

АЛГЕБРА ЛОГИКИ

Алгебра логики возникла в
середине XIX века в трудах
английского
математика **Джорджа Буля**. Ее
создание представляло собой
попытку решать традиционные
логические задачи
алгебраическими методами.



Первым попытался перевести законы мышления (формальную логику) из словесного царства, полного неопределенностей, в царство математики, был немецкий ученый
Готфрид Вильгельм Лейбниц (в 1666 г.).

Спустя более ста лет, в 1816 году,
уже после смерти Лейбница,
Джордж Буль подхватил его идею о
создании логического
универсального языка,
подчиняющегося строгим
математическим законам.



Джордж Буль (2 ноября 1815 – 8 декабря 1864) по праву считается отцом математической логики.

Для обработки логических выражений в математической логике была создана алгебра высказываний, или алгебра логики.

Джордж Буль родился в Линкольне (Англии). В 1849 году (в 34 года) он стал профессором Куинз-колледжа в Ирландии. Здесь же он женился на дочери профессора греческого языка Мери Эверест, которая помогала Булю в работе и оставила после его смерти интересные воспоминания о своем муже; она стала матерью четырех дочерей Буля, одна из которых, Этель Лилиан Буль, в в замужестве Войнич, - автор популярного романа «Овод».

В XX столетии, ученые объединили созданный Джорджем Булем математический аппарат с двоичной системой счисления (цифры которой 0 и 1 также подходят для описание двух состояний: утверждение истинно - утверждение ложно, лампочка горит - лампочка не горит), заложив тем самым основы для разработки **цифрового электронного компьютера.**

1. Логическое умножение (конъюнкция) - $A \wedge B$
2. Логическое отрицание (инверсия) - \bar{A}
3. Логическое сложение (дизъюнкция) - $A \vee B$
4. Логическое следование (импликация) - $A \Rightarrow B$
5. Равнозначность (эквивалентность) - $A \Leftrightarrow B$

Логические основы устройства компьютера

Базовые логические элементы

Базовые логические элементы реализуют три основные логические операции:

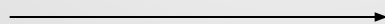
- Логический элемент «И»
- Логический элемент «ИЛИ»
- Логический элемент «НЕ»

Логические элементы оперируют с сигналами, представляющими собой электрические импульсы. Есть импульс – логический смысл сигнала 1, нет импульса – 0. На входы логического элемента поступают сигналы – значения элементов, на выходе появляется сигнал – значение логической функции.

Логический элемент «И»

На входы А и В логического элемента подаются два сигнала (00, 01, 10 или 11). На выходе получается сигнал 0 или 1 в соответствии с таблицей истинности операции логического умножения.

A (0, 0, 1, 1)



F (0, 0, 0, 1)

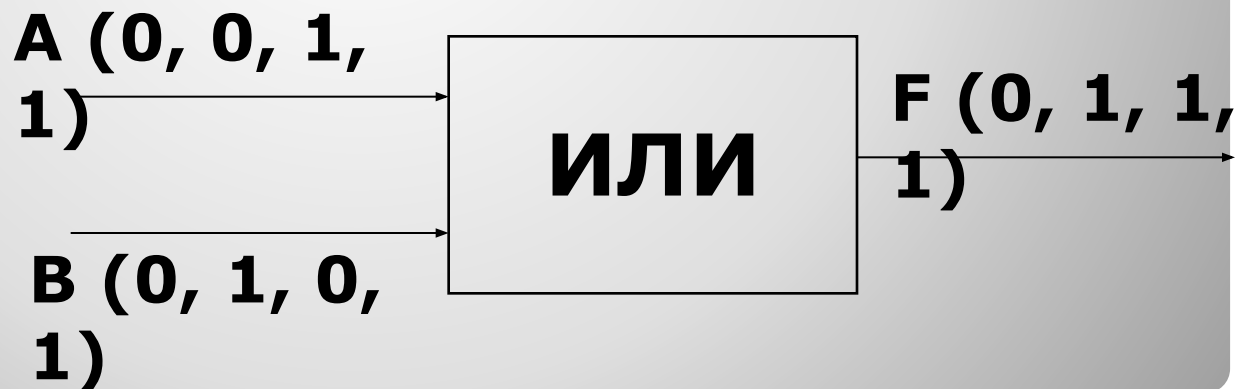


конъюнктор

B (0, 1, 0, 1)

Логический элемент «ИЛИ»

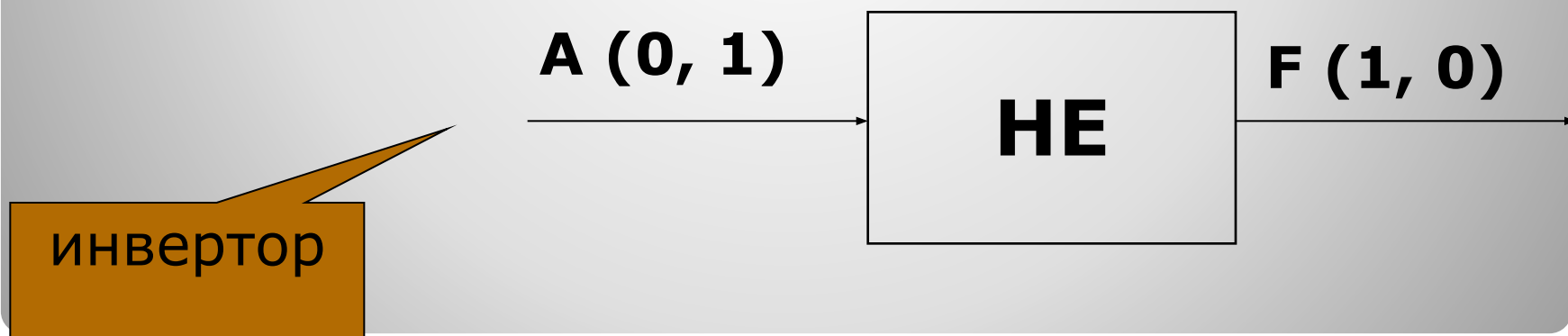
На входы А и В логического элемента подаются два сигнала (00, 01, 10 или 11). На выходе получается сигнал 0 или 1 в соответствии с таблицей истинности операции логического сложения.



