

# Сумма бесконечной геометрической прогрессии

Рассмотрим бесконечную геометрическую прогрессию

$$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$$

$$S_1 = b_1;$$

$$S_2 = b_1 + b_2;$$

$$S_3 = b_1 + b_2 + b_3;$$

$$S_4 = b_1 + b_2 + b_3 + b_4;$$

...

$$S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n;$$

...

**Формула  $n$ -го члена  
геометрической прогрессии**

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Получилась последовательность  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ . Как всякая числовая последовательность, она может сходиться или расходиться. Если последовательность  $S_n$  сходится к пределу  $S$ , то число  $S$  называют *суммой геометрической прогрессии* (обратите внимание: не суммой  $n$  членов геометрической прогрессии, как мы говорили в 9-м классе, а суммой геометрической прогрессии). Если же эта последовательность расходится, то о сумме геометрической прогрессии не говорят, хотя о сумме первых  $n$  членов геометрической прогрессии можно, разумеется, говорить и в этом случае.

**Если знаменатель  $q$  геометрической прогрессии  $(b_n)$  удовлетворяет неравенству  $|q| < 1$ , то сумма  $S$  прогрессии вычисляется по формуле  $S = \frac{b_1}{1 - q}$ .**

**Пример 1.** Найти сумму геометрической прогрессии

$$4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$$

**Решение.** Здесь  $b_1 = 4$ ,  $q = \frac{1}{2}$ . Поскольку знаменатель прогрессии удовлетворяет неравенству  $|q| < 1$ , мы имеем право воспользоваться только что полученной формулой  $S = \frac{b_1}{1 - q}$ . Значит,  $S = \frac{4}{1 - \frac{1}{2}} = 8$ . Обратите внимание, что нам удалось найти сумму

бесконечного множества слагаемых:

$$4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 8.$$

**Ответ:**  $S = 8$ .

Найдите первый член геометрической прогрессии ( $b_n$ ), если:

а)  $S = 10$ ,  $q = 0,1$ ;      в)  $S = 6$ ,  $q = -0,5$ ;

б)  $S = -3$ ,  $q = -\frac{1}{3}$ ;      г)  $S = -21$ ,  $q = \frac{1}{7}$ .

Найдите  $n$ -й член геометрической прогрессии ( $b_n$ ), если:

а)  $S = 15$ ,  $q = -\frac{1}{3}$ ,  $n = 3$ ;

б)  $S = -20$ ,  $b_1 = -16$ ,  $n = 4$ ;

в)  $S = 20$ ,  $b_1 = 22$ ,  $n = 4$ ;

г)  $S = 21$ ,  $q = \frac{2}{3}$ ,  $n = 3$ .