

9 класс

Формулы тригонометрии.
Тригонометрические формулы
половинного угла

Формулы половинного угла для синуса и косинуса

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} \quad (1)$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \quad (2)$$

Формулы половинного угла для тангенса и котангенса

$$tg \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} \quad (3)$$

$$ctg \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} \quad (4)$$

26.13

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \quad \frac{\alpha}{2} = 22^\circ 30' \quad \alpha = 45^\circ$$

$$\sin 22^\circ 30' = \sqrt{\frac{1 - \cos 45^\circ}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos 22^\circ 30' =$$

$$= \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 22^\circ 30' = \frac{\sin 22^\circ 30'}{\cos 22^\circ 30'} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}}$$

Дано: $\cos x = -\frac{12}{13}, x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

Найти: $\cos \frac{x}{2}$

Решение:

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\cos x + 1}{2} \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{-\frac{12}{13} + 1}{2} \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{26}$$

$$\cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1}{26}} \quad \frac{x}{2} \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right) \quad \cos \frac{x}{2} = -\sqrt{\frac{1}{26}}$$

Ответ: $\cos \frac{x}{2} = -\sqrt{\frac{1}{26}}$

Дано: $\cos x = -\frac{12}{13}, x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

Найти: $\sin \frac{x}{2}$

Решение:

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2} \qquad \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \frac{12}{13}}{2} \qquad \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{25}{26}$$

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \frac{5}{\sqrt{26}} \qquad \frac{x}{2} \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right) \qquad \sin \frac{x}{2} = \frac{5}{\sqrt{26}}$$

Ответ: $\sin \frac{x}{2} = \frac{5}{\sqrt{26}}$

Учебные задания

98. Вычислите $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$, $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ и $\cos \alpha = -0,8$.

99. Вычислите $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $45^\circ < \frac{\alpha}{4} < 90^\circ$ и $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

100. Вычислите $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$, $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3\frac{3}{7}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

101. Найдите $\sin \frac{\alpha}{4}$, если $\sin \alpha = \frac{336}{625}$ и $450^\circ < \alpha < 540^\circ$.

Дерево успеха

