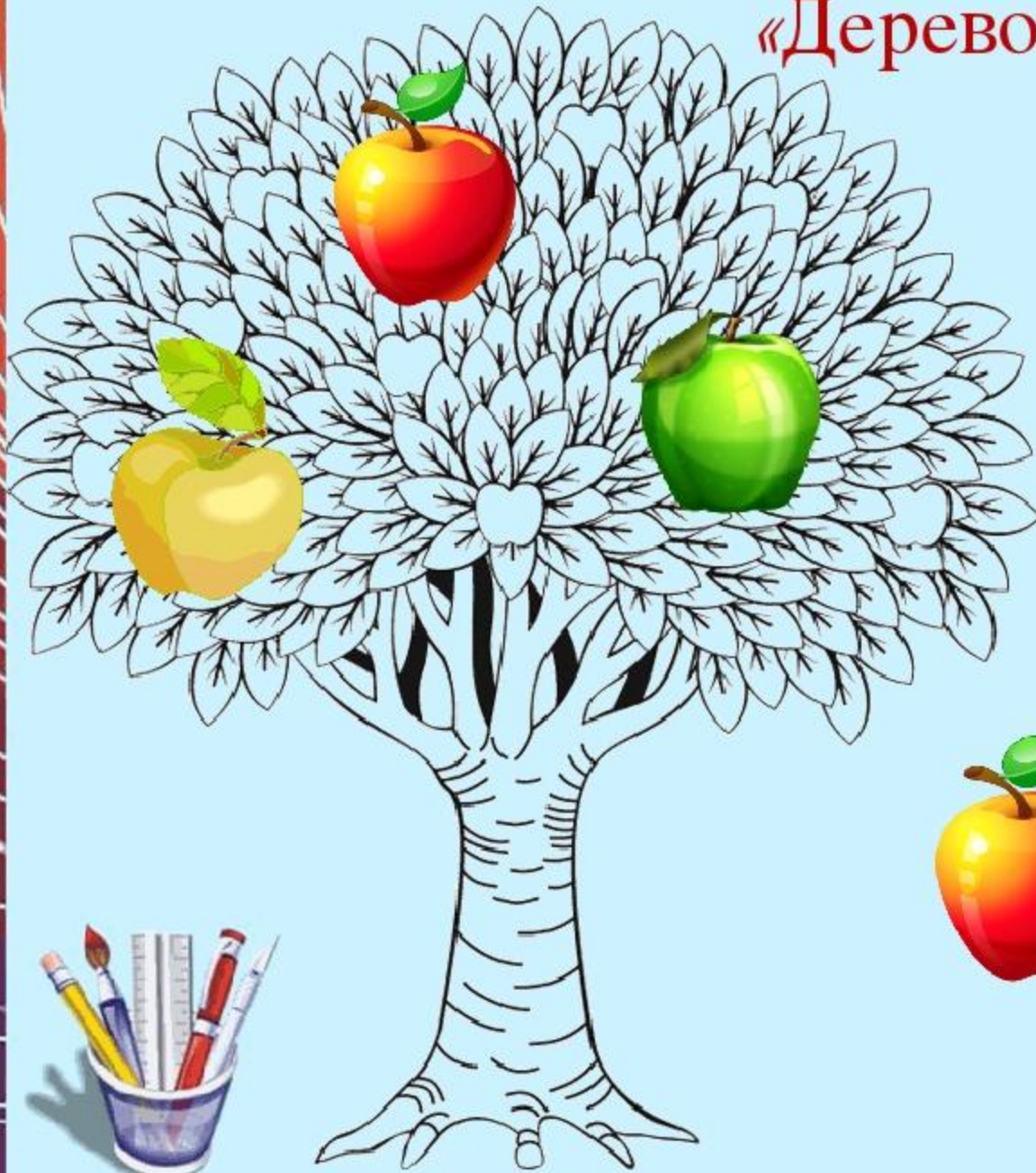


- Посмотрите чертеж, соответствующий условию задачи.
- Рассмотрите  $\triangle AOC$  и найди градусную меру угла  $\angle AOC$ .
- $OA \perp (AC)$
- $\angle OAC = 90^\circ$
- $\angle ACO = 63^\circ$
- $\angle COA = 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ$
- Найди градусную меру угла  $AOD$ :
- $\angle AOD = \angle DOB - \angle AOC = 180^\circ - 27^\circ = 153^\circ$ .

# Учебные задания

- 1. Радиус окружности равен 10 см. Каким может быть расстояние от центра окружности до прямой  $a$ , чтобы прямая  $a$  и данная окружность не имели общих точек?
- 2. Через точку  $C$  окружности проведена хорда  $CM$  и прямая  $p$ , имеющая с данной окружностью только одну общую точку. Угол между данной прямой  $p$  и хордой  $CM$  равен  $30^\circ$ . Расстояние от центра окружности до прямой равно 7 см. Найди хорду  $CM$ .

# «Дерево успеха»



ВСЁ  
ПОЛУЧИЛОСЬ



БЫЛО ТРУДНО



НИЧЕГО НЕ  
ПОНЯЛ

