

9 класс

Формулы тригонометрии.  
Тригонометрические формулы  
половинного угла

*Формулы половинного угла для синуса и косинуса*

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} \quad (1)$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \quad (2)$$

*Формулы половинного угла для тангенса и котангенса*

$$tg \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} \quad (3)$$

$$ctg \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} \quad (4)$$

26.13

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \quad \frac{\alpha}{2} = 22^{\circ} 30' \quad \alpha = 45^{\circ}$$

$$\sin 22^{\circ} 30' = \sqrt{\frac{1 - \cos 45^{\circ}}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos 22^{\circ} 30' =$$

$$= \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 22^{\circ} 30' = \frac{\sin 22^{\circ} 30'}{\cos 22^{\circ} 30'} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}}$$

**Дано:**  $\cos x = -\frac{12}{13}, x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

**Найти:**  $\cos \frac{x}{2}$

**Решение:**

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\cos x + 1}{2} \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{-\frac{12}{13} + 1}{2} \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{26}$$

$$\cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1}{26}} \quad \frac{x}{2} \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right) \quad \cos \frac{x}{2} = -\sqrt{\frac{1}{26}}$$

**Ответ:**  $\cos \frac{x}{2} = -\sqrt{\frac{1}{26}}$

**Дано:**  $\cos x = -\frac{12}{13}, x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

**Найти:**  $\sin \frac{x}{2}$

**Решение:**

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2} \qquad \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \frac{12}{13}}{2} \qquad \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{25}{26}$$

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \frac{5}{\sqrt{26}} \qquad \frac{x}{2} \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right) \qquad \sin \frac{x}{2} = \frac{5}{\sqrt{26}}$$

**Ответ:**  $\sin \frac{x}{2} = \frac{5}{\sqrt{26}}$

# Учебные задания

98. Вычислите  $\sin \frac{\alpha}{2}$ ,  $\cos \frac{\alpha}{2}$ ,  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ , если  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$  и  $\cos \alpha = -0,8$ .

99. Вычислите  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ , если  $45^\circ < \frac{\alpha}{4} < 90^\circ$  и  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ .

100. Вычислите  $\sin \frac{\alpha}{2}$ ,  $\cos \frac{\alpha}{2}$ ,  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 3\frac{3}{7}$  и  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

101. Найдите  $\sin \frac{\alpha}{4}$ , если  $\sin \alpha = \frac{336}{625}$  и  $450^\circ < \alpha < 540^\circ$ .

# Дерево успеха

