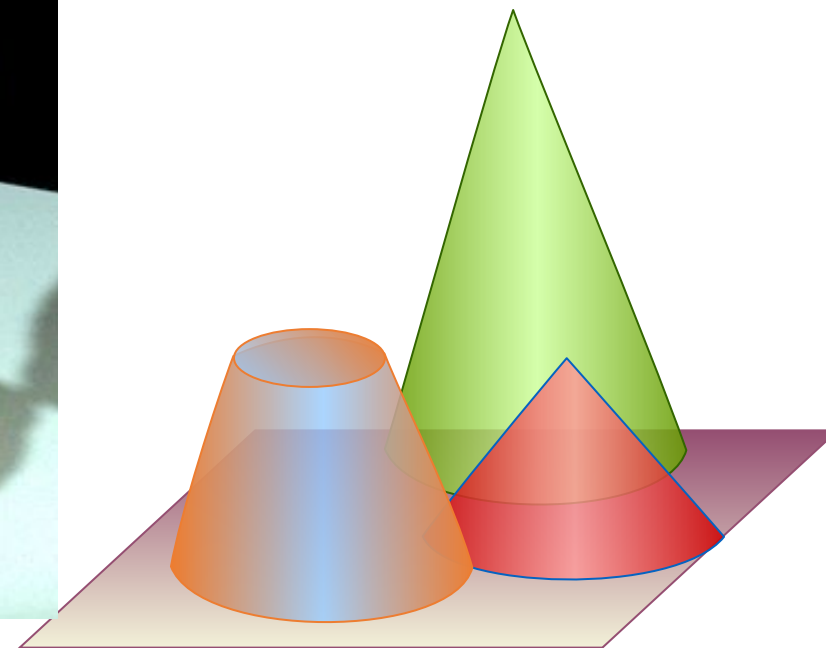
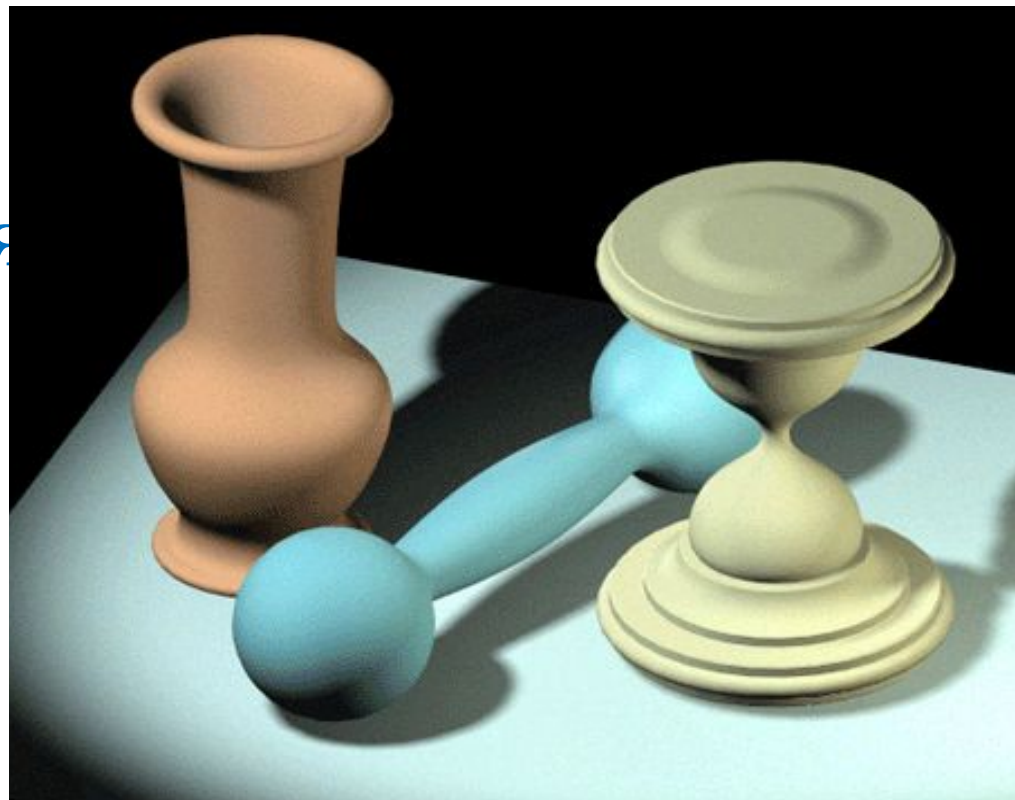
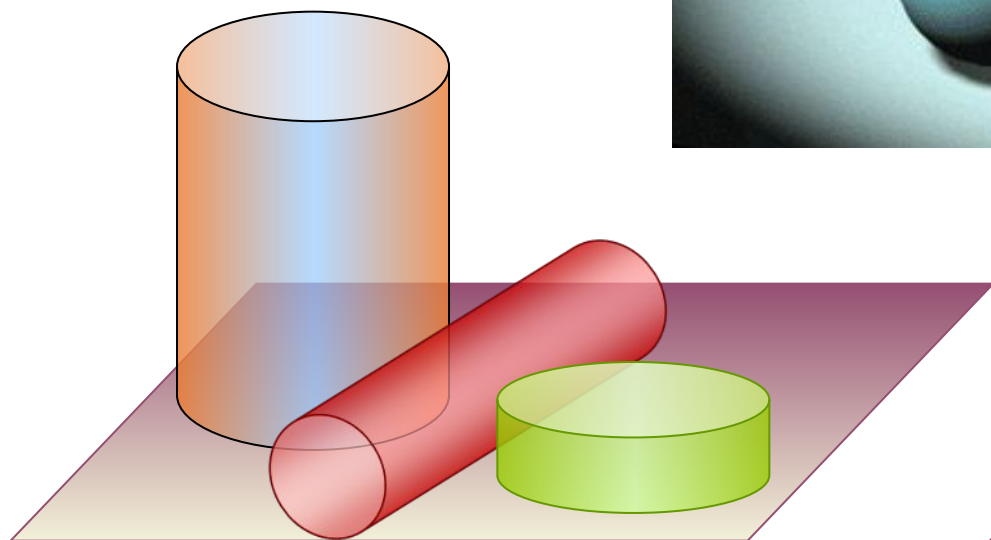


