

Операции над высказываниями

Высказыванием называют предложение, которое либо истинно, либо ложно. Любое высказывание принимает одно и только одно значение из набора $\{0, 1\}$ (здесь 1 обозначает истинностное значение "истина", а 0 -- истинностное значение "ложь").

Высказывания обычно записываются повествовательными предложениями (на русском или ином языке), числовыми выражениями или формулами.

Примеры:

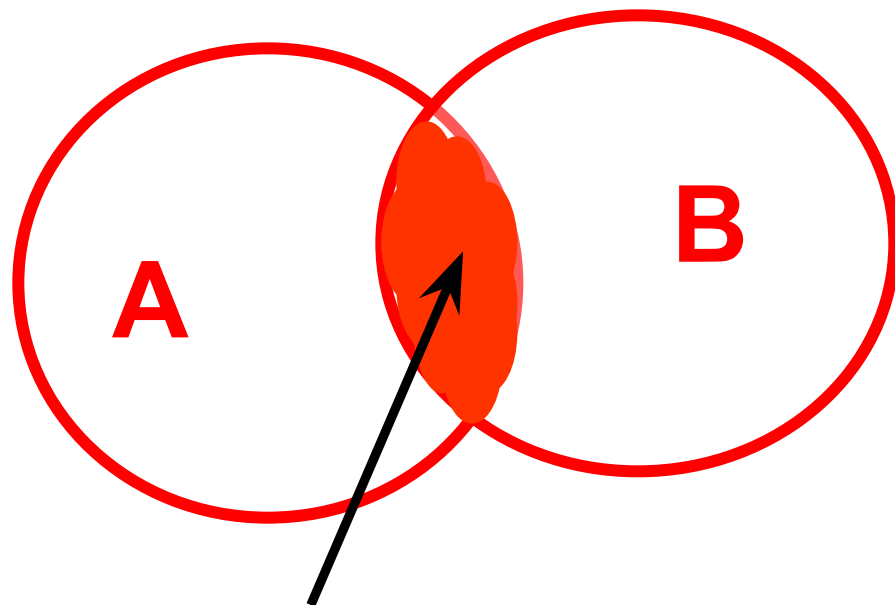
«Волга впадает в Каспийское море», $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

Сложные высказывания – это такие высказывания, в составе которых можно выделить другие высказывания как их собственные части. Высказывание, не являющееся сложным, называется **простым**. Значение сложного высказывания однозначно определяется по значениям составляющих его простых высказываний.

Таблица истинности КОНЪЮНКЦИИ

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Диаграмма Эйлера — Венна

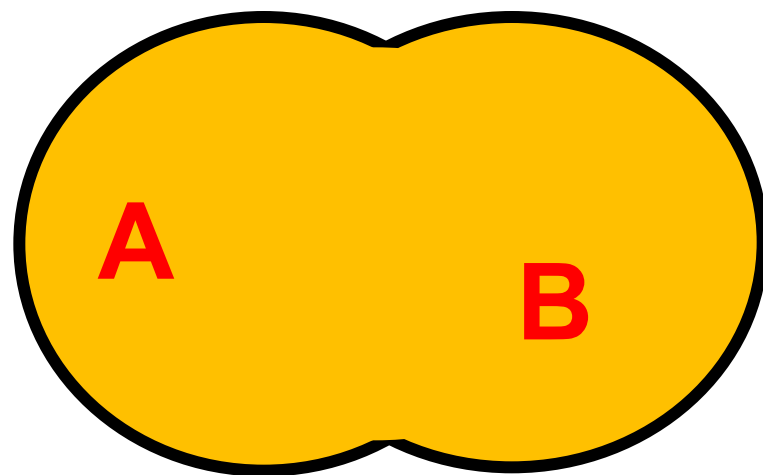


$A \wedge B$

Таблица истинности дизъюнкции

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Диаграмма Эйлера — Венна



$A \vee B$

Операции конъюнкции и дизъюнкции над высказываниями аналогичны операциям пересечения и объединения над множествами.

