

Применение основных тригонометрических формул к решению уравнений

Преподаватель математики
Кокоева М.

Цель занятия : повторить формулы корней простейших тригонометрических уравнений, повторить основные тригонометрические формулы, рассмотреть способы решения более сложных тригонометрических уравнений, составить алгоритм решения тригонометрических уравнений с применением основных тригонометрических формул, самостоятельная работа суворовцев.

Уравнения есть равенство,
которое еще не является
истинным, но которое
стремятся сделать истинным,
не будучи уверенным, что этого
можно достичь.

С.Фуше

4) Закончить формулу

- $1 - \sin^2 \alpha =$
 $1 - \cos^2 \alpha =$
 $\cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta =$
 $\cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta =$
 $\sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta =$
 $\sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta =$
 $\sin 2\alpha =$
 $\cos 2\alpha =$

Объяснение нового материала

- Решение уравнений с применением основного тригонометрического тождества

Чем схожи и чем различаются уравнения:

$$1) a \sin^2 x + b \sin x + c = 0$$

$$2) a \cos^2 x + b \sin x + c = 0$$

$$3) a \cos^2 x + b \cos x + c = 0$$

$$4) a \sin^2 x + b \cos x + c = 0$$

- Применяя, формулу $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ или $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$,

преобразуем уравнение
 $a\cos^2 x + b\sin x + c = 0$ или
 $a\sin^2 x + b\cos x + c = 0$

в виде

$$a(1 - \sin^2 x) + b\sin x + c = 0 \text{ или}$$
$$a(1 - \cos^2 x) + b\cos x + c = 0.$$

Выполнив алгебраические преобразования, получим квадратное уравнение относительно $\sin x$ или $\cos x$, которое решается путем замены неизвестного.

Решите уравнения

• № 11.15(б, в)

$$\text{б) } 2\cos^2 x + 3\sin x = 0$$

$$2(1 - \sin^2 x) + 3\sin x = 0$$

$$2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$$

$$\sin x = t, |t| \leq 1$$

$$2t^2 - 3t - 2 = 0$$

$$t_1 = -\frac{1}{2}; t_2 = 2$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}, x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$$

$$\text{ОТВЕТ: } x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z.$$

$$6) 2\cos^2 x + 2\cos x + \sin^2 x = 0$$

...

$$\cos^2 x + 2\cos x + 1 = 0$$

...

$$\cos x = -1$$

$$x = \dots$$

ОТВЕТ:

Алгоритм решения уравнений с применением основного тригонометрического тождества

- Замена тригонометрической функции
- Алгебраическое преобразование уравнения
- Замена переменной
- Решение квадратного уравнения
- Решение простейших тригонометрических уравнений

Решение уравнений с применением формул сложения

- Левую часть уравнений
$$\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = a$$
$$\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = a$$
$$\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = a$$
$$\cos \beta \cos \alpha + \sin \beta \sin \alpha = a$$

можно легко преобразовать с помощью формул сложения в виде

$$\sin(\alpha + \beta) = a$$

$$\sin(\alpha - \beta) = a$$

$$\cos(\alpha + \beta) = a$$

$$\cos(\alpha - \beta) = a$$

Решая уравнения способом замены неизвестного, получим корни исходных уравнений

Решите уравнения

• № 11.16(б)

$$\sin 3x \cos x + \sin x \cos 3x = 0$$

...

$$x = \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{ОТВЕТ: } \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}.$$

№ 11.17

$$а) \sin x \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cos x = 0$$

...

$$\frac{\pi}{3} + x = \dots$$

$$x = \dots$$

ОТВЕТ:

$$б) \cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4} = 1$$

...

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$\text{ОТВЕТ: } -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z.$$

Алгоритм решения тригонометрических уравнений с применением формул сложения

- Применив формулу сложения, получить простейшее тригонометрическое уравнение
- Решить простейшее тригонометрическое уравнение

Самостоятельная работа

1 вариант

Решите уравнения:

а) $2\cos^2 x = 5\sin x - 1$; б) $\sin 4x \cos 2x = \sin 2x \cos 4x$;

в) $2\sin^2 \pi x - \cos \pi x - 1 = 0$;

г) $\cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4} = 1$.

2 вариант

Решите уравнения:

а) $2\sin^2 x + 5\cos x = -1$; б) $\cos 3x \cos x = \sin x \sin 3x$;

в) $2\cos^2 \pi x + \sin \pi x - 1 = 0$;

г) $\sin x \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cos x = 0$.

Проверка самостоятельной работы

1 вариант

$$\text{а) } x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad \text{б) } x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z};$$

$$\text{в) } x_1 = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z}, \quad x_2 = \pm 3 + 2n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\text{г) } x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

2 вариант

$$\text{а) } x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad \text{б) } x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z};$$

$$\text{в) } x_1 = \frac{1}{2} + 2n, n \in \mathbb{Z}, \quad x_2 = (-1)^{n+1} \frac{1}{6} + n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\text{г) } x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Оцените работу товарища

«5» - все уравнения решены верно

«4» - три любых уравнения или два последних уравнения верны

«3» - два первых уравнения выполнены правильно

«2» - решено одно уравнение или ни одного уравнения не решено

Задание на самоподготовку

- П. 11.3, № 11.15(б, г), 11.16(в, г)
- Формулы корней простейших тригонометрических уравнений (повторить)