

# АЛГЕБРА ЛОГИКИ

Алгебра логики возникла в  
середине XIX века в трудах  
английского  
математика **Джорджа Буля**. Ее  
создание представляло собой  
попытку решать традиционные  
логические задачи  
алгебраическими методами.



Первым попытался перевести законы мышления (формальную логику) из словесного царства, полного неопределенностей, в царство математики, был немецкий ученый  
**Готфрид Вильгельм Лейбниц** (в 1666 г.).

Спустя более ста лет, в 1816 году,  
уже после смерти Лейбница,  
Джордж Буль подхватил его идею о  
создании логического  
универсального языка,  
подчиняющегося строгим  
математическим законам.



Джордж Буль (2 ноября 1815 – 8 декабря 1864) по праву считается отцом математической логики.

Для обработки логических выражений в математической логике была создана алгебра высказываний, или алгебра логики.

Джордж Буль родился в Линкольне (Англии). В 1849 году (в 34 года) он стал профессором Куинз-колледжа в Ирландии. Здесь же он женился на дочери профессора греческого языка Мери Эверест, которая помогала Булю в работе и оставила после его смерти интересные воспоминания о своем муже; она стала матерью четырех дочерей Буля, одна из которых, Этель Лилиан Буль, в в замужестве Войнич, - автор популярного романа «Овод».

В XX столетии, ученые объединили созданный Джорджем Булем математический аппарат с двоичной системой счисления (цифры которой 0 и 1 также подходят для описание двух состояний: утверждение истинно - утверждение ложно, лампочка горит - лампочка не горит), заложив тем самым основы для разработки **цифрового электронного компьютера.**

1. Логическое умножение (конъюнкция) -  $A \wedge B$
2. Логическое отрицание (инверсия) -  $\bar{A}$
3. Логическое сложение (дизъюнкция) -  $A \vee B$
4. Логическое следование (импликация) -  $A \Rightarrow B$
5. Равнозначность (эквивалентность) -  $A \Leftrightarrow B$

# Логические основы устройства компьютера



# Базовые логические элементы

Базовые логические элементы реализуют три основные логические операции:

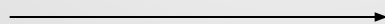
- Логический элемент «И»
- Логический элемент «ИЛИ»
- Логический элемент «НЕ»

Логические элементы оперируют с сигналами, представляющими собой электрические импульсы. Есть импульс – логический смысл сигнала 1, нет импульса – 0. На входы логического элемента поступают сигналы – значения элементов, на выходе появляется сигнал – значение логической функции.

# Логический элемент «И»

На входы А и В логического элемента подаются два сигнала (00, 01, 10 или 11). На выходе получается сигнал 0 или 1 в соответствии с таблицей истинности операции логического умножения.

**A (0, 0, 1, 1)**



**F (0, 0, 0, 1)**

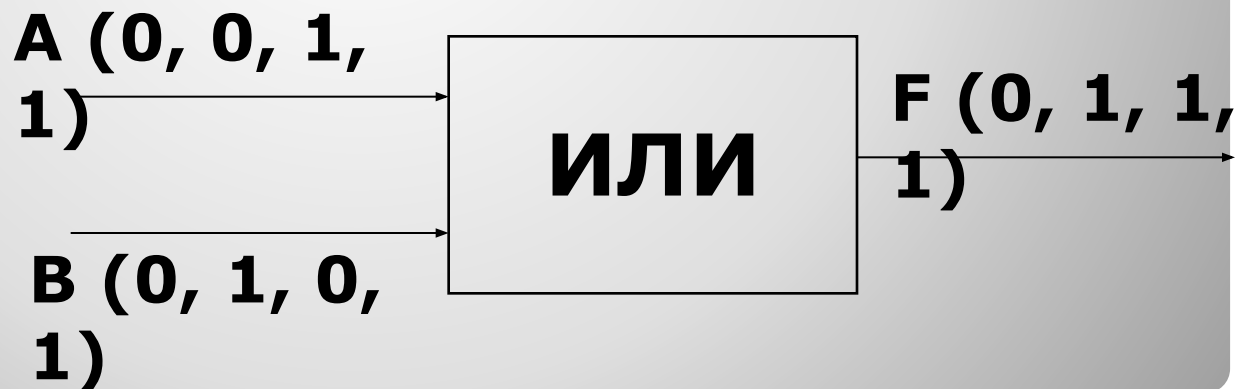


конъюнктор

**B (0, 1, 0, 1)**

# Логический элемент «ИЛИ»

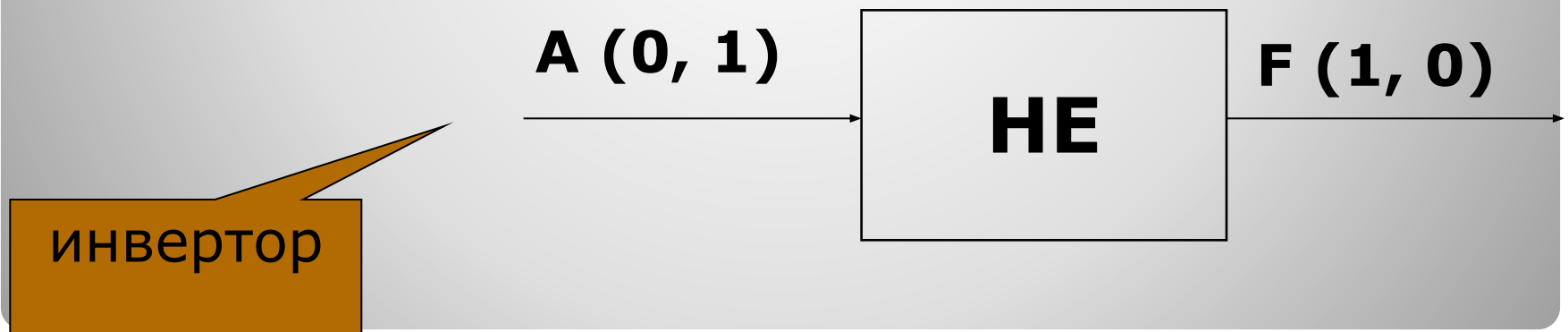
На входы А и В логического элемента подаются два сигнала (00, 01, 10 или 11). На выходе получается сигнал 0 или 1 в соответствии с таблицей истинности операции логического сложения.