Тела вращения

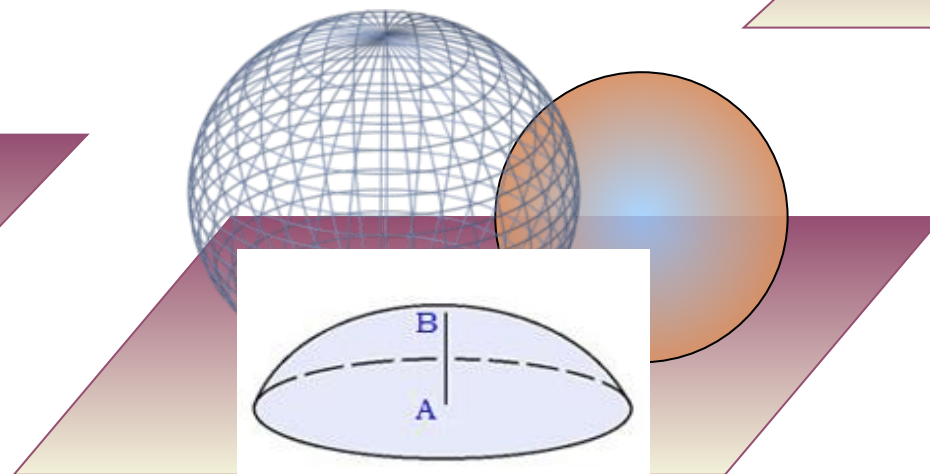
Тела вращения



Конус

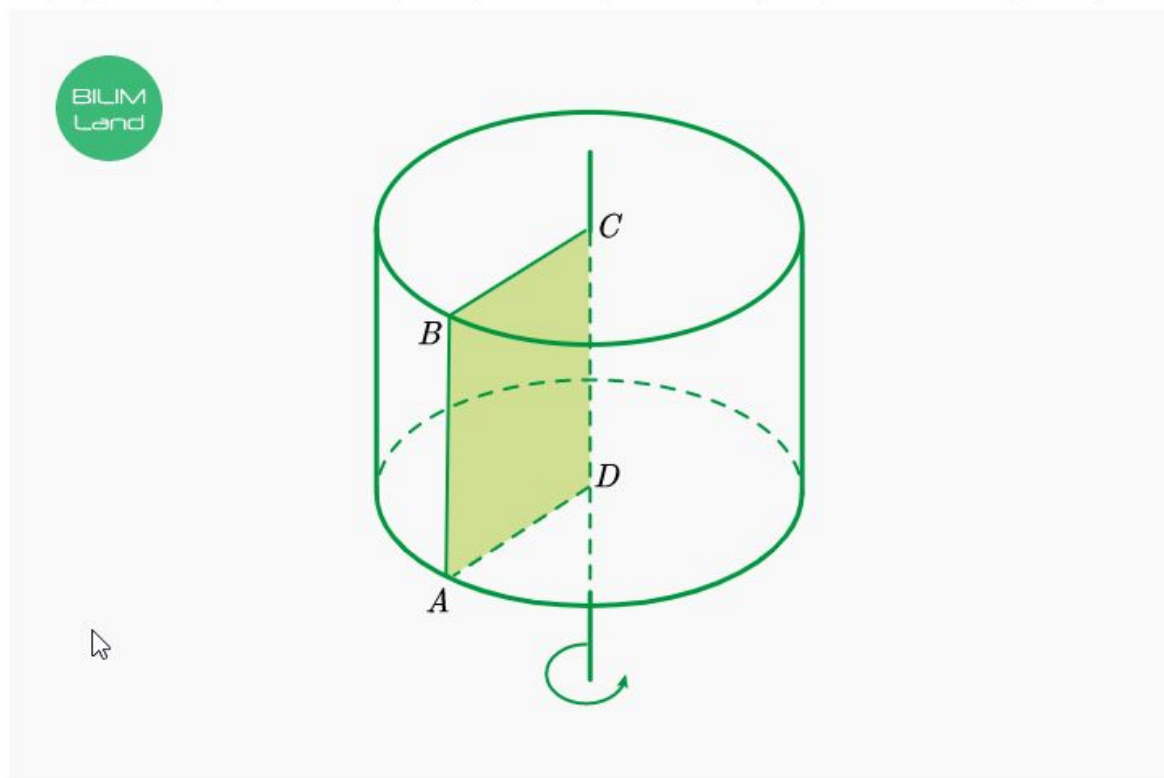


Цилиндр



Шар и сфера

Тело, полученное вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон, называется **цилиндром**. Например, на рисунке изображен цилиндр, полученный вращением прямоугольника вокруг стороны CD .



Круги называются **основаниями** цилиндра, а отрезки, заключенные между основаниями – **образующими** цилиндра.

