



Подготовка

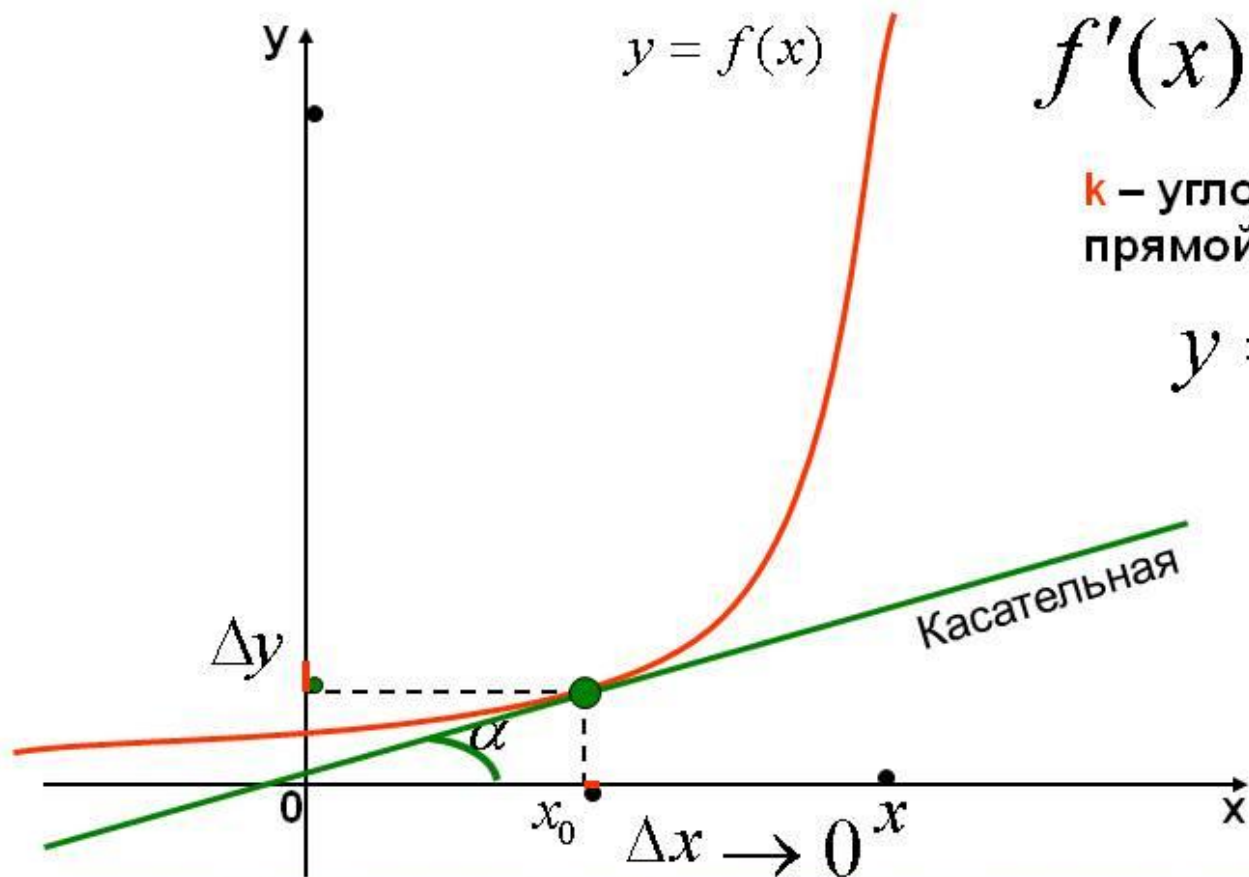
к

ЕГЭ

Разбор типовых заданий

В9

(производная, интеграл)



$$y = f(x)$$

$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

k – угловой коэффициент
прямой (касательной)

$$y = kx + b$$

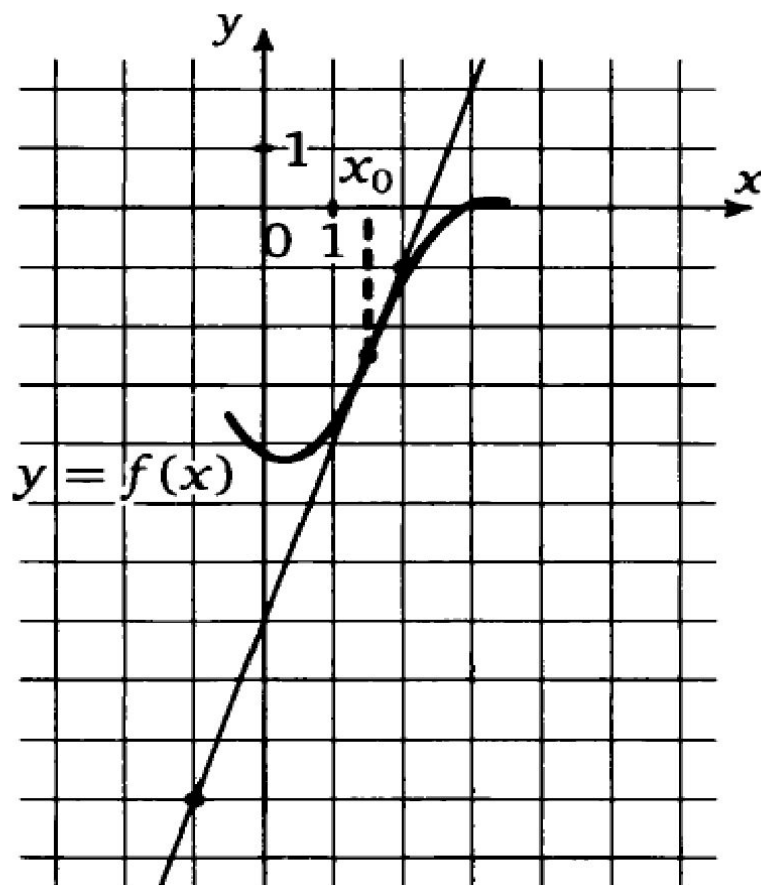
Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

