Применение основных тригонометрических формул к решению уравнений

Преподаватель математики
Кокоева М.

Цель занятия : повторить формулы корней простейших тригонометрических уравнений,
повторить основные тригонометрические формулы,
рассмотреть способы решения более сложных тригонометрических уравнений,
составить алгоритм решения тригонометрических уравнений с применением основных тригонометрических формул,
самостоятельная работа суворовцев.

Уравнения есть равенство,
которое еще не является
истинным, но которое
стремятся сделать истинным,
не будучи уверенным, что этого
можно достичь.

С.Фуше

Повторение изученного материала

- 1)Устный счет по макету единичной окружности:

Найти координаты точки единичной окружности, соответствующей углу

а) $\frac{\pi}{4}$; б) $\frac{\pi}{2}$; в) $\frac{2\pi}{3}$; г) $\frac{5\pi}{6}$; д) $\frac{3\pi}{2}$; е) $\frac{7\pi}{4}$; ж) 2π.

2) Найдите ошибки в решениях тригонометрических уравнений:

а) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$

б) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$

в) $tgx = \sqrt{3}$

$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$

г) $\sin x = -\frac{1}{2}$

$x = (-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$

3) Разложить на множители: а) $2\sin x \cos x + \cos x$; б) $tg^2 x - 3$;

в) $sin^2 x \cdot \cos x - sin^2 x$.

4) Закончить формулу

- $$1 - sin^2\alpha =$$
$$1 - cos^2\alpha =$$
$$cos\alpha \cdot cos\beta - sin\alpha \cdot sin\beta =$$
$$cos\alpha \cdot cos\beta + sin\alpha \cdot sin\beta =$$
$$sin\alpha \cdot cos\beta + cos\alpha \cdot sin\beta =$$
$$sin\alpha \cdot cos\beta - cos\alpha \cdot sin\beta =$$
$$sin2\alpha =$$
$$cos2\alpha =$$

Объяснение нового материала

- Решение уравнений с применением основного тригонометрического тождества

Чем схожи и чем различаются уравнения:

1) $asin^2x + bsinx + c = 0$

2) $acos^2x + bsinx + c = 0$

3) $acos^2x + bcosx + c = 0$

4) $asin^2x + bcosx + c = 0$

- Применяя, формулу $cos^2x = 1 - sin^2x$ или $sin^2x = 1 - cos^2x$, преобразуем уравнение $acos^2x + bsinx + c = 0$ или $asin^2x + bcosx + c = 0$ в виде $a(1 - sin^2x) + bsinx + c = 0$ или $a(1 - cos^2x) + bcosx + c = 0$. Выполнив алгебраические преобразования, получим квадратное уравнение относительно $sinx$ или $cosx$, которое решается путем замены неизвестного.

Решите уравнения

- № 11.15(б, в)

б) $2cos^2x + 3\sin x = 0$

$2(1 - sin^2x) + 3\sin x = 0$

$2sin^2x - 3\sin x - 2 = 0$

$\sin x = t, |t| \leq 1$

$2t^2 - 3t - 2 = 0$

$t_1 = -\frac{1}{2};\ t_2 = 2$

$\sin x = -\frac{1}{2}, x = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

Ответ: $x = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z.$

б) $2cos^2x + 2\cos x + sin^2x = 0$

…

$$cos^2x + 2cosx + 1 = 0$$

…

$$\cos x = -1$$

$$x = \ldots$$

Ответ:

Алгоритм решения уравнений с применением основного тригонометрического тождества

- Замена тригонометрической функции
- Алгебраическое преобразование уравнения
- Замена переменной
- Решение квадратного уравнения
- Решение простейших тригонометрических уравнений

Решение уравнений с применением формул сложения

- Левую часть уравнений

$$\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha = a$$
$$\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta = a$$
$$\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = a$$
$$\cos\beta\cos\alpha + \sin\beta\sin\alpha = a$$

можно легко преобразовать с помощью формул сложения в виде

$$\sin(\alpha + \beta) = a$$
$$\sin(\alpha - \beta) = a$$
$$\cos(\alpha + \beta) = a$$
$$\cos(\alpha - \beta) = a$$

Решая уравнения способом замены неизвестного, получим корни исходных уравнений

Решите уравнения

- № 11.16(б)

$sin\,3x\,cos\,x + sin\,x\,cos\,3x = 0$

…

$x = \frac{\pi n}{4}, n \epsilon Z.$

Ответ: $\frac{\pi n}{4}, n \epsilon Z.$

№ 11.17

а) $\sin x \cos\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{3}\cos x = 0$

$\ldots$

$\frac{\pi}{3} + x = \ldots$

$x = \ldots$

Ответ:

б) $\cos x \cos\frac{\pi}{4} - \sin x \sin\frac{\pi}{4} = 1$

$\ldots$

$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

Ответ: $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$.

Алгоритм решения тригонометрических уравнений с применением формул сложения

- Применив формулу сложения, получить простейшее тригонометрическое уравнение
- Решить простейшее тригонометрическое уравнение

Самостоятельная работа

1 вариант

Решите уравнения:

а) $2cos^2x = 5sinx - 1$;   б) $sin4xcos2x = sin2xcos4x$;

в) $2sin^2\pi x - cos\pi x - 1 = 0$;

г) $\cos x \cos\frac{\pi}{4} - \sin x \sin\frac{\pi}{4} = 1.$

2 вариант

Решите уравнения:

а) $2sin^2x + 5cosx = -1$;   б) $\cos 3xcosx = sinxsin3x$;

в) $2cos^2\pi x + sin\pi x - 1 = 0$;

г) $\sin x \cos\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{3}\cos x = 0.$

Проверка самостоятельной работы

1 вариант

а) $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \epsilon Z;$ б) $x = \frac{\pi n}{2}, n \epsilon Z;$

в) $x_1 = 1 + 2n, n \epsilon Z,\ x_2 = \pm 3 + 2n, n \epsilon Z;$

г) $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \epsilon Z.$

2 вариант

а) $x = \pm \frac{2\pi}{3} 2\pi n, n \epsilon Z;$ б) $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, n \epsilon Z;$

в) $x_1 = \frac{1}{2} + 2n, n \epsilon Z,\ x_2 = (-1)^{n+1} \frac{1}{6} + n, n \epsilon Z;$

г) $x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \epsilon Z.$

Оцените работу товарища

«5» - все уравнения решены верно

«4» - три любых уравнения или два последних уравнения верны

«3» - два первых уравнения выполнены правильно

«2» - решено одно уравнение или ни одного уравнения не решено

Задание на самоподготовку

- П. 11.3, № 11.15(б, г), 11.16(в, г)
- Формулы корней простейших тригонометрических уравнений (повторить)