Основания цилиндра равны.

Основания цилиндра лежат в параллельных плоскостях.

Образующие цилиндра параллельны и равны.

Если образующие цилиндра перпендикулярны основаниям цилиндра, то такие цилиндры называют **прямыми** цилиндрами.

Радиусом цилиндра называют радиус основания.

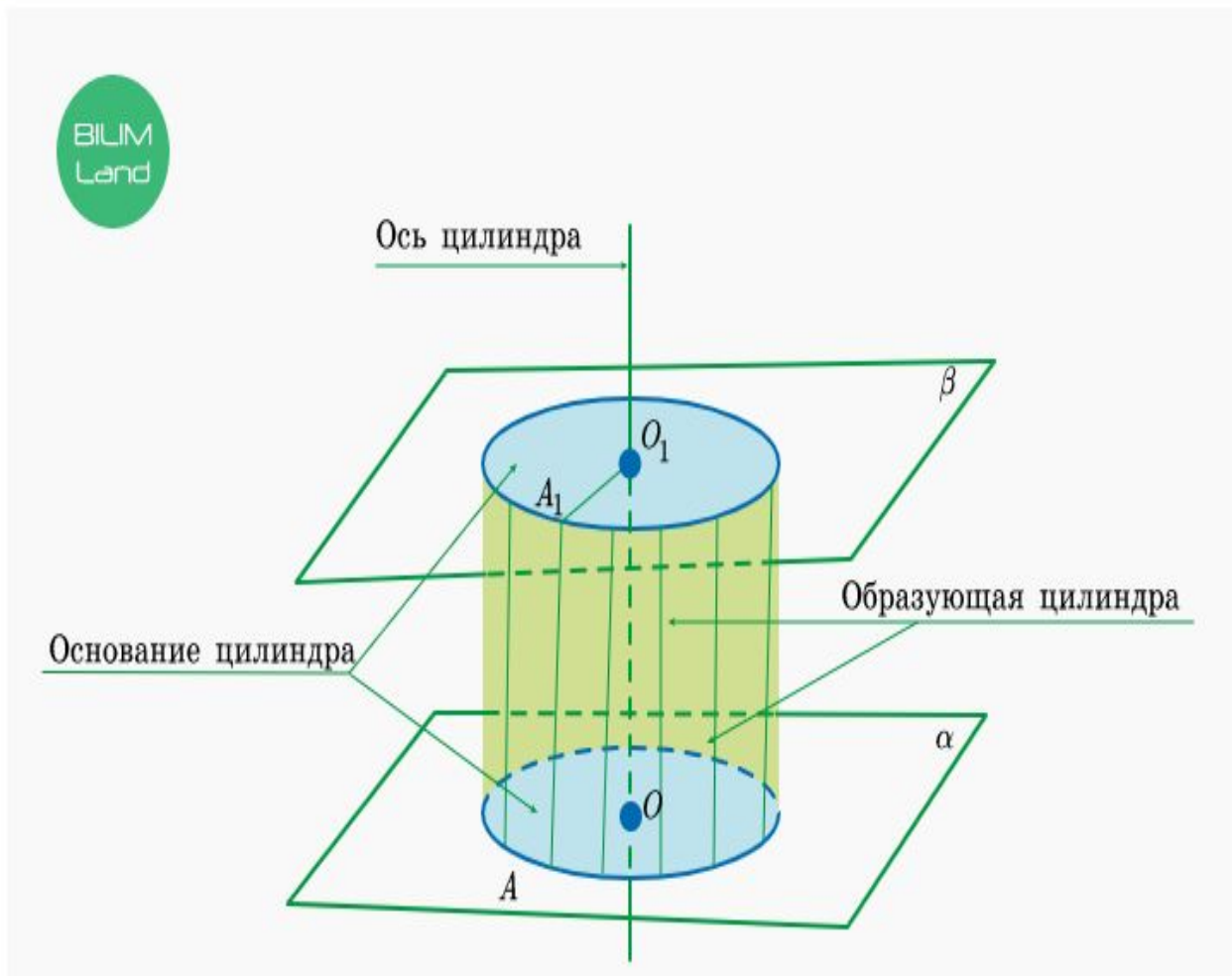
Высотой цилиндра AA_1 называют расстояние между основаниями цилиндра.