Задание №1

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касатель-

ная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



1. Определяем угол между касательной и положительным направлением оси OX

Если угол тупой, то производная отрицательна

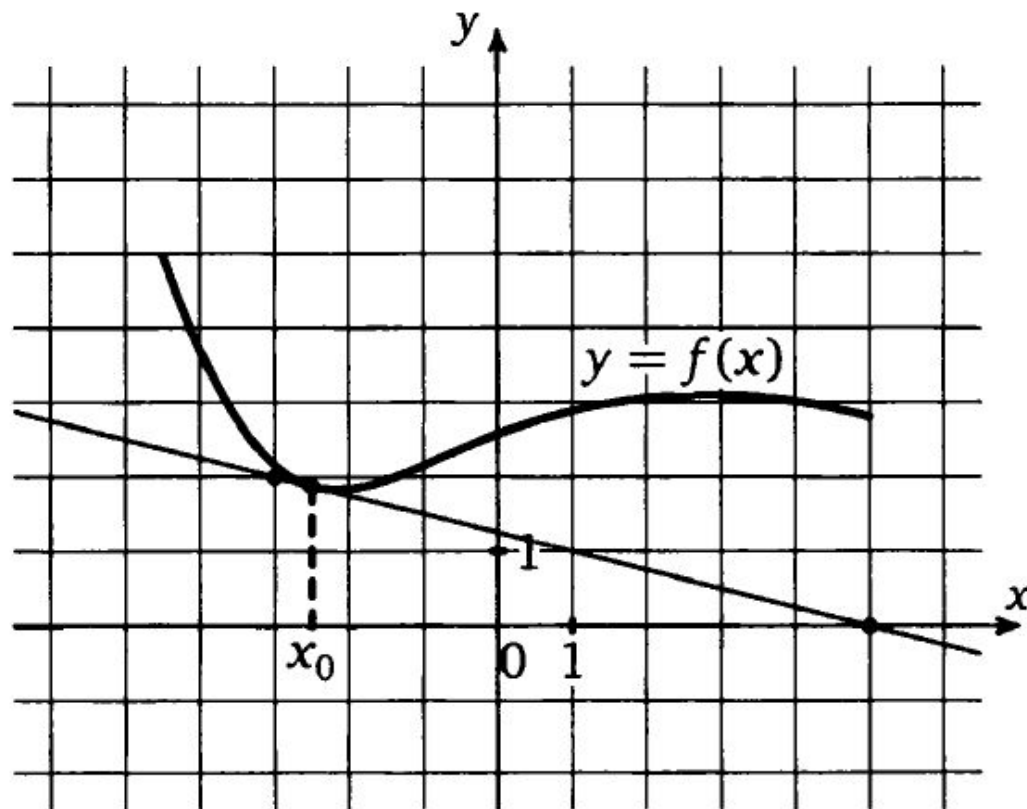
Если угол острый - положительна

2.Выбираем две точки, лежащие на касательной, абсциссы и ординаты которых- целые числа и достраиваем до прямоугольного треугольника.