дизъюнктор

Логический элемент «НЕ»

На вход A логического элемента подаётся сигнал (0 или 1). На выходе получается сигнал 0 или 1 в соответствии с таблицей истинности инверсии.



Сумматор - это электронная логическая схема, выполняющая суммирование двоичных чисел.

Сумматор служит, прежде всего, центральным узлом арифметико-логического устройства компьютера (АЛУ)

Примеры устройств компьютера, построенных на основе базовых логических элементов

Основной частью процессора являются:

- **Полусумматоры**
- **Одноразрядные сумматоры**
- **Многоразрядные сумматоры**

Они позволяют выполнять все математические операции.

Важнейшей структурной единицей оперативной памяти, а также внутренних регистров процессора является **триггер**.

Это устройство позволяет запоминать, хранить и считывать информацию (каждый триггер хранит 1 бит информации).

Триггер — это электронная схема, широко применяемая в регистрах компьютера для надежного запоминания одного разряда двоичного кода.

Триггер имеет два устойчивых состояния, одно из которых соответствует двоичной единице, а другое — двоичному нулю

Самым простым его примером, не связанным с электроникой, является **выключатель**. У него тоже два устойчивых состояния – включено (вкл.) и отключено (откл.). Для триггера эти состояния будут звучать соответственно так – в единичном состоянии (вкл.) или сброшен (откл.)

Из данных предложений выберите те, которые являются высказываниями, и обоснуйте свой выбор:

- 1. Наполеон был французским императором.
- 2. Чему равно расстояние от Земли до Марса?
- 3. Внимание! Посмотрите направо.
- 4. Электрон – элементарная частица.
- 5. Не нарушайте правил дорожного движения!
- 6. Полярная звезда находится в созвездии малой медведицы.
- 7. Не все то золото, что блестит.

Какие из приведенных примеров являются частными высказываниями, а какие общими?

- 1. *Не все книги содержат полезную информацию.*
- 2. *Кошка является домашним животным.*
- 3. *Некоторые ученики двоечники.*
- 4. *Все ананасы приятны на вкус.*
- 5. *Многие растения обладают целебными свойствами.*
- 6. *Любой неразумный человек ходит на руках.*
- 7. *А – первая буква в алфавите.*

В приведенных предложениях вместо многоточий поставьте по смыслу подходящие по смыслу слова «необходимо», «достаточно», «необходимо и достаточно». Помните, что получившиеся высказывания должны быть истинными.

- 1. Для того, чтобы число делилось на 4, ... чтобы оно было четным.
- 2. Для того, чтобы число делилось на 3, ... чтобы оно делилось на 9.
- 3. Для того, чтобы число делилось на 10, ... чтобы оно оканчивалось нулем.
- 4. Чтобы произведение двух чисел равнялось нулю, ... чтобы каждое из них равнялось нулю.
- 5. Для того, чтобы сумма двух чисел была четным числом, ... чтобы каждое из этих чисел было четным числом.
- 6. Чтобы четырехугольник был квадратом, ... чтобы все его стороны были равны.

Задание. Постройте отрицание для высказываний:

- Все ребята умеют плавать.
- Невозможно создать вечный двигатель.
- Каждый человек – художник.
- Человек все может.
- Сегодня в театре идет опера «Евгений Онегин».

Задания для учащихся:

1. В следующих высказываниях выделите простые, обозначив каждое из них буквой; запишите с помощью букв и знаков логических операций каждое составное высказывание.
 - а) Число 376 четное и трехзначное.
 - б) Зимой дети катаются на коньках или на лыжах.
 - в) Новый год мы встретим на даче либо на Красной площади.
 - г) Неверно, что Солнце движется вокруг Земли.
 - д) Если 14 октября будет солнечным, то зима будет теплой.
 - е) Земля имеет форму шара, который из космоса кажется голубым.
 - ж) На уроке математики старшеклассники отвечали на вопросы учителя, а также писали самостоятельную работу.

3. Пусть $p = \{\text{Ане нравятся уроки математики}\}$, а $q = \{\text{Ане нравятся уроки химии}\}$. Выразите следующие формулы на естественном языке.

- | | | | |
|-------------------------------------|---|--|--|
| а) $\overline{p} \& q$; | г) $p \vee \overline{q}$; | ж) $\overline{\overline{p \& q}}$; | к) $p \rightarrow \underline{q}$; |
| б) $\overline{\overline{p}} \& q$; | д) $p \vee \overline{\overline{q}}$; | з) $\overline{\overline{p \vee q}}$; | л) $p \rightarrow \overline{q}$; |
| в) $p \& \overline{\overline{q}}$; | е) $\overline{\overline{p}} \vee \overline{\overline{q}}$; | и) $\overline{\overline{p \& \overline{q}}}$; | м) $\overline{\overline{p \rightarrow q}}$. |