Отрезок OO_1 , соединяющий центры оснований цилиндра, называется **осью** цилиндра.

Если секущая плоскость проходит параллельно оси цилиндра, то сечение представляет собой **прямоугольник**.

Цилиндр, осевое сечение которого является квадратом, называется **равносторонним** цилиндром.

Плоскость, параллельная основанию цилиндра, пересекает его боковую поверхность по окружности, равной длине окружности основания цилиндра.



Развертка, площадь боковой и полной поверхности цилиндра. Урок 1

На рисунке 2 изображен цилиндр. Если разрезать данный цилиндр по образующей AB и развернуть таким образом, что все образующие окажутся расположены в одной плоскости, то, в результате, мы получим на плоскости прямоугольник (рисунок 1). Этот прямоугольник называется **разверткой боковой поверхности цилиндра**. Сторона AA_1 прямоугольника является разверткой окружности основания цилиндра, а высота AB – образующей цилиндра, поэтому $AA_1 = 2\pi r$, $AB = h$, где r – радиус цилиндра, h – его высота.

За площадь боковой поверхности цилиндра принимается площадь ее развертки.

Так как площадь прямоугольника AA_1B_1B , показанного на рисунке, равна $AA_1 \cdot AB = 2\pi rh$, то боковая поверхность цилиндра радиуса r и высоты h вычисляется по формуле:

$$S_{\text{бок}} = 2\pi rh$$

Итак, **площадь боковой поверхности цилиндра** равна произведению длины окружности основания на высоту цилиндра.

Площадью **полной поверхности цилиндра** называется сумма площадей боковой поверхности и двух оснований. Так как площадь каждого основания равна πr^2 , то площадь полной поверхности цилиндра вычисляется по формуле:

$$S_{\text{полн пов}} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r(r + h)$$

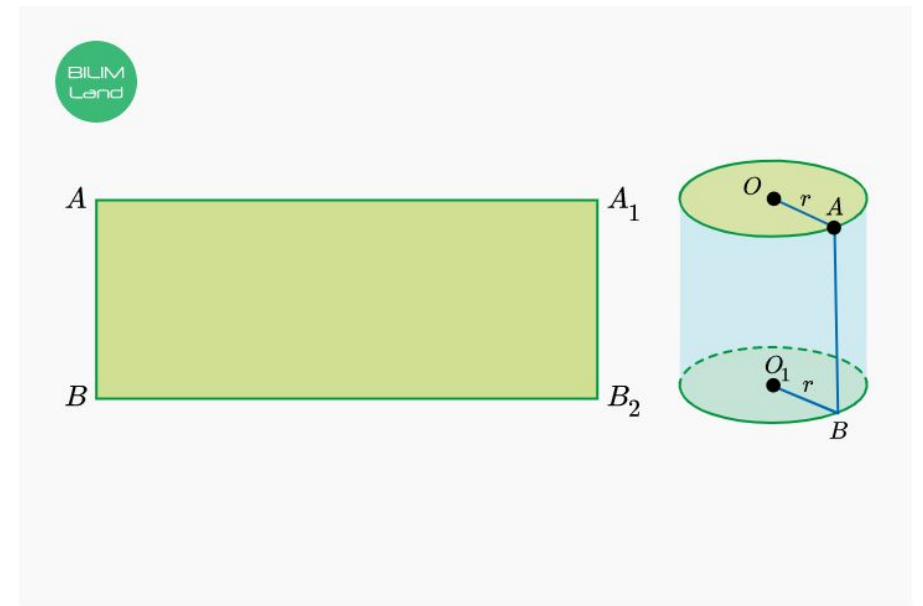


Рисунок 1

Рисунок 2

Пример.