Далее используем геометрический смысл производной

Задание №2

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



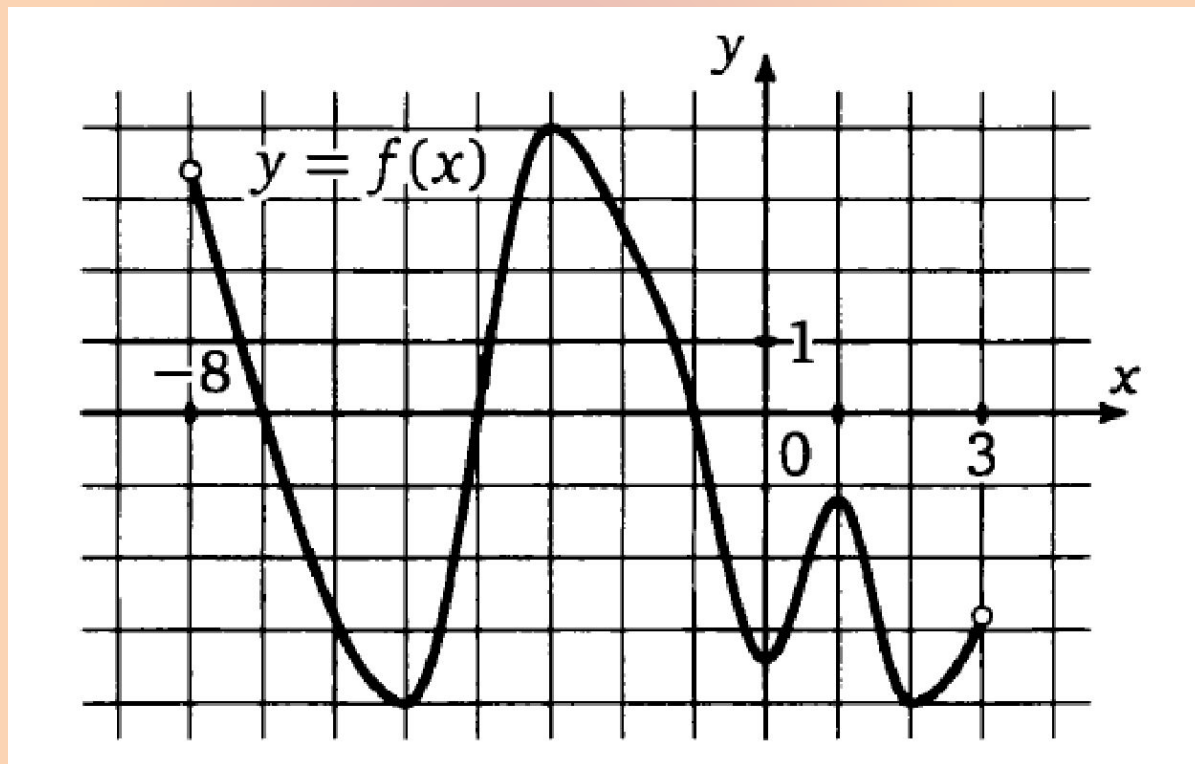
Задание №3

Прямая $y = 4x + 13$ параллельна касательной к графику

функции $y = x^2 - 3x + 5$. Найдите абсциссу точки касания.

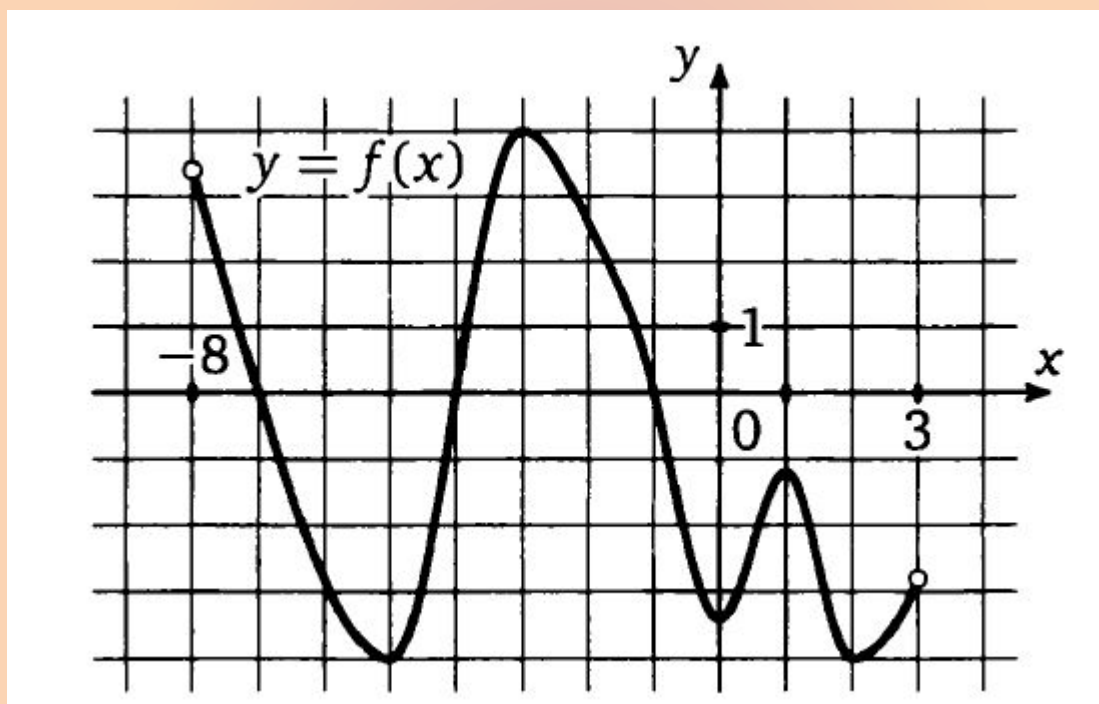
Задание №5

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Задание №6

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 18$.



ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

**Физический смысл
производной состоит в том, что
производная от координаты по
времени есть мгновенная
скорость:**

$$x'(t) = v(t)$$

Задание №7

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 9t^3 - 7t^2 - 7t + 24$ (где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеренное с начала движения) Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 5$ с.