Таблица истинности отрицания(инверсии)

A	\bar{A}
1	0
0	1

Диаграмма Эйлера — Венна

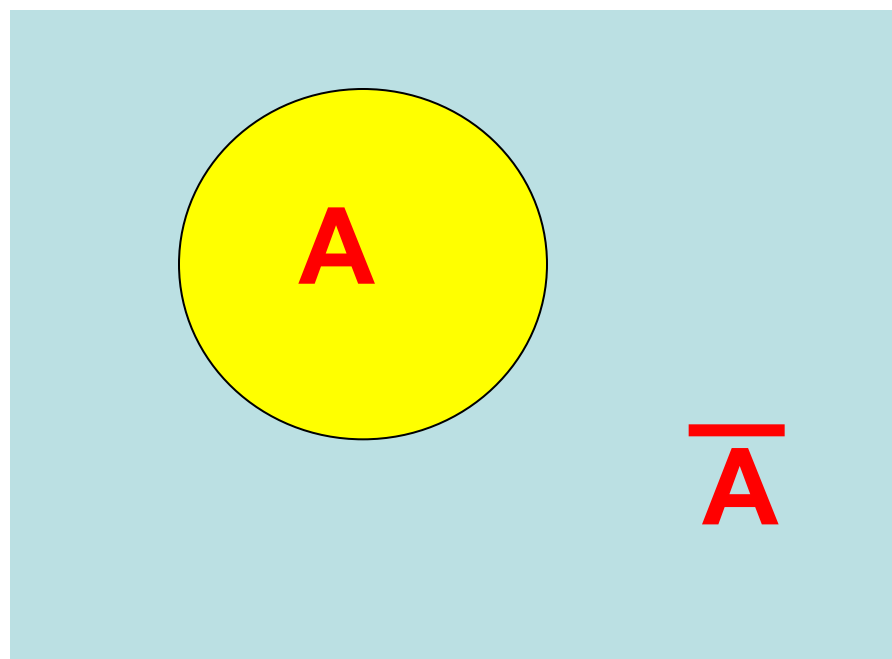


Таблица истинности импликации

A	B	A → B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Диаграмма Эйлера — Венна



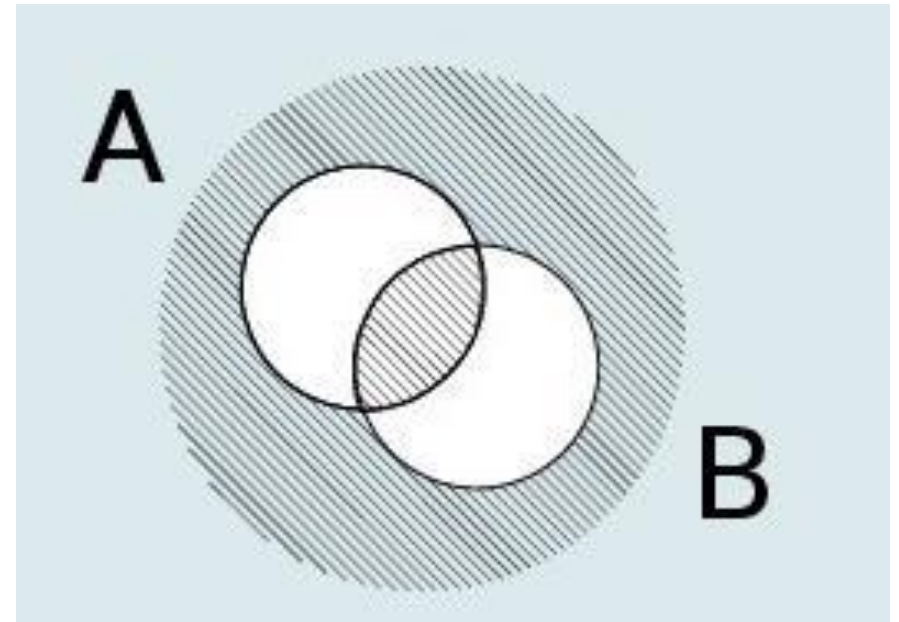
$$(A \rightarrow B) \leftrightarrow \bar{A} \vee B$$

Логическая операция ЭКВИВАЛЕНЦИЯ

Таблица истинности

A	B	
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Диаграмма
Эйлера — Венна



Сводная таблица истинности логических операций

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Составьте таблицы истинности для формулы

$$F = (p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$$

p	q	$p \wedge q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
0	0	0	1	1
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

Составьте таблицы истинности для формулы

$$F = (p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{p} \vee q)$$

p	q	\bar{p}	$p \rightarrow q$	$\bar{p} \vee q$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{p} \vee q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

Составьте таблицы истинности для формулы

$$F = (p \rightarrow \bar{q}) \leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q})$$

p	q	\bar{p}	\bar{q}	$p \rightarrow \bar{q}$	$\bar{p} \vee \bar{q}$	$(p \rightarrow \bar{q}) \leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q})$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1