дизъюнктор

# Логический элемент «НЕ»

На вход  $A$  логического элемента подаётся сигнал (0 или 1). На выходе получается сигнал 0 или 1 в соответствии с таблицей истинности инверсии.



**Сумматор - это электронная логическая схема, выполняющая суммирование двоичных чисел.**

Сумматор служит, прежде всего, центральным узлом арифметико-логического устройства компьютера (АЛУ)

## Примеры устройств компьютера, построенных на основе базовых логических элементов

Основной частью процессора являются:

- **Полусумматоры**
- **Одноразрядные сумматоры**
- **Многоразрядные сумматоры**

Они позволяют выполнять все математические операции.

Важнейшей структурной единицей оперативной памяти, а также внутренних регистров процессора является **триггер**.

Это устройство позволяет запоминать, хранить и считывать информацию (каждый триггер хранит 1 бит информации).

**Триггер** — это электронная схема, широко применяемая в регистрах компьютера для надежного запоминания одного разряда двоичного кода.

**Триггер** имеет два устойчивых состояния, одно из которых соответствует двоичной единице, а другое — двоичному нулю



Самым простым его примером, не связанным с электроникой, является **выключатель**. У него тоже два устойчивых состояния – включено (вкл.) и отключено (откл.). Для триггера эти состояния будут звучать соответственно так – в единичном состоянии (вкл.) или сброшен (откл.)

**Из данных предложений выберите те, которые являются высказываниями, и обоснуйте свой выбор:**

- 1. Наполеон был французским императором.
- 2. Чему равно расстояние от Земли до Марса?
- 3. Внимание! Посмотрите направо.
- 4. Электрон – элементарная частица.
- 5. Не нарушайте правил дорожного движения!
- 6. Полярная звезда находится в созвездии малой медведицы.
- 7. Не все то золото, что блестит.

## Какие из приведенных примеров являются частными высказываниями, а какие общими?

- 1. Не все книги содержат полезную информацию.
- 2. Кошка является домашним животным.
- 3. Некоторые ученики двоечники.
- 4. Все ананасы приятны на вкус.
- 5. Многие растения обладают целебными свойствами.
- 6. Любой неразумный человек ходит на руках.
- 7. А – первая буква в алфавите.

**В приведенных предложениях вместо многоточий поставьте по смыслу подходящие по смыслу слова «необходимо», «достаточно», «необходимо и достаточно». Помните, что получившиеся высказывания должны быть истинными.**

- 1. Для того, чтобы число делилось на 4, ... чтобы оно было четным.
- 2. Для того, чтобы число делилось на 3, ... чтобы оно делилось на 9.
- 3. Для того, чтобы число делилось на 10, ... чтобы оно оканчивалось нулем.
- 4. Чтобы произведение двух чисел равнялось нулю, ... чтобы каждое из них равнялось нулю.
- 5. Для того, чтобы сумма двух чисел была четным числом, ... чтобы каждое из этих чисел было четным числом.
- 6. Чтобы четырехугольник был квадратом, ... чтобы все его стороны были равны.

**Задание.** Постройте отрицание для высказываний:

- Все ребята умеют плавать.
- Невозможно создать вечный двигатель.
- Каждый человек – художник.
- Человек все может.
- Сегодня в театре идет опера «Евгений Онегин».

## **Задания для учащихся:**

1. В следующих высказываниях выделите простые, обозначив каждое из них буквой; запишите с помощью букв и знаков логических операций каждое составное высказывание.
  - а) Число 376 четное и трехзначное.
  - б) Зимой дети катаются на коньках или на лыжах.
  - в) Новый год мы встретим на даче либо на Красной площади.
  - г) Неверно, что Солнце движется вокруг Земли.
  - д) Если 14 октября будет солнечным, то зима будет теплой.
  - е) Земля имеет форму шара, который из космоса кажется голубым.
  - ж) На уроке математики старшеклассники отвечали на вопросы учителя, а также писали самостоятельную работу.

3. Пусть  $p = \{\text{Ане нравятся уроки математики}\}$ , а  $q = \{\text{Ане нравятся уроки химии}\}$ . Выразите следующие формулы на естественном языке.

- |  |  |   |   |
|--|--|---|---|
| а) $\overline{p} \ \& \ q;$            | г) $p \ \vee \ \overline{q};$                                  | ж) $\overline{\overline{p \ \& \ q}};$            | к) $p \rightarrow \underline{q};$           |
| б) $\overline{\overline{p}} \ \& \ q;$ | д) $p \ \vee \ \overline{\overline{q}};$                       | з) $\overline{\overline{p \ \vee \ q}};$          | л) $p \rightarrow \overline{q};$            |
| в) $p \ \& \ \overline{\overline{q}};$ | е) $\overline{\overline{p}} \ \vee \ \overline{\overline{q}};$ | и) $\overline{\overline{p \ \& \ \overline{q}}};$ | м) $\overline{\overline{p \rightarrow q}}.$ |