Признак возрастания и убывания функции

┐

Достаточный признак убывания функции

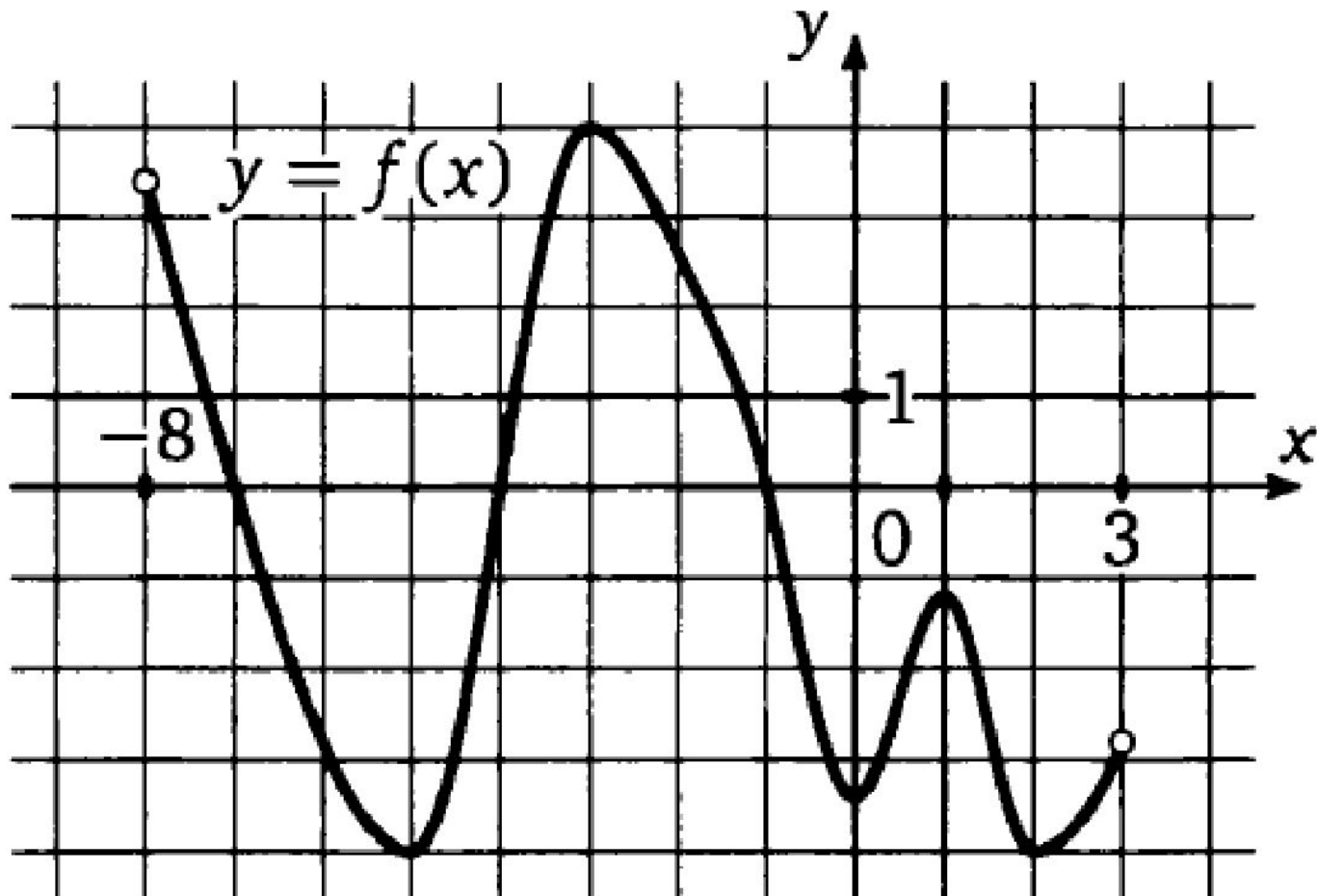
*Если $f'(x) < 0$ в каждой точке интервала $(a;b)$,
то функция f убывает на интервале $(a;b)$*

Достаточный признак возрастания функции

*Если $f'(x) > 0$ в каждой точке интервала $(a;b)$,
то функция f возрастает на интервале $(a;b)$*