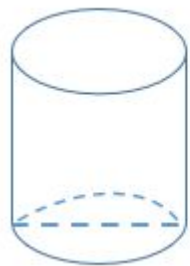
Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей цилиндра равен 60° . Найдите:

- высоту цилиндра;
- радиус основания цилиндра;
- площадь основания цилиндра;
- площадь боковой поверхности цилиндра.

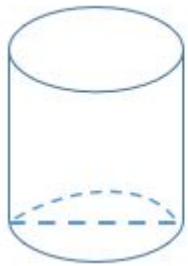
Решение:

Front Work

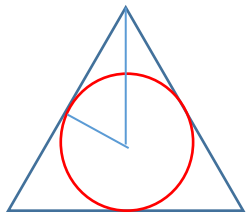
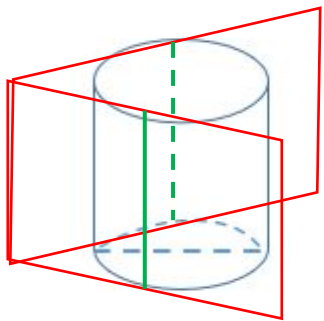
Диагональ осевого сечения цилиндра равна 14 см и составляет угол 30° с высотой цилиндра. Найди высоту цилиндра.



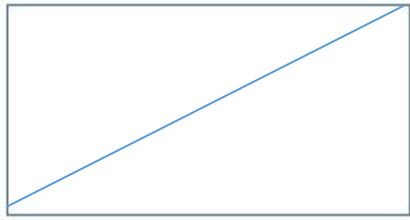
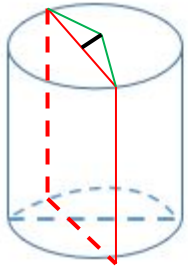
Диаметр основания цилиндра равен $4\sqrt{3}$ см, а высота 4 см. Развертка цилиндра – прямоугольник, диагональ которого составляет с основанием угол α . Найди угол α в градусах.



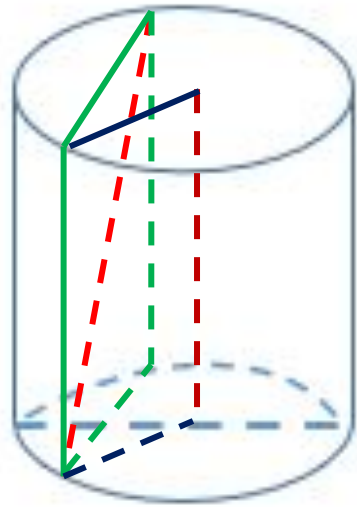
Цилиндр расположен внутри двугранного угла величиной 60° , каждая грань которого содержит по образующей цилиндра. Расстояние от центра основания до ребра двугранного угла равно 15 см. Найди радиус основания цилиндра.



Параллельная оси цилиндра плоскость отсекает от окружности основания цилиндра дугу в 120° и находится на расстоянии 5 см от оси цилиндра. Диагональ в получившемся сечении равна 20 см. Найди радиус основания и высоту цилиндра.



Высота и радиус цилиндра соответственно равны 6 дм и 5 дм. Концы отрезка AB , равного 10 дм, лежат на окружностях оснований цилиндра. Найди расстояние от этого отрезка до оси цилиндра.



Home Work

Площадь сечения цилиндра, перпендикулярная образующей, равна 16π см², а площадь осевого сечения - 40 см². Найди длину диагонали осевого сечения цилиндра.

Через образующую цилиндра проведены два сечения, одно из которых содержит ось цилиндра, а двугранный угол между данными сечениями составляет 30° . Найди отношение площадей получившихся сечений.

Цилиндр получен путем вращения прямоугольника со сторонами $6\sqrt{3}$ см и 14 см вокруг большей стороны. Через середину радиуса основания и перпендикулярно ему проведена плоскость. Найди площадь получившегося сечения.

Reflection