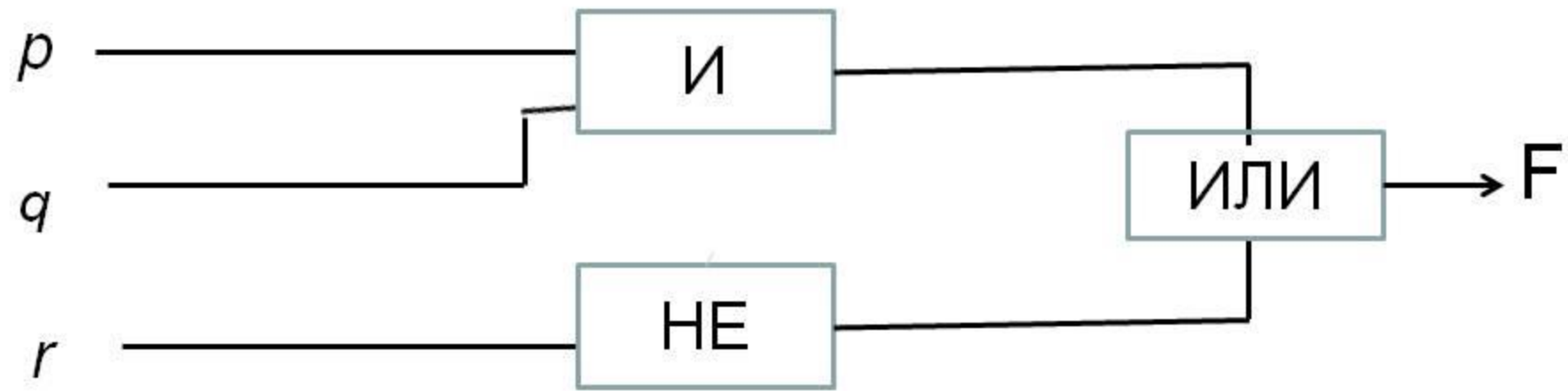
Составьте таблицы истинности для формулы

$$F = (p \rightarrow \bar{q}) \rightarrow (\bar{p} \leftrightarrow \bar{q})$$

p	q	\bar{p}	\bar{q}	$p \rightarrow \bar{q}$	$\bar{p} \leftrightarrow \bar{q}$	$(p \rightarrow \bar{q}) \rightarrow (\bar{p} \leftrightarrow \bar{q})$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1

Составьте таблицы истинности и блок-схему для формулы $F = (p \wedge q) \vee \bar{r}$

p	q	r	$p \wedge q$	\bar{r}	$(p \wedge q) \vee \bar{r}$
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1



Трое друзей, болельщиков автогонок "Формула-1", спорили о результатах предстоящего этапа гонок.

— Вот увидишь, Шумахер не придет первым, — сказал Джон. **Первым будет Хилл.**

— Да нет же, **победителем будет, как всегда, Шумахер**, — воскликнул Ник. А об Алезе и говорить нечего, ему не быть первым.

Питер, к которому обратился Ник, возмутился:

— **Хиллу не видать первого места!**

По завершении этапа гонок оказалось, что **только два предположения подтвердились**. Кто выиграл этап гонки?

Решение. Введем обозначения для логических высказываний:

Ш — победит Шумахер; **Х** — победит Хилл; **А** — победит Алезе.

Зафиксируем высказывания каждого из друзей:

Джон: $\overline{Ш} \wedge Х$

Ник: $Ш \wedge \overline{А}$

Питер: $\overline{Х}$

Составим таблицу истинности

Исходный блок

Результирующий блок

Ш	X	A	$\overline{\text{Ш}}$	\overline{A}	$\overline{\text{Ш}} \wedge X$	$\text{Ш} \wedge \overline{A}$	\vec{X}
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0

Ищем в результирующем блоке таблицы истинности строку с двумя 1 и одним 0. Это 4-ая строка.

И соответствует выигрышу Шумахера.

Ответ: Шумахер

Упражнения

Среди следующих высказываний укажите составные, выделите в них простые, обозначьте их каждое из них буквой. Запишите с помощью логических операций каждое составное высказывание.

1. Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.
2. Земля– планета Солнечной системы.
3. Если число оканчивается на 0, то оно делится на 10.
4. Чтобы погода была солнечной, достаточно, чтобы не было ни ветра, ни дождя.
5. Если у меня будет свободное время и не будет дождя, то я не буду писать сочинения, а пойду на дискотеку.
6. Без Вас хочу сказать Вам много,
При Вас я слушать Вас хочу.
7. Если человек с детства и юности своей не давал нервам властвовать над собой, то они не привыкнут раздражаться и будут ему послушны.

Спасибо за внимание!