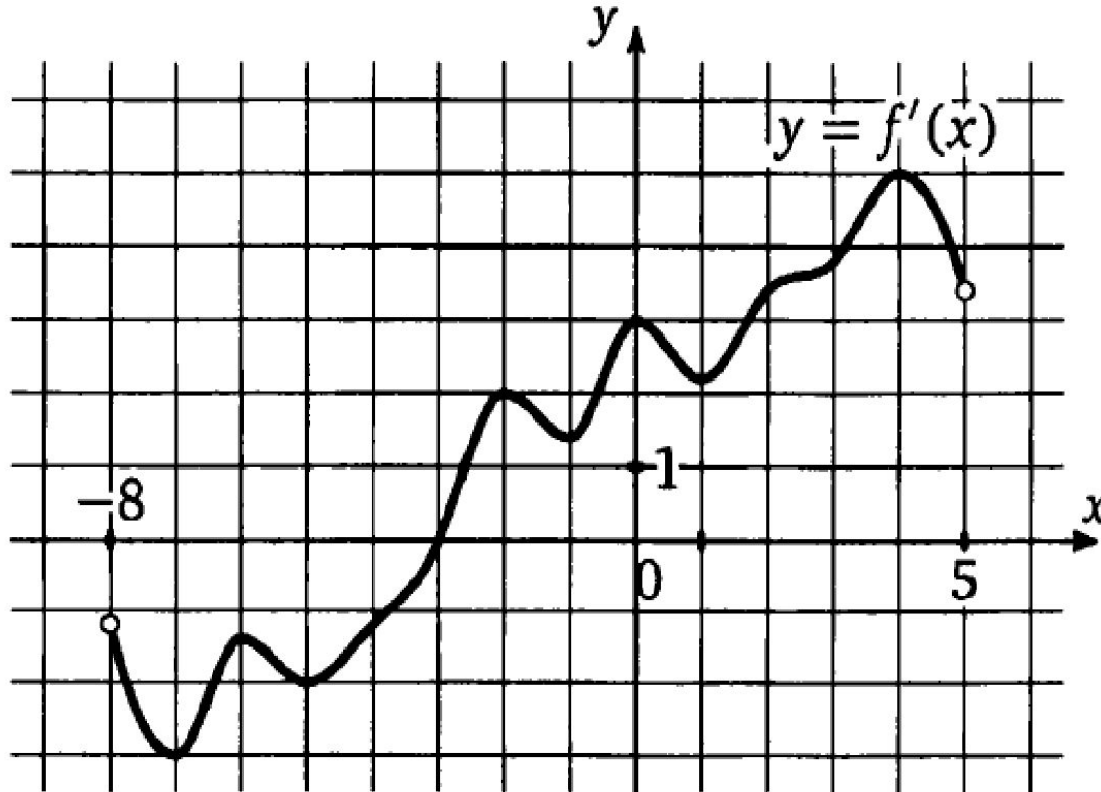
Задание №8

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Определите количество целых чисел x_i , для которых $f'(x_i)$ отрицательно.

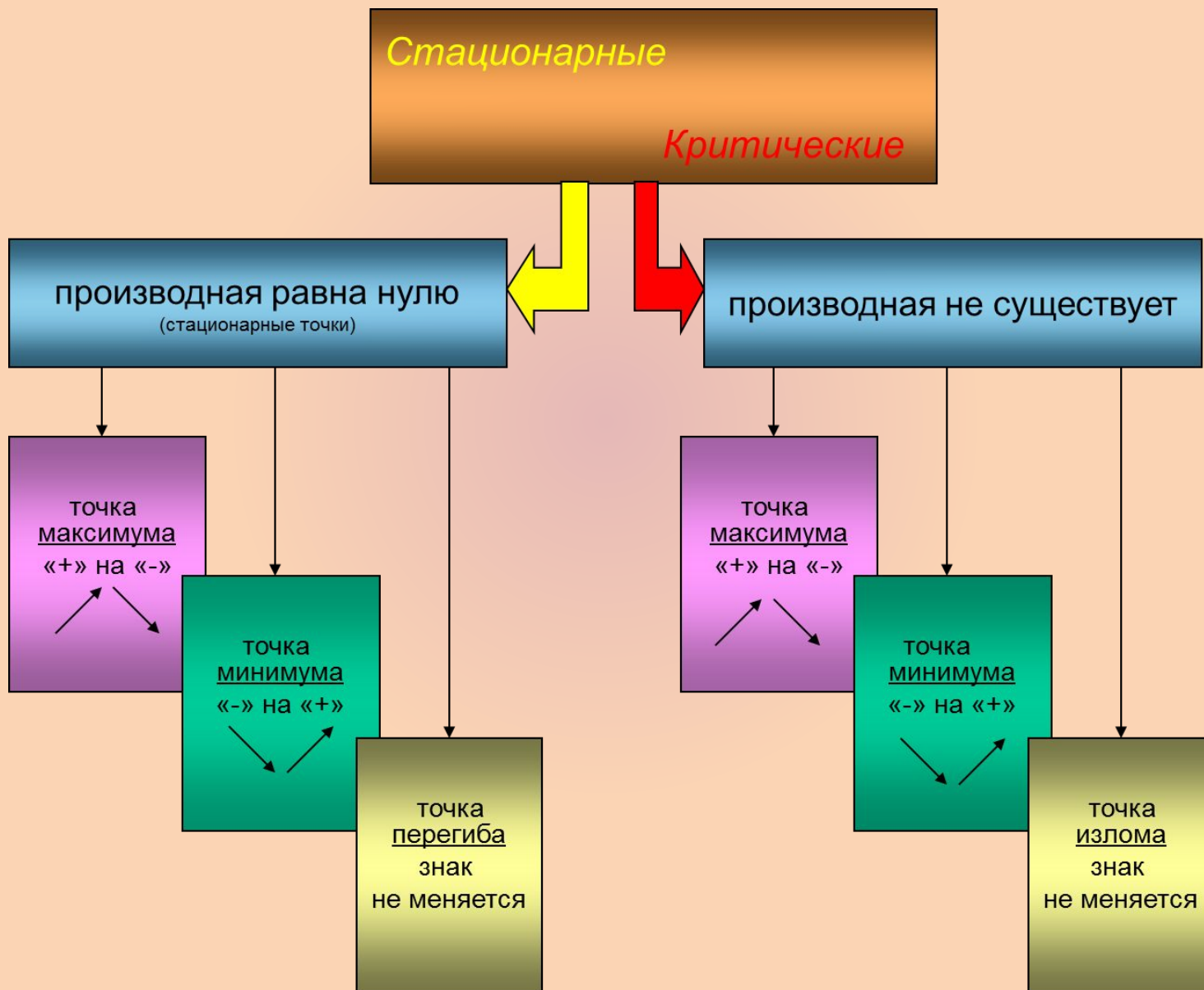


Задание №9

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$. В какой точке отрезка $[0; 4]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?

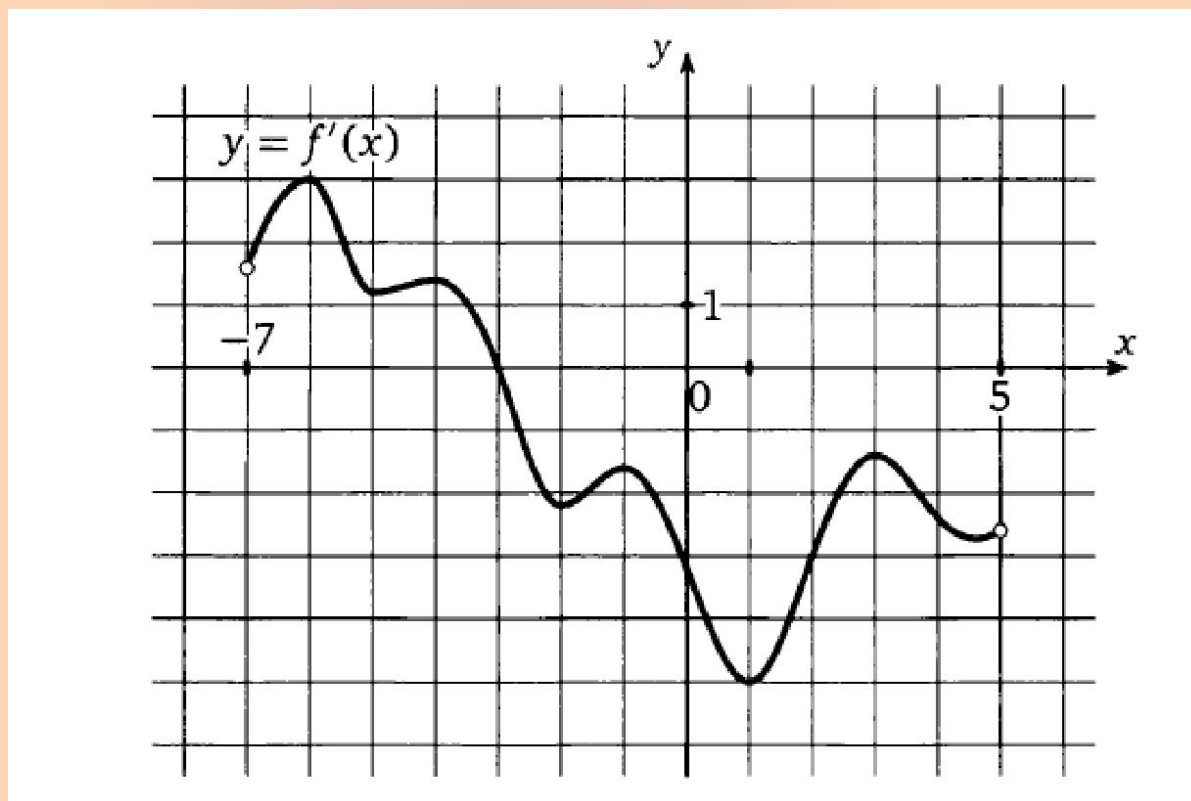


Экстремумы функции



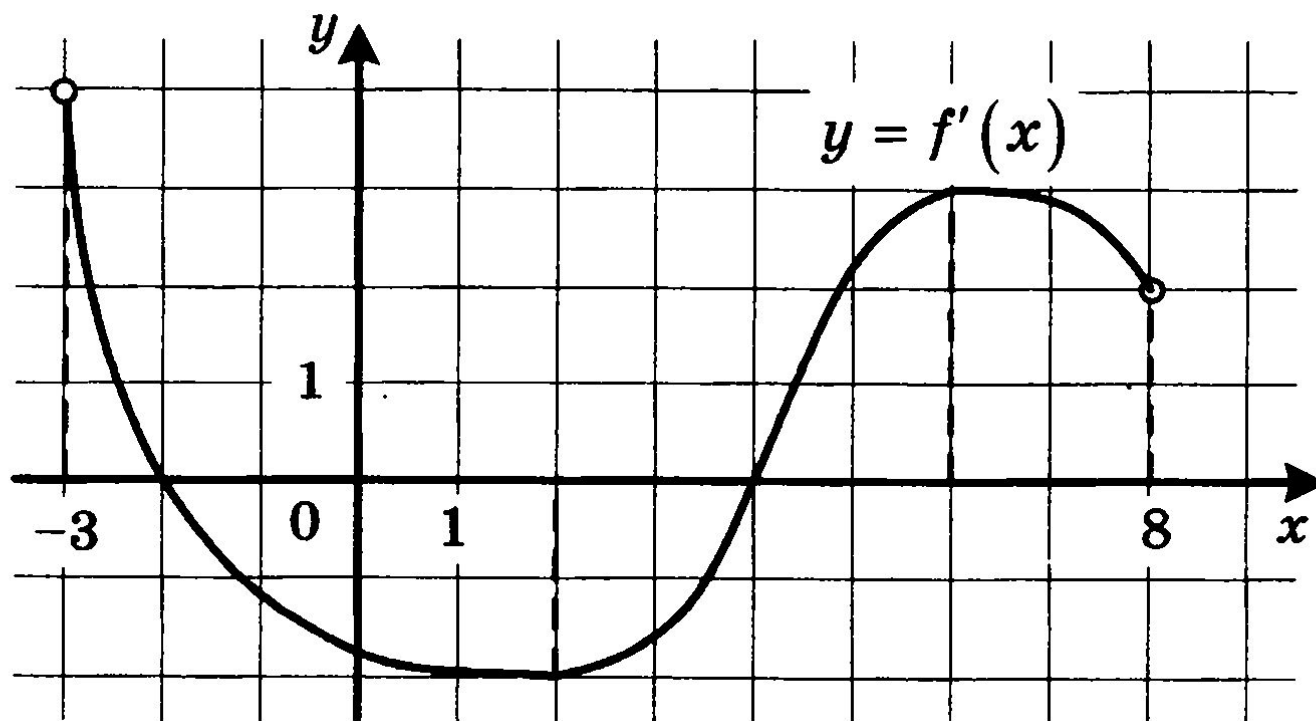
Задание №10

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-6; 4]$.



Задание №11

На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.



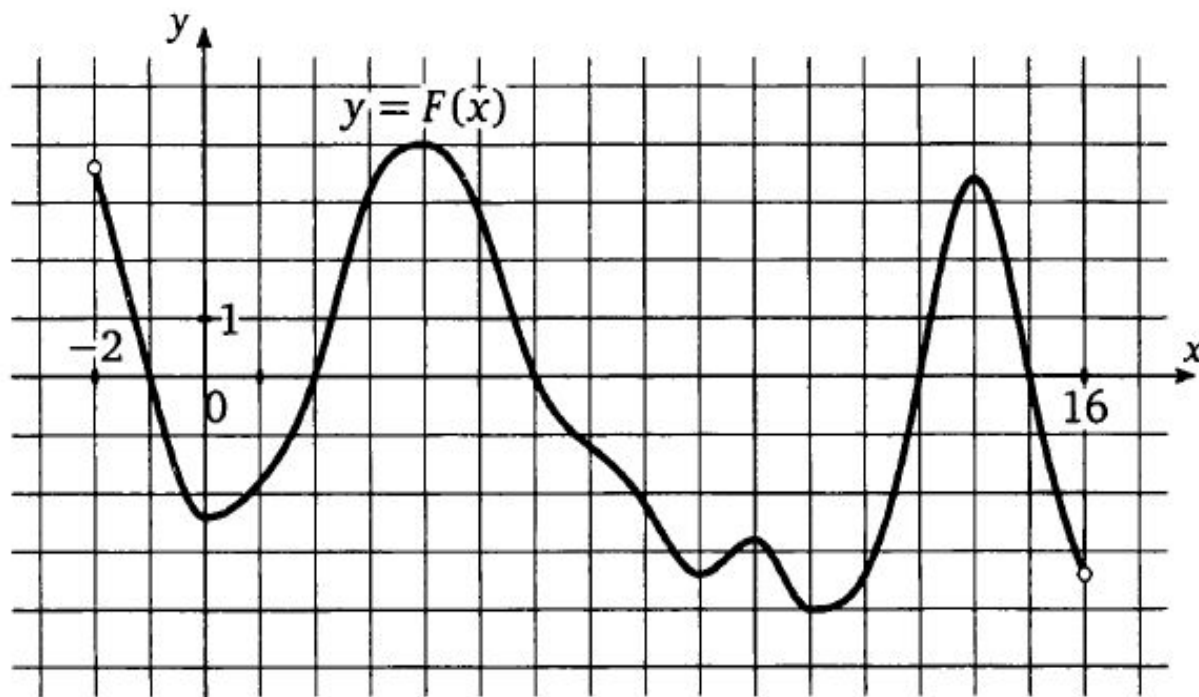
ПЕРВООБРАЗНАЯ

Функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$ на некотором промежутке, если для всех x из этого промежутка

$$F'(x) = f(x)$$

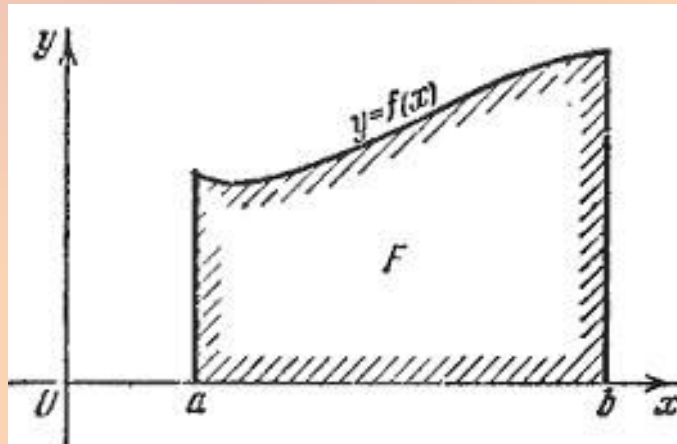
Задание №12

На рисунке изображен график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции f , определенной на интервале $(-2; 16)$. Найдите количество точек, в которых $f(x) = 0$.



Геометрический смысл определенного интеграла

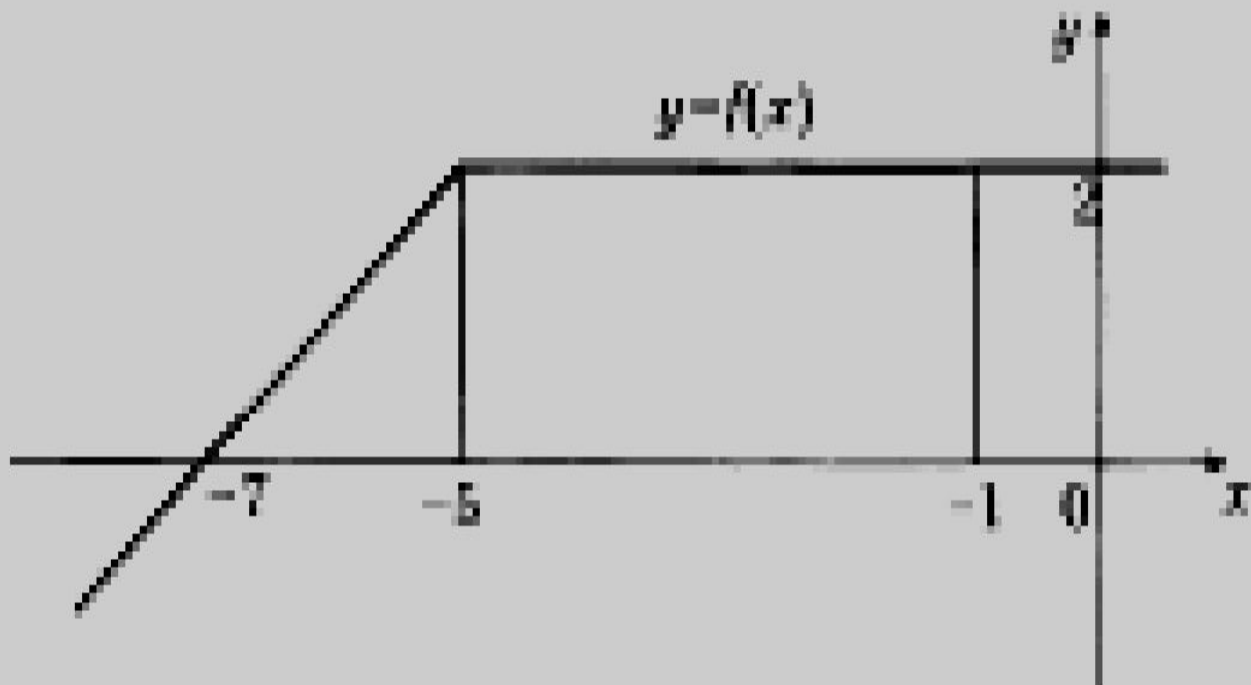
- Если $f(x)$ непрерывна и положительна на $[a, b]$, то интеграл
- $\int_a^b f(x) dx$
- представляет собой площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = 0$, $x = a$, $x = b$, $y = f(x)$



Задание №13

На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определенный интеграл

$$\int_{-7}^{-1} f(x) dx.$$

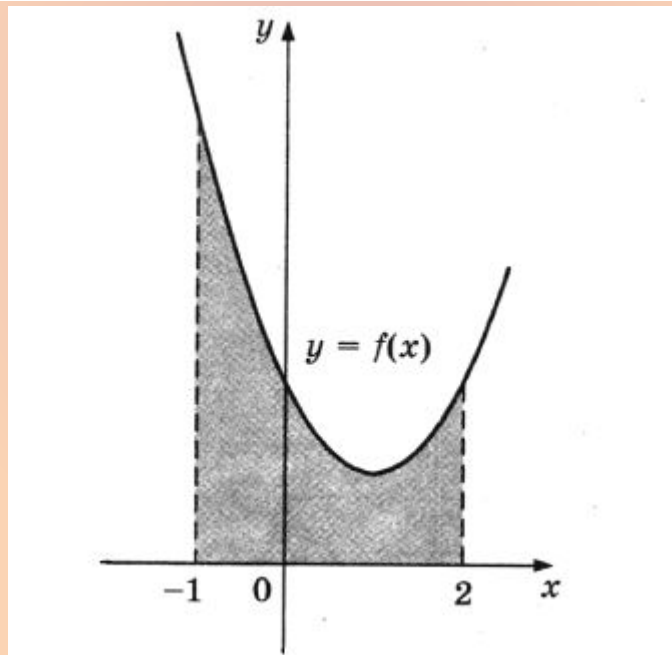


Формула Ньютона-Лейбница $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Одна из первообразных этой функции равна

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x - 5.$$

Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Удачі на екзамене!

